**Dipartimento di Bioscienze e Territorio – corso di studi in Scienze Biologiche**

**Programma di Matematica – Modulo II**

**Docente: Roberto Capone**

**Limiti e continuità delle funzioni reali di variabile reale.**

Premessa storica sulla nozione di limite. Elementi di topologia della retta numerica; nozione di punto di accumulazione; limite di una funzione reale di variabile reale con accumulazione al finito e all’infinito: definizioni e caratterizzazioni; significato geometrico. Verifiche dei limiti. Nozione di limite sinistro e limite destro. Teorema di unicità del limite (con dim). Nozione di continuità per una funzione reale di variabile reale; punti discontinuità e loro classificazione. Algebra dei limiti. Teorema sul limite di una funzione composta. Teorema della permanenza del segno (con dim.). Teorema dei carabinieri (con dim.). Operazioni con i limiti: teorema sul limite della somma di sue funzioni; teorema sul limite del prodotto; teorema sul limite di un quoziente; Forme indeterminate. Estensione del concetto di continuità alla somma, al prodotto, al quoziente. Teorema degli zeri (con dim) Teorema di Weierstrass; I teorema dei valori intermedi (dim.); II teorema dei valori intermedi; Criterio di invertibilità. I limiti notevoli: sinx/x (dim.); (1+1/x)^x; infiniti e infinitesimi; confronto fra infinitesimi; ordine di un infinitesimo; infinitesimi equivalenti; applicazioni al calcolo dei limiti; confronto fra infiniti; ordine degli infiniti; applicazioni al calcolo dei limiti. Applicazioni dei limiti allo studio di una funzione: comportamento agli estremi e calcolo degli asintoti.

**Limiti e successioni**

Limiti e successioni: le successioni numeriche; rappresentazione grafica, esempi; limite di una successione; successioni numeriche: limitatezza; successioni convergenti e divergenti; teorema di unicità del limite; infiniti e infinitesimi; la monotonia, teorema sul limite delle successioni monotone; operazioni coi limiti; successioni e polinomi; il numero di Nepero; la successione geometrica di ragione q; limiti e ordinamento; teorema di permanenza del segno nella prima forma e nella seconda forma; teorema del confronto; legame tra limiti di funzioni e limiti di successioni (teorema ponte);

**Calcolo differenziale per le funzioni reali di una variabile reale.**

Introduzione storica allo studio delle derivate. interpretazione fisica e interpretazione geometrica; equazione della retta tangente alla funzione in un punto. Legame tra continuità e derivabilità (con dim.); derivata sinistra e derivata destra; punti di non derivabilità; derivate fondamentali (con dim. c, x, x^2, logx, e^x, senx); derivazione delle funzioni composte; derivazione di un prodotto e di un rapporto. Teorema di Rolle (con dim.); teorema di Lagrange (con dim.); teorema di Cauchy (con dim.); teorema di Fermat (con dim.). Significato geometrico dei teoremi di Rolle, Lagrange, Cauchy

**Le applicazioni del calcolo differenziale allo studio delle funzioni reali di una variabile reale.**

Funzioni crescenti e decrescenti; condizione necessaria per la monotonia, condizione sufficiente per la monotonia; Condizione necessaria per l’esistenza di un minimo o massimo relativo; Condizione sufficiente per l’esistenza di un minimo o massimo relativo; Criterio di monotonia; Funzioni convesse e concave; Caratterizzazione delle funzioni convesse o concave derivabili; Caratterizzazione delle funzioni convesse e concave derivabili due volte; Punti di flesso; Teorema di l’Hospital; nozione di differenziale.

**Il calcolo integrale**

Introduzione storica; il metodo di esaustione, una applicazione alla biologia, primitive e integrazione indefinita, l’integrale come operatore lineare; nozione di integrale per una funzione reale continua; integrale secondo Riemann. Integrazione delle funzioni elementari; integrazione immediata; integrazione di funzioni fratte. Metodi di integrazione: integrazione per parti, integrali per sostituzione. Il teorema della media; teoremi fondamentali del calcolo integrale (I teorema con dim, II teorema s.d.); Il calcolo delle aree.