

Introduzione alla termodinamica:

I gasdotti

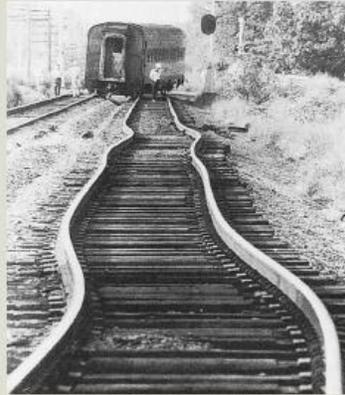
In alcuni punti, i gasdotti hanno una forma a omega, che permette loro di deformarsi leggermente a seconda della temperatura.



C. Gatti, Parma 2004

I binari

A causa della dilatazione termica in una giornata di luglio, i binari della ferrovia nell'Asbury Park nel New Jersey si sono deformati.



AP/Wide World Photos

Svitare il coperchio

Mettendo il coperchio metallico sotto un getto d'acqua calda, lo si fa dilatare leggermente e in questo modo lo si riesce a svitare.



C. Gatti, Parma 2004

Riepilogo di quanto già affermato sull'energia meccanica

Riassumiamo alcune delle considerazioni che hanno consentito di assegnare alla energia il ruolo centrale svolto in meccanica.

- il lavoro effettuato dalla risultante di forze di qualsiasi genere agenti su un corpo o su un sistema di corpi determina variazioni di energia cinetica uguali al lavoro effettuato (teorema della energia cinetica valido sia in meccanica classica sia in meccanica relativistica)
- il lavoro compiuto da una particolare categoria di forze interne (quelle conservative) si può scrivere come diminuzione della energia potenziale e tale lavoro dipende esclusivamente dalla configurazione iniziale e da quella finale del sistema;
- quando sul corpo agiscono esclusivamente forze conservative la energia meccanica (somma della energia cinetica e di quella potenziale) si conserva;
- in generale la energia meccanica di un sistema non si conserva e la sua variazione è pari alla somma del lavoro delle forze esterne e delle forze interne non conservative; in altri termini la energia meccanica di un sistema può variare o per l'azione di forze esterne o per l'azione di forze interne dissipative.
- le forze di natura non conservativa hanno l'effetto di produrre cambiamenti osservabili di un genere diverso dalla posizione e dalla velocità: deformazioni, cambiamenti di stato di aggregazione, riscaldamento, ...

In termodinamica il campo di indagine si restringe e ci si limita a sistemi di corpi per quali si possano ignorare i cambiamenti delle diverse forme di energia meccanica già studiate. Si suppone che esse non cambino o che le loro variazioni, essendo quantificabili, possano essere accantonate per non appesantire la trattazione. Se studio il funzionamento di una macchina termica mi disinteressa se essa si trovi o meno su un sistema più grande con sue forme particolari di energia (non mi interessa l'energia cinetica che essa possiede per il fatto di ruotare sulla terra o per il fatto di trovarsi su una nave in navigazione).

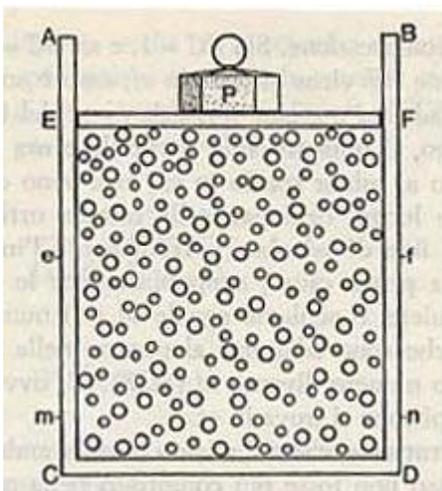
Inoltre ci si limita a considerare le condizioni di equilibrio, cioè quelle condizioni per le quali grandezze fisiche quali pressione, densità, volume, temperatura possano essere definite per il sistema considerato, o per una sua porzione macroscopica, in maniera non ambigua.

Quando un gas fa alzare il pistone di un cilindro accadono numerose cose che vengono trascurate:

- si ignora il fatto che la energia potenziale del gas cambia perché una porzione del gas si trova più in alto (questo aspetto può essere calcolato ed aggiunto in un qualsiasi momento)
- si suppone che in ogni istante la densità del gas sia la stessa (ma ciò non è vero perché essa sarà inferiore nelle vicinanze del pistone dove avviene la rarefazione piuttosto che nelle zone lontane); trascorso un certo tempo il gas, per effetto di moti di assestamento interno, si riporterà in condizioni di uniformità. In questo caso si aggira l'ostacolo supponendo che le trasformazioni avvengano attraverso una successione di stati di equilibrio con una specie di movimento a scatti estremamente ravvicinati.

Dunque in termodinamica il nostro sistema fisico viene descritto attraverso un certo numero (ridotto) di grandezze fisiche dette *parametri di stato* le quali sono in grado di descrivere completamente le caratteristiche macroscopiche considerate rilevanti in condizioni di equilibrio.

Nel caso del pistone le grandezze rilevanti per fare previsioni di comportamento risultano essere la massa, la composizione chimica, la pressione, il volume e la temperatura. Queste grandezze saranno dette *parametri di stato* e tra esse, come si nota non compaiono la forma del recipiente o la densità.



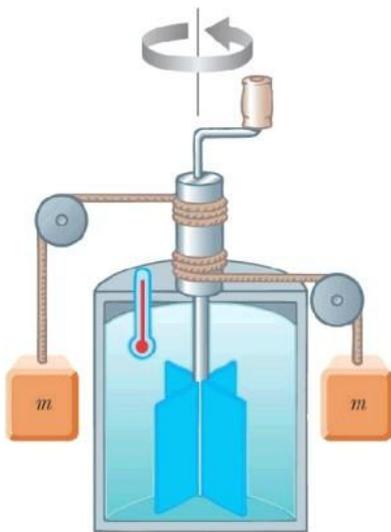
Consideriamo, dunque, un sistema termodinamico in uno stato di equilibrio A. Mantenendo il sistema termicamente isolato (in modo che non scambi calore) compiamo su di esso del lavoro meccanico L. per conseguenza, il sistema compie una trasformazione portandosi in un diverso stato di equilibrio B.

Esempio: se su un sistema solido si compie un lavoro per sfregamento, si riscontra che il sistema si porta in un nuovo stato caratterizzato solo da una temperatura più alta. Se ora mettiamo a contatto il sistema con un calorimetro, sottraiamo calore fino a che il sistema non si riporta nello stato iniziale A. Il sistema ha compiuto così una trasformazione ciclica. Si riscontra che il rapporto tra il lavoro L e il calore Q che il sistema ha scambiato con l'ambiente durante tale trasformazione è costante.

Qualitativamente ciò può essere osservato partendo dalla nostra esperienza quotidiana. Si pensi, ad esempio, all'incremento di temperatura di un metallo quando venga limato o ripetutamente colpito da un martello; oppure all'aumento di temperatura dell'aria quando viene compressa da una pompa all'interno di un pneumatico; se consideriamo un recipiente contenente acqua, l'esperienza mostra che esiste la possibilità di aumentare la sua temperatura non solo somministrando calore ma anche semplicemente agitandola. Esiste dunque una relazione tra calore Q e lavoro L .

Il mulinello di Joule

Il fisico britannico James Prescott Joule (1818-1889) tra il 1841 ed il 1848 avviò una serie di esperimenti - di cui il più celebre è quello del mulinello - sull'equivalenza tra calore e lavoro, da lui fortemente sostenuta. Dopo aver esaminato gli effetti termici della corrente elettrica, decise di indagare anche sugli effetti termici del movimento meccanico.



$$\frac{L}{Q} = J$$

o, in forma equivalente, $JQ - L = 0$

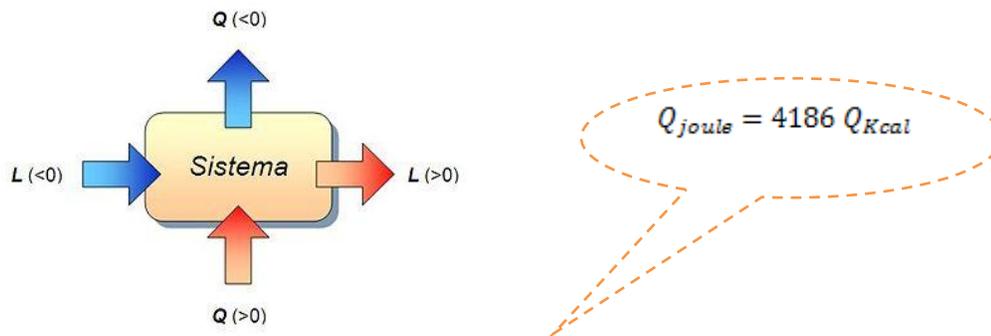
A tale scopo costruì il mulinello a palette riprodotto nella figura. I due pesi raffigurati, scendendo verso il basso mettono in rotazione il mulinello contenuto nel calorimetro. L'acqua, contenuta nel calorimetro, agisce sulle palette creando un attrito viscoso che cresce all'aumentare della velocità delle palette. I due pesi scendono inizialmente con moto accelerato, ma quando la velocità aumenta anche l'attrito dell'acqua diventa maggiore. In breve tempo, quindi, la resistenza idrodinamica che agisce sul mulinello diventa uguale (in modulo) alla forza peso agente sulle due masse per cui queste scendono con velocità costante. Dopo diverse ripetizioni di tale processo, quando il sistema è tornato all'equilibrio, si può verificare sperimentalmente che la temperatura del sistema è aumentata di una quantità ΔT . Ciò evidenzia la produzione

di una quantità di calore Q_{tot} calcolabile attraverso la relazione $Q_{\text{tot}} = C\Delta T$; dove C è la capacità termica che tiene conto dell'acqua, del mulinello a palette, del termometro e delle pareti interne del calorimetro. Dal punto di vista dell'energia meccanica, l'energia cinetica finale K delle due masse è minore della loro energia potenziale U iniziale: è stata dissipata una quantità di energia $\Delta E = U - K$ per attrito nel calorimetro. Dopo N ripetizioni, l'energia dissipata per attrito è $E_{\text{tot}} = N \Delta E$.

Joule arrivò a dimostrare che il rapporto $E_{\text{tot}} / Q_{\text{tot}}$ (tra energia dissipata e calore prodotto) è costante. Ne consegue che calore ed energia sono la stessa entità fisica. Il rapporto costante tra esse deriva dal fatto che le due grandezze sono espresse con unità di misura diverse; se fossero misurate con la stessa unità, sarebbero uguali.

Il valore ottenuto da Joule era naturalmente soggetto a imprecisioni dovute alle dispersioni di calore durante gli esperimenti, tuttavia, per mezzo di questo e molti altri esperimenti diversi, Joule determinò un valore dell'equivalente meccanico del calore pari a $4,18 \text{ J/cal}$, valore di straordinaria precisione per quei tempi.

In seguito, tramite altre e più sofisticate esperienze, si pervenne al valore attualmente utilizzato **4,1855 J/cal**. In onore di James Prescott Joule, l'unità di misura del lavoro e dell'energia nel Sistema Internazionale è chiamata joule.



In altri termini possiamo affermare che 4186 Joule di lavoro sono equivalenti (cioè producono lo stesso effetto) ad 1Kcal.

Pertanto il principio di equivalenza si può tranquillamente scrivere

$$Q - L = 0$$

Il primo principio della termodinamica: una generalizzazione del principio di conservazione dell'energia

Dopo aver mostrato l'assoluta equivalenza tra lavoro meccanico e calore, è immediato riconoscere che lo stato termico di un sistema può essere variato arbitrariamente in infiniti modi, per esempio cedendo o sottraendo calore oppure eseguendo lavoro. Ricordiamo che il lavoro è positivo o negativo a seconda che venga eseguito dal sistema verso l'ambiente esterno o viceversa. Le quantità di calore risultano poi positive o negative a seconda che siano fornite dall'esterno al sistema o viceversa.

Consideriamo ora alcune trasformazioni di un sistema termodinamico (ad esempio un gas perfetto) che portino da uno stato A ad uno stato B.

L'esperienza mostra che, pur essendo uguali gli stati iniziali e finali, le quantità di calore Q scambiate in una qualunque di esse dipendono dal particolare tipo di trasformazione seguita per andare da A a B. In altri termini la quantità di calore **Q non è una funzione di stato**. Vedremo che anche il lavoro dipende dal particolare cammino (trasformazione).

Invece se consideriamo la differenza $Q - L$ essa risulta sempre indipendente dalla particolare trasformazione eseguita. Se poi riportiamo il sistema nello stato iniziale attraverso una arbitraria sequenza di trasformazioni e misuriamo nuovamente le quantità di calore scambiate ed il lavoro eseguito, verifichiamo che:

$$(Q - L)_{AB} = -(Q - L)_{BA}$$

Ossia il valore della differenza risulta $Q - L$ nel passaggio da A a B risulta uguale in modulo ma di segno opposto a quello ottenuto nella trasformazione che porta da B ad A.

Dal momento che Q rappresenta la quantità di calore e quindi l'energia che il sistema riceve dall'ambiente mentre L rappresenta il lavoro, cioè l'energia, che il sistema cede all'ambiente circostante, in definitiva la differenza $Q - L$ costituisce una misura dell'energia "contenuta" nel sistema. A livello microscopico possiamo intendere questa energia come somma dell'energia potenziale e dell'energia cinetica associata alle molecole che compongono il sistema (ovvero l'energia interna del sistema). Dal momento che la differenza $Q - L$ dipende unicamente dallo stato iniziale A e dallo stato finale B, cioè è una funzione di stato, a questa grandezza $Q - L$ possiamo associare una grandezza che fisica che prende il nome di energia interna.

Possiamo enunciare in definitiva il I principio della termodinamica nella sua forma completa:

$$Q - L = \Delta U$$

In una trasformazione termodinamica, la quantità di calore scambiata da un sistema si trasforma parte in lavoro e parte in variazione di energia interna dei corpi interessati alla trasformazione

Questo principio è una generalizzazione del principio di conservazione dell'energia esteso ai fenomeni che includono trasformazioni termodinamiche.

Analizziamo ora analiticamente il Lavoro e la quantità di calore in una trasformazione termodinamica

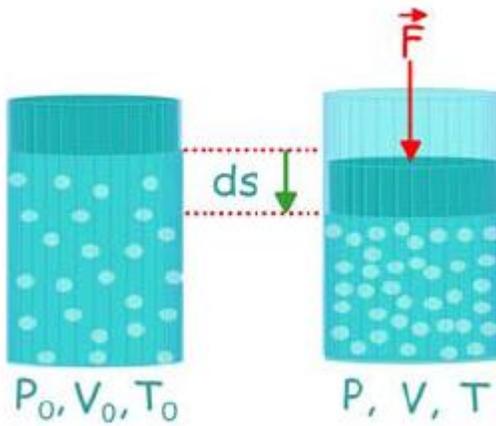
Quando un sistema passa da uno stadio di equilibrio ad un altro, si dice che avviene una trasformazione termodinamica: si distingue tra *trasformazioni reversibili*, ovvero quelle trasformazioni che consentono di essere ripercorse in senso inverso (si ritorna precisamente al punto di partenza, ripercorrendo all'indietro gli stessi passi dell'andata), e *trasformazioni irreversibili*, ovvero quelle trasformazioni che, se ripercorse all'indietro, non faranno ritornare al punto iniziale, ma ad uno

diverso. Perché una trasformazione sia reversibile è necessario che essa avvenga abbastanza lentamente da permettere al sistema di termalizzare (il sistema deve passare attraverso infiniti stati di equilibrio termodinamico). Le trasformazioni termodinamiche possono essere anche dei seguenti tipi:

- *Isobare*: se la pressione si mantiene costante;
- *Isocore*, se il volume si mantiene costante (e il lavoro scambiato tra sistema ed esterno è dunque nullo);
- *Isoterme*, se la temperatura si mantiene costante;
- *Adiabatiche*, se il calore totale scambiato è nullo;
- *Isoentropiche*, o *adiabatiche reversibili*, se la variazione di entropia è nulla;

Il lavoro in una trasformazione termodinamica

Consideriamo un gas perfetto in equilibrio (per il quale abbia cioè senso parlare di densità, pressione, volume e temperatura del gas) contenuto all'interno di un cilindro di area A munito di un pistone mobile.



Quando il pistone si sposta di una quantità infinitesima ds , si compie un lavoro elementare $dL = F ds$. Ma, tenendo conto della definizione di pressione, sappiamo che $F = p A$ e poiché $A ds = dV$ è la variazione infinitesima di volume si può scrivere:

$$dL = p dV$$

Il lavoro elementare è una grandezza con segno: nella fase di espansione il gas compie un lavoro positivo contro le forze esterne ($dV > 0$); durante la fase di compressione il lavoro è negativo mentre sono le forze esterne che comprimono il gas a compiere un lavoro positivo.

Se il gas si trova in equilibrio la pressione è la stessa in tutti i suoi punti, pertanto il riferimento al pistone è da considerare solo come una semplificazione di immagine utile alla comprensione, ma la relazione ha invece validità del tutto generale:

quando un gas perfetto in equilibrio subisce una variazione di volume elementare, durante tale variazione di volume il gas compie un lavoro elementare pari al prodotto della pressione di equilibrio per la corrispondente variazione di volume.

Se non facciamo riferimento a trasformazioni infinitesime la relazione appena trovata diventa

$$L = p \cdot \Delta V$$

L'energia interna di un gas perfetto

Il gas perfetto è il sistema termodinamico più semplice e la sua energia interna può essere determinata molto facilmente perché se non si prende in esame la energia di massa, avendo escluso la presenza di interazioni a distanza tra le molecole, la energia interna si riduce alla energia cinetica dei movimenti molecolari.

Pertanto scriveremo per l'energia interna del sistema:

$$U = \epsilon_{k1} + \epsilon_{k2} + \dots + \epsilon_{kN}$$

dove $\epsilon_{k1}, \epsilon_{k2}, \dots, \epsilon_{kN}$ sono le energie cinetiche delle singole molecole.

Ma, in base alla definizione di valor medio, $\epsilon_{k1} + \epsilon_{k2} + \dots + \epsilon_{kN} = N\bar{\epsilon}_k$

mentre sulla base del modello cinetico si ha $\bar{\epsilon}_k = \frac{3}{2}k_B T$;

pertanto potremo scrivere:

$$U = N \cdot \bar{\epsilon}_k = \frac{3}{2}Nk_B T = \frac{3}{2}n_m RT$$

L'energia interna di un gas perfetto è completamente determinata dalla sua temperatura assoluta e non dipende dalla particolare trasformazione seguita per raggiungere lo stato considerato.

Di conseguenza anche la variazione di energia interna nel passare da uno stato iniziale a temperatura T_1 ad uno stato finale a temperatura T_2 , è determinata solo dai due stati e non dal tipo di trasformazione con cui si è passati da uno all'altro.

In particolare:

$$U_2 - U_1 = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}Nk_B(T_2 - T_1)$$

Le principali trasformazioni del gas perfetto

LA TRASFORMAZIONE A VOLUME COSTANTE O ISOCORA

Una trasformazione che avvenga a volume costante è detta *isocora*¹. Dalla equazione di stato dei gas perfetti segue che *in una trasformazione isocora la pressione del gas è proporzionale alla temperatura assoluta* e pertanto si determina una proporzionalità diretta tra variazioni di pressione e corrispondenti

variazioni di temperatura: da $pV = n_m R T$ si ha:

$$\Delta p V = n_m R \Delta T$$

Poiché $\Delta V = 0$ il gas non compie lavoro pertanto, *durante una trasformazione isocora il calore fornito ad un gas è completamente utilizzato per modificarne l'energia interna*. Applicando il I principio della termodinamica si ha:

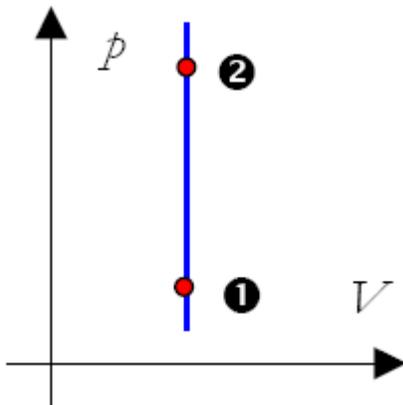
$$Q_V = U_2 - U_1$$

Nel caso del gas perfetto possediamo una relazione che collega l'energia interna con la temperatura e possiamo pertanto determinare il calore specifico:

$$n_m C_V \Delta T = \frac{3}{2} n_m R \Delta T$$

Da cui

$$C_V = \frac{3}{2} R$$



trasformazione isocora

- $\mathcal{L} = 0$
- $Q = \Delta U$
- $\Delta p V = n R \Delta T$
- $c_V = \frac{3}{2} R$

Tutti i gas dal comportamento assimilabile ad un gas perfetto hanno lo stesso calore specifico molare a volume costante e tale valore è legato in maniera molto semplice alla costante dei gas perfetti.

Ciò significa che, indipendentemente dal peso molecolare del gas considerato, bisogna fornire la stessa quantità di energia ad un eguale numero di molecole per ottenere lo stesso aumento di temperatura. Tale previsione risulta essere in ottimo accordo con i dati sperimentali in un intervallo di

¹ Dal greco *ισος* = *stesso* e *χωρα* = volume

temperature molto ampio e costituisce pertanto una buona corroborazione del modello di gas perfetto che abbiamo avanzato nella teoria cinetica.

Poiché l'energia interna dipende esclusivamente dalla temperatura, tutte le volte che è nota la variazione di temperatura di un gas perfetto, qualsiasi sia la trasformazione che ha realizzato tale variazione, è anche nota la corrispondente variazione di energia interna.

Consideriamo infatti una trasformazione qualsiasi che corrisponda alla variazione di temperatura ΔT . Poiché l'energia interna è una funzione di stato che dipende esclusivamente dalla temperatura essa può essere calcolata riferendosi ad una corrispondente trasformazione a volume costante che si riferisca allo stesso salto termico e pertanto si avrà che:

$$\Delta U = Q_v = n_m C_v \Delta T$$

mentre il bilancio energetico della trasformazione si scriverà:

$$n_m C_v \Delta T = Q - L = n_m C \Delta T - L$$

o anche, separando il lavoro:

$$L = n_m (C - C_v) \Delta T$$

dove C rappresenta il calore specifico relativo alla generica trasformazione considerata.



lattina di spray su fonte di calore

V = costante

Q > 0

$\Delta E_{int} > 0$

aumenta **temperatura**

aumenta **pressione**

lattina esplose !

LA TRASFORMAZIONE A PRESSIONE COSTANTE O ISOBARA



Si chiama *isobara* quella trasformazione che avviene a pressione costante. Dalla equazione di stato dei gas perfetti segue che *in una trasformazione isobara il volume del gas è proporzionale alla temperatura assoluta* e pertanto si determina una proporzionalità diretta tra variazioni di volume e corrispondenti

variazioni di temperatura: da $pV = nmRT$ si ha:

$$p \Delta V = nm R \Delta T$$

La determinazione del lavoro, in questo caso, è molto semplice; infatti se $p = \text{costante}$:

$$L_p = p \Delta V = nm R \Delta T$$

che, sul diagramma p - V corrisponde all'area del rettangolo.

PROBLEMA

Una pompa per biciclette, con la valvola di uscita chiusa, contiene 98 cm^3 di aria alla pressione di $1,4 \times 10^5 \text{ Pa}$.

► Quale diventa il volume della stessa quantità d'aria se, mantenendo la temperatura costante, aumentiamo la pressione fino a $2,3 \times 10^5 \text{ Pa}$?

$p_1 = 1,4 \times 10^5 \text{ Pa}$
 $p = 2,3 \times 10^5 \text{ Pa}$
 $V = ?$

$V_1 = 98 \text{ cm}^3$

Strategia e soluzione

- Siccome la temperatura del gas rimane costante, possiamo utilizzare la legge di Boyle (formula (8))

$$pV = p_1V_1.$$

- Dividendo i due membri della formula precedente per p ricaviamo

$$V = \frac{p_1V_1}{p} = \frac{1,4 \times 10^5 \text{ Pa} \times 9,8 \times 10^{-5} \text{ m}^3}{2,3 \times 10^5 \text{ Pa}} = 6,0 \times 10^{-5} \text{ m}^3.$$

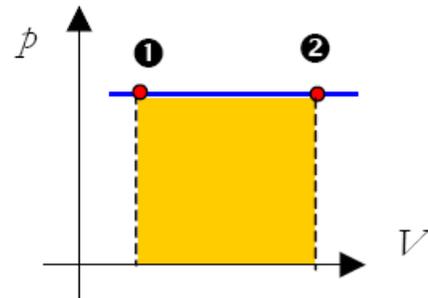
Quindi, alla fine l'aria presente nella pompa occupa un volume di 60 cm^3 .

Discussione

Visto che la pressione aumenta (diventa $2,3/1,4 = 1,6$ volte più grande), il volume occupato dall'aria diminuisce in proporzione (diventa $9,8/6,0 = 1,6$ volte più piccolo).

DOMANDA

- ▶ A quale pressione l'aria contenuta nella pompa occupa (sempre a temperatura costante) un volume di 75 cm^3 ?

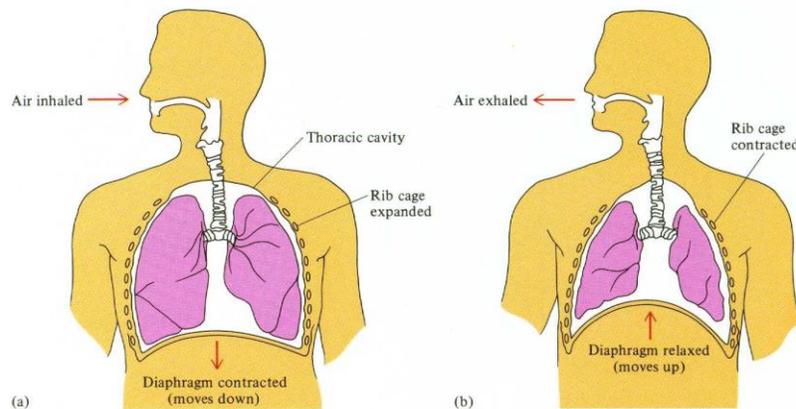


trasformazione isobara

- $\mathcal{L} = p \Delta V = n_m R \Delta T$
- $Q_p = n_m c_p \Delta T$

Fisica e realtà

La legge di Boyle e la respirazione



Il movimento di aria dall'esterno all'interno del polmone e viceversa, è assicurato da un gradiente pressorio che si crea tra l'esterno (p atmosferica) e l'interno del polmone (p alveolare).

Per la Legge di **Boyle** $pV=K$ la P alveolare si modifica attraverso cambiamenti del volume polmonare.

Inspirazione: aumenta il volume del polmone e diminuisce la Pressione alveolare, l'aria entra.

Espirazione: diminuisce il volume del polmone, aumenta la Pressione alveolare atmosferica, l'aria esce.

LA RELAZIONE DI MAYER

Sfruttando la facilità di calcolo del lavoro è possibile ricavare una interessante relazione tra i calori specifici molari a pressione e a volume costante di un gas perfetto.

In effetti, nel corso di una trasformazione isobara si ha, per definizione di calore specifico:

$$Q_p = n_m C_p \Delta T$$

Ma, applicando il primo principio della termodinamica, si ottiene:

$$Q_p - L_p = \Delta U \Leftrightarrow n_m C_p \Delta T - n_m R \Delta T = n_m C_v \Delta T$$

da qui, semplificando, ed isolando i calori specifici molari:

$$C_p - C_v = R$$

Questa relazione, nota come relazione di Mayer è particolarmente significativa perché è indipendente da ogni modello di gas e discende esclusivamente dalla equazione del gas perfetto e dal primo principio della termodinamica.

In effetti la sostanza dei ragionamenti che hanno portato Mayer alla formulazione del primo principio è basata sul processo inverso: dalla relazione appena trovata nota sperimentalmente si arriva a stabilire la equivalenza tra calore e lavoro e a determinare l'equivalente meccanico della caloria.

Dalla relazione di Mayer, se è noto C_v si può immediatamente determinare C_p . Per il gas perfetto il valore di C_v è stato determinato in precedenza e vale $3/2 R$, pertanto si ha che:

$$C_p = C_v + R = \frac{5}{2}R$$

Come si vede nel caso di una trasformazione isobara è necessario molto più calore per determinare lo stesso aumento di temperatura e ciò è evidente perché nei due casi la energia interna cambia della stessa entità, ma nella espansione isobara si ha anche produzione di lavoro, cosa che non accade nella trasformazione isocora.

Il rapporto dei calori specifici molari a pressione costante e a volume costante è detto *rapporto dei calori specifici*, o anche *esponente adiabatico*² e si indica con γ :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Se si divide per C_v la relazione di Mayer si ottiene una formulazione equivalente:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v}$$

e dato il valore di C_v si ha il valore di γ per il gas perfetto che risulta pari a:

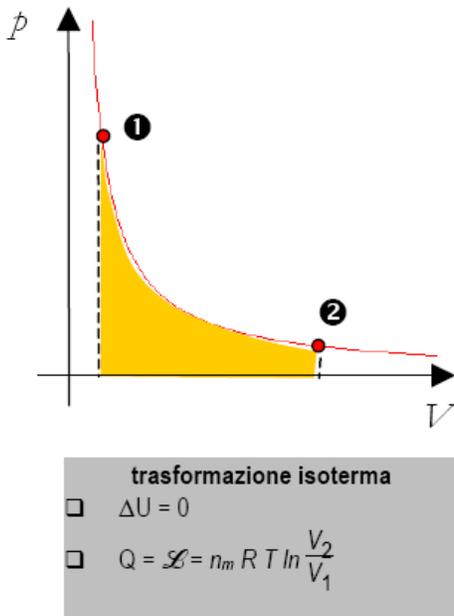
$$\gamma = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \approx 1.67$$

LA TRASFORMAZIONE ISOTERMA

Si chiama *isoterma* quella trasformazione che avviene a temperatura costante. Dalla equazione di stato dei gas perfetti segue che *in una trasformazione isoterma il volume e la pressione del gas sono inversamente proporzionali*.

² La trasformazione adiabatica avviene senza scambio di calore con l'esterno come ci dice l'etimologia della parola $\alpha \delta \acute{\iota} \alpha \beta \alpha \acute{\iota} \omega$ che letteralmente significa "che non attraversa"

Il lavoro durante una trasformazione isoterma è rappresentato graficamente dall'area racchiusa sotto il diagramma p - V che è rappresentato da una iperbole equilatera³. Ma tale area non è determinabile con metodi elementari.



Pertanto, l'area del diagramma p - V , essendo $p = \frac{nRT}{V}$

Risulta essere $nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$

Possiamo pertanto concludere che

$$L = nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$$

LE TRASFORMAZIONI ADIABATICHE

Si chiama *trasformazione adiabatica* quella, durante la quale, non si hanno scambi di calore con l'ambiente. Poiché $Q_{ad} = 0$ ne segue dalla definizione che il calore specifico vale 0 e si scrive $c_{ad} = 0$. Affinché una trasformazione possa essere adiabatica è necessario che il gas sia termicamente isolato, cioè racchiuso in qualche strato isolante (come per esempio un *vaso Dewar*). Un altro metodo è quello di compiere la trasformazione abbastanza rapidamente in modo che non ci sia il tempo necessario allo scambio termico tra il gas e l'ambiente e ciò è realistico perché gli scambi termici sono molto più lenti delle compressioni e dilatazioni ma in questo caso la trasformazione non si svolge attraverso una successione di stati di equilibrio e la trasformazione non può essere rappresentata in diagramma.

³ In analisi matematica si dimostra che l'area racchiusa dal diagramma della funzione $y = 1/x$ (iperbole equilatera) vale $\sigma = \ln x_2/x_1$

Durante l'espansione adiabatica il gas compie lavoro a spese della propria energia interna (poiché non si ha scambio termico con l'ambiente) e, per converso, durante la compressione l'energia interna aumenta. Poiché l'energia interna è completamente determinata dalla temperatura, ne consegue che *durante una trasformazione adiabatica la temperatura aumenta in compressione e diminuisce in espansione.*

Questo principio è largamente applicato in pratica. Se si apre la valvola di una bombola contenente anidride carbonica (alla pressione di circa 40 atm) il gas si espande adiabaticamente e la sua temperatura scende bruscamente sino a 80 °C sotto lo zero; una parte del gas cristallizza in una polvere bianca simile a neve. Questa sostanza viene poi compressa a formare il cosiddetto *ghiaccio secco*.

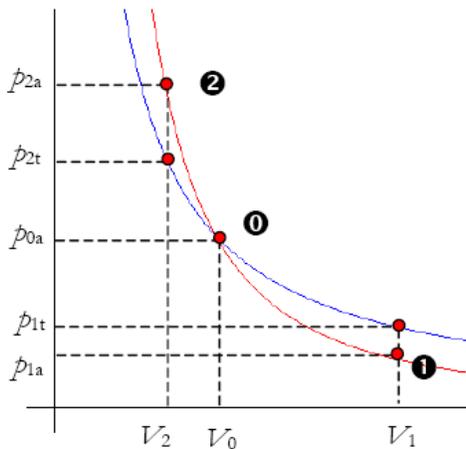
Il funzionamento dei motori diesel a combustione interna si basa su di una rapida compressione adiabatica dell'aria nel cilindro del motore fino a farle raggiungere la temperatura di 500÷600 °C. Ciò provoca la autoaccensione del combustibile liquido che viene iniettato nel cilindro proprio al termine della compressione.

Poiché non si hanno scambi di calore, nel calcolo del lavoro bisogna porre $Q_{ad} = 0$ nella I legge della termodinamica e dunque avremo che:

$$L_{ad} = \Delta U = n_m C_v \Delta T$$

Nel caso del gas monoatomico si sostituirà C_v con il valore di $3/2 R$ già determinato.

Vediamo ora come cambia la pressione del gas al variare del volume durante una adiabatica e disegniamone il grafico sugli assi pV . Consideriamo uno stato caratterizzato da p_0 , V_0 e T_0 ed eseguiamo una espansione sino a volume V_1 .



trasformazione **adiabatica in rosso** a confronto con la **isoterma in blu**

trasformazione adiabatica

- $Q = 0$
- $\mathcal{L} = \Delta U$
- $pV^\gamma = \text{costante}$

Se il gas si espande isotermicamente la sua pressione diventa $p_{1i} = p_0 V_0 / V_1$. Invece se l'espansione è adiabatica la pressione cade molto più rapidamente perché nella trasformazione adiabatica diminuisce anche la temperatura. Sempre dal diagramma si vede che, in fase di espansione, il lavoro adiabatico è inferiore a quello isotermico, mentre in fase di compressione accade il contrario per il lavoro delle forze esterne.

La equazione che fornisce il legame tra pressione e volume nelle trasformazioni adiabatiche è nota come *equazione di Poisson* ed è determinabile applicando considerazioni di analisi matematica alla legge della

termodinamica ed alla equazione dei gas perfetti.

Così facendo si dimostra che:

$$pV^\gamma = \text{costante}$$

La equazione di Poisson, tenuto conto della equazione del gas perfetto si può anche scrivere nelle forme equivalenti:

$$TV^{\gamma-1} = \text{costante}$$

O anche

$$p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{costante}$$

Esercizi

Equivalenza lavoro-calore

Es. n°1

Si esprima in Joule ed in Kcal la quantità di calore necessaria per portare da 10°C a 150°C un cubetto di alluminio di spigolo 8,0cm

R:41,5Kcal; $1,74 \cdot 10^4 \text{J}$

Es. n°2

Un proiettile di ferro ($c_{Fe} = 0.113 \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg}^\circ\text{C}}$) di massa $m=15\text{g}$ che si muove con velocità $v=200\text{m/s}$ si conficca in un albero. Si calcoli la variazione di temperatura del proiettile nell'ipotesi che il 40% dell'energia posseduta si trasformi in quantità di calore

R:16,8°C

Es. n°3

In un dispositivo di Joule due masse $m_1+m_2=60\text{Kg}$ vengono fatte cadere da un'altezza di 25 metri. Cadendo le masse mettono in rotazione le palette all'interno di un recipiente contenente 200g di acqua. Si calcoli la variazione di temperatura dell'acqua nell'ipotesi che vi sia una dispersione del 20%

R:60%

Es. n°4

In una cascata l'acqua cade da un'altezza di 70 metri. Nell'ipotesi che il 60% dell'energia posseduta si trasformi in calore si calcoli la variazione di temperatura subita dall'acqua a seguito della caduta

$\Delta T=0,1^\circ\text{C}$

Es. n°5

Un treno di massa $m=500\text{ton}$ si muove alla velocità di 108Km/h. si calcoli il calore prodotto dai freni quando la velocità viene ridotta a 54Km/h

R: $4,0 \cdot 10^7 \text{J}$

Lavoro in una trasformazione termodinamica

Es. n°6

Un gas chiuso dentro un recipiente cilindrico con un coperchio a pistone scorrevole ha un volume di 5dm^3 e una pressione uguale alla pressione atmosferica $1.013 \cdot 10^5 \text{Pa}$. il gas riscaldato si espande fino ad occupare un volume di 7dm^3 . Quanto lavoro compie sull'ambiente esterno?

R:L=202,6J

Es. n°7

Un recipiente chiuso con pistone scorrevole contiene 20dm^3 di elio alla pressione di $2 \cdot 10^5 \text{Pa}$. L'ambiente esterno compie sul gas un lavoro di 3000J abbassando il pistone mentre la pressione rimane costante. Qual è il volume finale occupato dal gas?

$$R: V_2 = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{m}^3$$

Es. n°8

Un gas inizialmente alla pressione $p=5,0\text{atm}$ e volume $V_1=1,8\text{l}$ si espande a pressione costante finché il suo volume raggiunge $V_2=4,8\text{l}$. Si calcoli il lavoro compiuto dal gas

$$R: L=1519,15\text{J}$$

Es. n°9

Un gas segue una trasformazione AB che lo fa espandere dal volume di 1 litro a quello di 5 litri. Viene poi riportato nello stato A seguendo la trasformazione CBA oppure la trasformazione BDA. Si determini:

- Il lavoro eseguito lungo AB
- Il lavoro lungo BDA

$$R: 1013\text{J}; -1620,8\text{J}; -405,2\text{J}$$

Il I principio della termodinamica**Es. n°10**

Un sistema termodinamico assorbe una quantità di calore $Q=2,0\text{Kcal}$ mentre compie un lavoro $L=1200\text{J}$. Si calcoli la variazione di energia interna.

Es. n°11

Un gas compresso compiendo su di esso un lavoro $L=2400\text{J}$. Contemporaneamente al gas viene sottratta una quantità di calore $Q=2,8\text{Kcal}$. Si calcoli la variazione di energia interna

Es. n°12

Una mole di gas perfetto a $p_1=2,0\text{atm}$ e $V_1=25,0$ litri viene portato a $p_2=2p_1$ e $V_2=2V_1$. Si determini il lavoro eseguito lungo le trasformazioni in figura. Dopo aver verificato che il lavoro seguito dipende dal tipo di trasformazione subito si calcoli:

- U_B nell'ipotesi che sia $U_A=3,5 \cdot 10^4\text{J}$ e $Q_{ADB}=6,0\text{Kcal}$;
- La quantità di calore scambiata lungo ACB

Es. n°13

Un sistema termodinamico subisce una trasformazione nella quale viene eseguito su di esso un lavoro $L=1200\text{J}$ mentre viene sottratta una quantità di calore $Q=6100\text{J}$. Si calcoli la variazione di energia interna.

Es. n°14

Un sistema termodinamico subisce una trasformazione nella quale l'energia interna aumenta di 680J e viene eseguito un lavoro $L=-2350\text{J}$. Si calcoli la quantità di calore scambiata nella trasformazione

Es. n°15

Un sistema termodinamico assorbe una quantità di calore $Q=24\text{Kcal}$ e contemporaneamente la sua energia interna aumenta di $1,3 \cdot 10^5\text{J}$. Si determini il lavoro eseguito durante la trasformazione.

Es. n°16

Una mole di gas perfetto biatomico assorbe una quantità di calore $Q = 800\text{J}$ nel corso di un processo di espansione che fa variare il volume dal valore $V_0 = 2\text{l}$ al valore $V_1 = 3\text{l}$. Sapendo che la pressione finale è uguale alla pressione iniziale $P_0 = 1\text{atm}$ determinare la variazione di energia interna ed il lavoro relativo alla trasformazione.

Es. n°17

Una mole di un gas perfetto monoatomico passa da uno stato iniziale caratterizzato da $p_1=2,0\text{atm}$ e $V_1=0,8\text{m}^3$ ad uno stato finale con $p_2=2,4\text{atm}$ e $V_2=1,0\text{m}^3$. Si calcoli la variazione ΔU dell'energia interna.

Es. n°18

Due moli di gas perfetto biatomico si espandono reversibilmente secondo una trasformazione rappresentata nel piano V ; P da un segmento di retta. Le coordinate iniziali e finali sono $V_0 = 1$ l, $P_0 = 1,5$ atm, $P_1 = 0,5$ atm, $V = 4$ l. Calcolare la quantità di calore netta scambiata dal gas

Es. n°19

Una quantità pari a $n = 3$ moli di gas perfetto, inizialmente alla temperatura $T_0 = 273^\circ\text{K}$ è portata con una trasformazione isoterma reversibile ad occupare un volume pari a $N = 5$ volte il volume iniziale. Successivamente il gas è portato con una trasformazione isocora reversibile ad una pressione uguale a quella iniziale. Nota la quantità totale di calore $Q = 8 \times 10^5$ J assorbito durante le due trasformazioni, calcolare il rapporto $\gamma = c_p/c_v$ del gas.

Es. n°20

Due moli di un gas perfetto monoatomico subiscono una trasformazione ideale a volume costante $V=35$ litri nella quale la pressione passa da 1,2 atm a 1,6 atm. Si calcoli:

- La variazione di energia interna
- La quantità di calore scambiata

Es. n°21

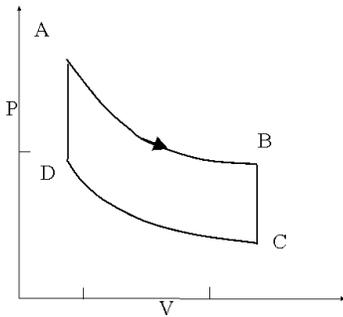
Alla temperatura T_0 e alla pressione p_0 una certa quantità di idrogeno (gas biatomico, ideale) occupa un volume V_0 . Ad un certo istante il gas viene messo a contatto con una sorgente di calore ad una certa temperatura. Se si aspetta un tempo sufficientemente lungo, il volume del gas raddoppia mentre la pressione rimane eguale. Determinare la temperatura finale del gas e la variazione di energia interna del gas. (dati del problema $T_0=0^\circ\text{C}$, $p_0=10^5\text{Pa}$, $V_0=0.0015\text{m}^3$)

Es. n°22

Una mole di un gas perfetto biatomico si espande adiabaticamente (reversibilmente) fino ad occupare un volume doppio di quello iniziale determinare la temperatura finale e il lavoro fatto. (dati del problema temperatura iniziale $T_1=127^\circ\text{C}$)

Es. n°23

Un ciclo di Stirling consiste di due isoterme a temperatura T_1 e T_2 e due isocore a volume V_A e l'altra a volume V_B . Il ciclo viene eseguito da un gas monoatomico con quindi capacità molare a volume costante pari a $c_v=3/2R$. Immaginando che il ciclo venga percorso per stati di equilibrio termodinamico ed in particolare che le due isoterme siano reversibili.



Determinare il rendimento del ciclo:

- Nel caso che le isocore siano reversibili.
- Nel caso che vi siano due sole sorgenti di temperatura.
- Nel caso vi sia una sorgente di calore a temperatura intermedia tra T_1 e T_2 .

(dati del problema $T_1=310\text{K}$, $T_2=500\text{K}$, $V_A=0,002\text{m}^3$, $V_B=0.004\text{m}^3$,)

Es. n°24

Determinare il volume occupato da $m = 10$ g di ossigeno (peso molecolare $M = 32$ g/mole) alla pressione di 1 atm e alla temperatura di 480°K.

(R: 12.3 l)

Es. n°25

Calcolare la variazione di energia interna di un sistema termodinamico che compie un lavoro $L = 150$ J e assorbe 50 cal.

(R: 59.3 J)

Es. n°26

Una massa $m = 8$ g di gas perfetto occupa un volume $V = 20.5$ l alla pressione $P = 0.7$ atm e alla temperatura $T = 350$ °K. Trovare il peso molecolare del gas.

(R: 16 g/mole)

Es. n°27

Una certa quantità di gas monoatomica, inizialmente a pressione $p_1 = 24.3$ atm e a temperatura $T_1 = 900$ °K si espande adiabaticamente e quasi-staticamente finché la pressione raggiunge un valore $p_2 = 3.2$ atm. Calcolare la temperatura finale.

(R: 400°K)

Es. n°28

Una certa quantità di gas reale, inizialmente a volume $V_1 = 2$ l e a pressione $p_1 = 1.5$ atm compie una trasformazione quasi-statica espandendosi a pressione costante fino ad un volume $V_2 = 10$ l. Calcolare il lavoro compiuto dal gas.

(R: 12 l · atm)

Es. n°29

Una massa $m = 5$ g di idrogeno (peso molecolare $M = 2$ g/mole) alla temperatura di $T = 300$ °K occupa un volume $V = 50$ l. Determinare la pressione del gas.

(R: 1.2 atm)

Es. n°30

Calcolare, in Joule, il lavoro compiuto da una mole di gas perfetto che si espande isobaricamente e quasi-staticamente da uno stato iniziale a temperatura $t_1 = 10$ °C ad uno stato finale a temperatura $t_2 = 110$ °C.

(R: 831 J)

Es. n°31

Calcolare il volume finale di una certa quantità di gas perfetto monoatomico che, inizialmente a volume $V = 25$ l, compie un'espansione adiabatica, quasi-statica, passando dalla temperatura $t_1 = 807$ °C alla temperatura $t_2 = 477$ °C.

(R: 43.2 l)

Es. n°32

Calcolare il lavoro compiuto da 5 moli di idrogeno che eseguono una trasformazione quasi-statica isoterma, alla temperatura di $T = 300$ °K fino a raddoppiare il volume finale.

(R: 85.3 l · atm)

Es. n°33

Una certa quantità di gas perfetto biatomico, inizialmente in uno stato A di volume $V_A = 3$ l e pressione $P_A = 2$ atm, si espande a pressione costante fino ad uno stato B, quindi viene compressa prima isotermicamente fino ad uno stato C e poi adiabaticamente fino ad uno stato D di volume uguale a quello iniziale e pressione $P_D = 3.8$ atm. Calcolare la variazione di energia interna del gas.

(R: 13.5 l · atm)

Es. n°34

Una massa $m = 10$ g di Argon (peso molecolare $M = 40$ g/mole) è inizialmente in uno stato A di pressione $P_A = 3$ atm e temperatura $T_A = 300$ °K. calcolare la variazione di energia interna, il lavoro compiuto e il calore assorbito se il gas viene portato in uno stato B di pressione $P_B = 1$ atm e temperatura $T_B = 600$ °K mediante le seguenti coppie di trasformazioni quasi-statiche:

- 1) da A a C a pressione costante e da C a B a volume costante;
- 2) da A a D a volume costante e da D a B a pressione costante;

- 3) da A ad E a temperatura costante e da E a B a pressione costante;
 4) da A a F a volume costante e da F a B a temperatura costante.
 trattando l'Argon come un gas perfetto monoatomico.

Es. n°35

Una certa quantità di ossigeno compie il ciclo ABC costituito dalle trasformazioni AB (isocora), BC (isoterma), CA (isobara). Considerando l'ossigeno come gas perfetto biatomico e sapendo che $P_A = 1 \text{ atm}$, $P_B = 2 \text{ atm}$, $V_A = 2 \text{ l}$, $V_C = 4 \text{ l}$ calcolare il calore scambiato nelle singole trasformazioni e il lavoro compiuto dal gas in un ciclo.

(R: 5, 2.8, $-7 \text{ l} \cdot \text{atm}$, $0.8 \text{ l} \cdot \text{atm}$)

Es. n°36

Una certa quantità di gas è chiusa in un cilindro, posto in aria, che non consente scambi di calore con l'esterno. Il cilindro è chiuso ad un'estremità da un pistone, libero di muoversi. Se il gas assorbe una quantità di calore pari a $4,8 \cdot 10^4 \text{ J}$, il suo volume aumenta da $2 \cdot 10^5$ a $3,8 \cdot 10^5 \text{ cm}^3$

Calcolare :

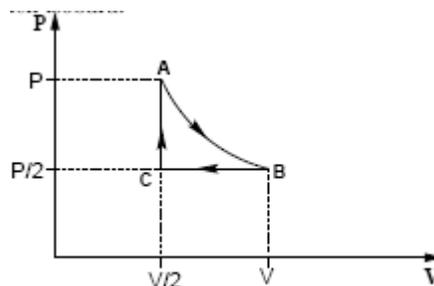
- il lavoro compiuto (o assorbito) dal gas;
- la variazione di energia interna del gas.

Es. n°37

Quattro moli di gas perfetto monoatomico eseguono un ciclo, composto da un'espansione isoterma, una compressione isobara ed una trasformazione isocora. Sapendo che la temperatura

dell'isoterma è 320 K e che durante l'isobara il volume dimezza, calcolare :

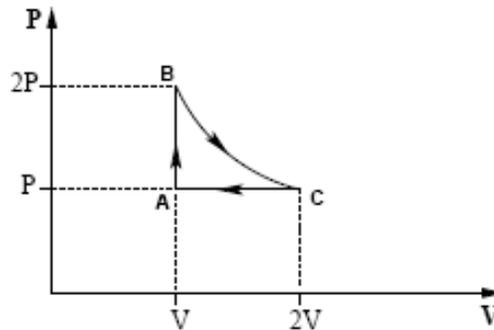
- il lavoro del ciclo;
- il calore scambiato nell'isoterma;
- il calore scambiato nell'isobara.

**Es. n°38**

Una mole di un gas ideale monoatomico ha inizialmente una temperatura di 300 K. Esso viene riscaldato in maniera isocora fino ad una temperatura di 600 K, poi viene sottoposto ad una espansione isoterma fino alla sua pressione iniziale

e infine viene compresso in maniera isobara fino allo stato iniziale. Tutte le trasformazioni sono reversibili. Dopo aver disegnato il ciclo nel piano PV, si calcolino:

- il calore complessivo scambiato dal gas nel ciclo;
- il calore assorbito dal gas durante il ciclo;

**Es. n°39**

Tre moli di un gas monoatomico, approssimabili ad un gas perfetto, che si trovano inizialmente alla pressione di 4 atm e occupano il volume 25 litri, compiono una trasformazione NON reversibile, assorbendo 22 KJ di calore. Lo stato finale ha la stessa pressione di quello iniziale e volume doppio. Calcolare :

- la temperatura finale del gas;
- il lavoro fatto o subito dal gas nella trasformazione;

Es. n°40

Due moli di un gas monoatomico, approssimabili ad un gas perfetto, che si trovano inizialmente alla pressione di 3 atm e occupano il volume di 16 l, compiono una trasformazione isobara reversibile, assorbendo 1200 J di calore. Calcolare :

- la temperatura finale del gas;
- la variazione di energia interna del gas;
- il lavoro fatto o subito dal gas nella trasformazione;

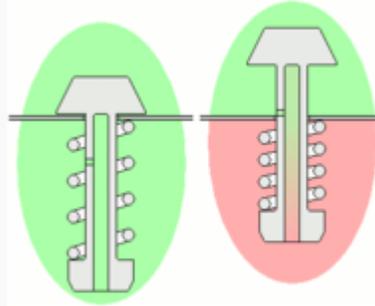
FISICA E REALTA'**La pentola a pressione**

La **pentola a pressione** è un utensile da cucina che permette una cottura accelerata grazie alle alte temperature che possono generarsi al suo interno. L'introduzione di questo sistema è da attribuire a prototipi dell'inventore francese Denis Papin (1679).

Il principio di una pentola a pressione

L'idea della pentola a pressione si basa su un principio basilare della fisica: il punto di ebollizione dell'acqua non è sempre a 100° C. In alta montagna, dove la pressione dell'aria è più bassa, l'acqua è in grado di bollire a

temperature minori. Viceversa, se la pressione è particolarmente alta, l'acqua avrà bisogno di più di cento gradi per bollire.



Valvola di sicurezza in una pentola a pressione. Nell'immagine a sinistra, la pentola non è sotto pressione. Nell'immagine a destra, si noti l'innalzamento del perno, causato dalla pressione che ha schiacciato la molla (area colorata di rosa). L'innalzamento fa sì che il forellino possa spuntare fuori dal coperchio dalla pentola, permettendo ai gas di uscire.

In qualsiasi pentola tradizionale, l'ebollizione dell'acqua avviene ad una temperatura di circa 100°C , e non è possibile portare le pietanze ad una temperatura più alta di questa. All'ebollizione, infatti, l'acqua sottrae calore al cibo. È vero che chiudendo la pentola con un coperchio tradizionale si potranno sicuramente ridurre le perdite di calore, ma ciò non porterà mai ad un sensibile innalzamento della temperatura.

Con la pentola a pressione è invece possibile bloccare più o meno completamente la fuoriuscita di aria e vapore, sicché vi sarà al suo interno un aumento della pressione, la quale salirà a valori maggiorati, a partire da 2 bar (sarà dunque doppia rispetto a quella riscontrabile nell'atmosfera). Il punto di ebollizione dell'acqua, a questi livelli di pressione, sarà innalzato a valori di 120°C o superiori (raggiungendo tali temperature, le pietanze potranno cuocersi in tempi considerevolmente ridotti).

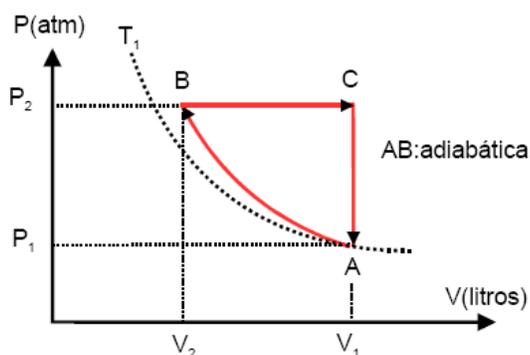
Per evitare pressioni e temperature troppo alte, la cottura è regolata da una valvola di sicurezza. È questa la principale innovazione tecnica sulla quale si basa la cottura a pressione. In caso di pressione eccessiva, la valvola si alzerà e permetterà che il vapore acqueo e goccioline d'acqua fuoriescano, così gradualmente la temperatura scenderà a cento gradi e la pressione si normalizzerà a quella ambiente. È facile, a questo punto, che molto vapore acqueo possa uscire di colpo e che l'intera cucina venga inondata di vapore.

Esercizi di ricapitolazione

Es. n°41

Due moli di un gas biatomico descrivono il ciclo in figura. Sapendo che $C_V = \frac{5}{2}R$; $p_1 = 2\text{atm}$; $p_2 = 4\text{atm}$; $T_1 = 300\text{K}$; $\gamma = 1,4$; AB è una trasformazione adiabatica, si calcoli:

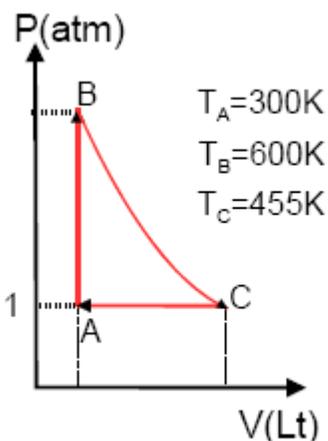
- Il valore delle variabili termodinamiche incognite negli stati A, B e C
- Il lavoro relativo a ciascuna trasformazione
- Il calore in ogni trasformazione
- La variazione di energia interna in ogni trasformazione

**Es. n°42**

Una macchina termica porta 1 mole di un gas ideale attraverso gli stati del ciclo mostrato in figura. Il processo AB avviene a volume costante, il processo BC è adiabatico e il processo CA avviene a pressione costante. Si consideri $C_p = \frac{5}{2}R$. Le temperature degli stati A, B e C si osservano in la figura.

- Se la pressione nello stato A è di 1 atmosfera, si calcolino la pressione e il volume negli stati B e C.
- Si calcoli il calore, la variazione di energia interna e il lavoro in ogni processo riempiendo la seguente tabella

		Magnitud física (en atmlt)		
		W (atmlt)	ΔU (atmlt)	Q (atmlt)
Proceso	AB			
	BC			
	CA			
	Suma en ciclo			

**Es. n°43**

Si consideri un dispositivo termodinamico composto da un cilindro adiabatico dotato di un pistone mobile che si muove verticalmente senza attrito. Il cilindro è rivestito di un materiale isolante che impedisce lo scambio di calore con l'esterno. All'interno del pistone vi sono 4 moli di Ossigeno che inizialmente occupano un volume di 5 litri alla pressione di 1 atmosfera (stato 1). Il gas subisce le seguenti trasformazioni:

Processo 1-2: si aumenta molto lentamente la pressione fino ad arrivare al triplo della pressione iniziale (stato 2)

Processo 2-3: a partire dallo stato 2 si rimuove il rivestimento isolante permettendo al sistema una espansione a temperatura costante fino allo stato 3

Processo 3-1: a partire dallo stato 3, si impedisce il sollevamento del pistone e si riporta il sistema allo stato 1

Con queste informazioni e sapendo che il calore specifico a volume costante per l'Ossigeno è $C_V = \frac{5}{2}R$ e supponendo che sia un gas ideale si calcoli:

- Si calcoli la temperatura nello stato 1; il volume e la temperatura nello stato 2 e la pressione nello stato 3
- Si disegni il diagramma pV del ciclo
- Si calcoli il calore scambiato dal sistema in ogni processo specificando se il calore è assorbito o ceduto.

Es. n°44

Una mole di un gas ideale compie un ciclo chiuso caratterizzato da tre processi:

- Una espansione isoterma a 300K variando la sua pressione da 5atm a 1atm;
 - Una compressione isobara;
 - Una trasformazione isocora che riporta allo stato iniziale
- si rappresenti in un piano pV il ciclo
 - si calcoli il volume massimo e il volume minimo occupato dal gas in ogni ciclo;
 - si calcoli il lavoro realizzato in ogni processo e il lavoro totale durante l'intero ciclo.

Es. n°45

Una mole di un gas ideale ($\gamma \approx 1.4$; $C_V = \frac{5}{2}R$) si trova alla temperatura iniziale $T_1 = 0^\circ\text{C}$, alla pressione $p_1 = 1\text{atm}$. Il gas viene riscaldato a volume costante fino alla temperatura $T_2 = 150^\circ\text{C}$ e successivamente espande adiabaticamente fino a che la sua pressione torna a quella iniziale. Successivamente si comprime a pressione costante fino al suo stato originario.

- Rappresentare il ciclo in un diagramma pV
- Calcolare la pressione p_2
- Calcolare la temperatura T_3 dopo l'espansione adiabatica
- Calcolare il calore assorbito e/o ceduto dal sistema durante ogni processo

Es. n°46

Un cilindro contiene 20 g di azoto compresso da un pistone su cui è posto un peso di 75 kg. La temperatura del gas è di 17°C . Il gas viene riscaldato isobaricamente fino a raggiungere la temperatura di 250°C . Supponendo di trascurare la pressione esterna, il peso del pistone e la capacità termica del cilindro si chiede di determinare: il lavoro compiuto dal gas, il calore fornito e la distanza percorsa dal pistone. Si assuma per l'azoto il calore specifico molare a pressione costante $C_p = 29.1 \text{ J/(K}\cdot\text{mol)}$ e un valore di coefficiente adiabatico $\gamma = 1.40$

Es. n°47

Un gas perfetto monoatomico si espande secondo una relazione di tipo lineare dallo stato (p_1, V_1) allo stato (p_2, V_2) . Determinare le relazioni che forniscono il lavoro compiuto, la variazione di energia interna e il calore fornito.

Es. n°48

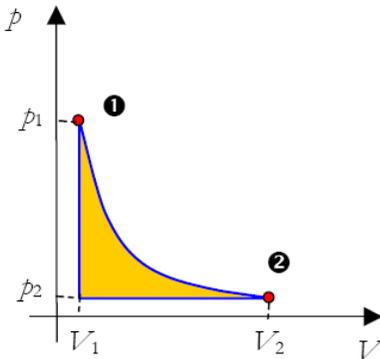
Una massa d'aria alla pressione atmosferica occupa un volume di 2.00 m^3 . Il gas viene compresso adiabaticamente sino ad $\frac{1}{4}$ del suo volume iniziale. Determinare la pressione finale e confrontarla con quella che si determinerebbe in una compressione isoterma. Determinare quindi il lavoro compiuto nei due casi. Si assuma per l'aria un coefficiente adiabatico pari a 1.40.

Es. n°49

Una trasformazione adiabatica di un gas perfetto ha origine nel punto iniziale (p_1, V_1, T_1) mentre il volume finale vale V_2 . Quanto vale il lavoro?

Es. n°50

Una trasformazione ciclica è composta da una espansione isoterma seguita da una compressione isobara e da un successivo riscaldamento isocoro. Sono noti il punto di partenza (p_1, V_1, T_1), il rapporto di compressione $\alpha = p_1/p_2$ e il calore specifico molare C_v del gas perfetto. Si chiede di determinare il lavoro compiuto durante il ciclo

**Es. n°51**

Vogliamo comprimere 1 litro di aria fino ad un volume di 1/2litro mantenendolo alla pressione costante di 1 atm.

- Quanto lavoro sarà in gioco e quale sarà il segno (cioè: siamo noi a compiere lavoro o è il gas a compierlo)?
- Se la temperatura iniziale dell'aria è di 20°C, qual è la temperatura finale?
- Se $c_v = 5$ cal/mole°C, di quanto varia l'energia interna dell'aria e quale è il segno della sua variazione?
- Quanto calore deve essere scambiato per comprimere il gas e da chi deve essere ceduto?

R: a) $L = -50$ J (lavoro compiuto dall'esterno sul gas); b) $T = -126,5^\circ\text{C}$; c) $\Delta U = 127,4$ J; d) 77,4 J

Es. n°52

Una mole di ossigeno viene riscaldata alla pressione costante di 1 atm da 10°C a 25°C.

- Quanto calore viene assorbito dal gas?
- Usando la legge dei gas perfetti calcolare la variazione di volume in questo processo.
- Quanto vale il lavoro compiuto dal gas durante l'espansione?
- Calcolare la variazione di energia interna del gas in questo processo.
- Quanto vale la capacità termica a volume costante (C_v) di una mole di ossigeno?
- Quanto vale la differenza fra la capacità termica a pressione costante (C_p) e quella a volume costante?

R: a) $Q = 104$ cal; b) $\Delta V = 1,23$ l; c) $L = 123$ J; d) $\Delta U = 313$ J; e) $C_v = 20,9$ J/mole K; f) R

Es. n°53

Un contenitore cilindrico riempito con ossigeno (O_2) è mantenuto chiuso da un pistone scorrevole di area $S = 10$ cm² di massa 2,5 kg.

- Quanto vale la pressione all'interno del cilindro?
- Quante moli e quanti grammi di ossigeno sono contenuti nel cilindro se inizialmente il pistone si trova ad una altezza dal fondo $h = 10$ cm e la temperatura del gas è di 27°C?
- Successivamente si riscalda il gas fornendogli una quantità di calore pari a 5 cal. Qual è la temperatura finale?
- Di quanto si alza il pistone e quanto lavoro compie il gas?

R: a) $P = 1,25$ atm; b) $n = 5,1 \cdot 10^{-2}$ moli, $m = 0,16$ g; c) $T_f = 170^\circ\text{C}$; d) $\Delta h = 4,77$ cm, $L_{\text{gas}} = 6$ J

Es. n°54

Un recipiente rigido di volume 50 litri contiene una mole di idrogeno ($PM(H_2) = 2$) alla temperatura di -73°C

- Quanto vale la pressione nel recipiente?
- Quanto valgono l'energia traslazionale media e la velocità media delle singole molecole?
- Di quanto aumentano la temperatura e la velocità media di traslazione delle molecole se la pressione del gas raddoppia?

Es. n°55

Un litro di aria alla pressione di 1 atm viene compresso in modo isoterma (a 20°C) fino al volume finale di 1/2 litro

- Quanto lavoro è richiesto?
- Quale è la pressione finale?
- Quale è la variazione di energia interna?
- Quanto calore viene fornito al gas?

Es. n°56

Un recipiente contiene gas O₂ alla pressione di 1 atm e alla temperatura di 27°C. Il volume del recipiente è di 2m³.

- Per quale valore della temperatura la pressione sarà raddoppiata se il volume rimane costante?
- Si calcolino il numero di moli ed il peso del gas contenuto nel recipiente.

Ris.: a) T = 327°C; b) n = 81,3 moli, m = 2,6 kg

Items a risposta aperta

- Cosa si intende per calore? Quale μ è la sua unità di misura?
- Si dia la definizione di calore specifico e se ne indichino le unità di misura.
- Si spieghi come mai, in generale, il calore specifico a pressione costante differisce dal calore specifico a volume costante.
- Come si definisce la capacità termica di un corpo?
- Quale è la definizione di calore latente di fusione?
- Come si enuncia il primo principio della termodinamica in generale?
- Quale interpretazione si dà in termodinamica delle forze di attrito e delle forze viscosse?
- Cosa si può dire dell'energia interna di un gas perfetto?
- L'energia interna di un corpo varia al variare della temperatura e dello stato di aggregazione dello stesso. Scrivete le relazioni che permettono di calcolare il cambiamento di energia interna nei due casi
- Si descriva, dal punto di vista energetico, un processo di cambiamento di stato e si dia la definizione di calore latente.
- Quale è la definizione di peso molecolare?
- Cosa afferma la legge dei gas perfetti? Quali sono le sue condizioni di applicabilità?
- Come viene definita la pressione parziale?
- Come viene definita la frazione molare?
- Come si enuncia la legge di Dalton per le miscele di gas?
- Si scrivano le ipotesi su cui si fonda la teoria cinetica dei gas e se ne commentino i risultati più importanti. In particolare:
 - si dica da quale parametro macroscopico (e secondo quale legge) dipende l'energia cinetica traslazionale di una molecola di gas perfetto
 - si spieghi come mai (e si specifichi quantitativamente) l'energia cinetica totale di una molecola di gas biatomico differisce da quella di un gas monoatomico
- Cosa si intende per temperatura? Quale μ è la sua interpretazione a livello microscopico?
- Come viene definita la costante di Boltzmann?
- Scrivere le relazioni che permettono di calcolare l'energia interna di un gas monoatomico e di un gas biatomico e giustificare la differenza sulla base della teoria cinetica dei gas.
- Come si calcolano la variazione di energia interna ed il calore assorbito da un gas perfetto rispettivamente nelle trasformazioni a P = cost e V = cost?
- Come si calcola in generale ed in particolare per una trasformazione a pressione costante, il lavoro fatto da un gas che si espande?
- Enunciate il primo principio della termodinamica e spiegate il significato delle grandezze coinvolte, con particolare riferimento al processo di fusione.
- Come dipendono le variazioni di energia interna di un gas dalla sua temperatura?

- 24) Che cosa si intende per calore specifico molare a pressione costante?
- 25) Quanto vale il calore specifico di un gas monoatomico?
- 26) Quali sono le definizioni di umidità relativa e umidità assoluta?