

PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA II

CORSO DI STUDI IN INGEGNERIA EDILE - ARCHITETTURA – A.A. 2017/18

Proff. Antonio VITOLO, Roberto CAPONE

Successioni e Serie

Richiami sulle successioni numeriche: convergenza, successioni monotone. Successioni di funzioni: convergenza puntuale, uniforme, con esempi, teoremi di continuità del limite uniforme, **teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata**. Richiami sulle serie numeriche: convergenza, condizione necessaria, assoluta convergenza, serie a termini non negativi e criteri, serie a segni alterni.

Serie geometrica. Serie di funzioni: somma, convergenza puntuale, uniforme, totale, **teorema della convergenza totale**, con esempi, teoremi di continuità della somma, integrazione e derivazione termine a termine, derivabilità del limite.

Serie di potenze: **insieme di convergenza**, calcolo del raggio di convergenza, indefinita derivabilità termine a termine, sviluppabilità in serie di Taylor della somma di una serie. Cambiamenti di variabile nelle serie di funzioni. Serie di Taylor associata ad una funzione indefinitamente derivabile e sviluppabilità in serie di Taylor. Principali sviluppi in serie di Taylor, in particolare di Mac Laurin (serie geometrica, esponenziale, seno, coseno, ...)

Funzioni di due variabili reali

Elementi di topologia in \mathbb{R}^n ; disuguaglianza di Cauchy-Schwarz; proiezioni e sezioni di un sottoinsieme di \mathbb{R}^n . Insiemi connessi di \mathbb{R}^n . Funzioni reali di più variabili reali; diagramma di una funzione reale di più variabili reali; estremi, minimi e massimi assoluti e relativi. Funzioni vettoriali. Curve nel piano cartesiano. Campo di esistenza per le funzioni di due variabili reali. Curve di livello.

Limiti e continuità per le funzioni reali di più variabili reali; infinitesimi, infiniti e loro ordine; lemma fondamentale sulla caratterizzazione delle funzioni continue; teorema di Bolzano; teorema di Weierstrass; teorema degli zeri; teorema di Cantor. Omeomorfismi.

Calcolo differenziale per le funzioni reali e vettoriali di più variabili reali; nozione di differenziale per una funzione reale di più variabili reali; **condizione sufficiente per la differenziabilità data attraverso la continuità delle derivate parziali**; operazioni sulle funzioni differenziabili. Le derivate parziali e loro significato geometrico; derivabilità

Derivate parziali di ordine superiore; **teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione**; teorema di Lagrange per le funzioni reali di più variabili reali; funzioni con derivate parziali identicamente nulle. Differenziabilità. **Relazione tra continuità e differenziabilità; formula del gradiente**; significato geometrico del gradiente

Valori di massimo e di minimo; massimi e minimi locali; **teorema di Fermat** (condizione necessaria del I ordine); **funzioni con gradiente nullo**; teoremi sui minimi e massimi relativi per le funzioni di più variabili.

Regolarità degli insiemi di livello; baricentro e momento d'inerzia.

Hessiano nullo. Massimi e minimi su domini chiusi; teorema di Weierstrass.

Integrali multipli

Calcolo dei massimi e minimi relativi per le funzioni di più variabili reali; test dell'hessiana. Metodo dei moltiplicatori, teorema dei moltiplicatori di Lagrange e suo significato geometrico; funzioni convesse e concave.

Somme di Riemann; convergenza delle somme di Riemann; definizione di integrale doppio; calcolo di integrali doppi su rettangoli; formule di riduzione degli integrali doppi; proprietà dell'integrale doppio; integrazione su regioni semplici; integrazione su domini non semplici. Applicazioni dell'integrale doppio: la densità; il centro di massa; momenti d'inerzia.

Cambiamento di variabili negli integrali doppi: teorema del cambiamento di variabili; teorema del passaggio a coordinate polari.

Integrali tripli, formule di riduzione per fili e per strati. Cambiamento di variabili negli integrali tripli: coordinate cilindriche e coordinate sferiche.

Curve e integrali curvilinei

Curve piane e sghembe: curve semplici aperte; curve semplici chiuse; curve semplici piane rappresentate in coordinate polari; orientamento delle curve semplici, aperte o chiuse; curve semplici regolari; curve semplici rettificabili; sistema di ascisse curvilinee su una curva semplice. Lunghezza di un arco di curva; lunghezza di un arco di curva piana semplice e regolare; l'elica cilindrica; la cicloide; la spirale di Archimede; la spirale logaritmica. Orientazione di una curva; Teorema di rettificabilità; curve equivalenti; **teorema sulla lunghezza di curve equivalenti**. Integrali curvilineo di una funzione di due o di tre variabili. **Indipendenza dell'integrale curvilineo dalla parametrizzazione della curva**;

Relazione tra integrale doppio e curvilineo; **formule di Gauss-Green nel piano**. Applicazioni delle formule di Gauss-Green; **Teorema della divergenza nel piano**; **Teorema di Stokes**; Criterio di esattezza delle forme differenziali negli aperti semplicemente connessi; **Calcolo di aree di domini piani**

Forme differenziali

Forme differenziali lineari; **indipendenza dalla parametrizzazione**; forme differenziali su curve generalmente regolari; teorema fondamentale per gli integrali curvilinei; forme differenziali esatte; **formula fondamentale per gli integrali curvilinei di forme esatte**; forme differenziali chiuse; domini connessi; **caratterizzazione delle forme differenziali esatte**; insiemi stellati; **chiusura ed esattezza**; domini semplicemente connessi; **forme differenziali in aperti stellati**; **forme differenziali in aperti semplicemente connessi**; campi vettoriali; lavoro di una forza; circuitazione; l'operatore nabla; gradiente, divergenza e rotore; campi conservativi; caratterizzazione dei campi conservativi.

Equazioni differenziali

Equazioni differenziali in forma normale. Tecniche di soluzione per equazioni differenziali del primo ordine. Esempi di equazioni differenziali, terminologia, soluzione generale, problema di Cauchy, forma normale, equazioni del primo ordine a variabili separabili, equazioni del primo ordine in forma normale con $f(x,y)$ combinazione lineare di x e y . Equazioni omogenee con f funzione del rapporto y/x .

Equazioni differenziali e sistemi. Esistenza e unicità di soluzioni: struttura della soluzione generale di una equazione lineare omogenea, sistemi di

equazioni del primo ordine e problema di Cauchy, equazioni differenziali di ordine superiore e sistema di equazioni del primo ordine equivalente, **equivalenza tra equazioni differenziali di ordine n e sistemi di n equazioni differenziali del primo ordine**; condizioni iniziali, funzioni lipschitziane, **teorema di esistenza e unicità locale per il problema di Cauchy**, equazione integrale equivalente, dimostrazione dell'esistenza con il metodo delle approssimazioni successive.

Equazioni differenziali lineari, condizioni di unicità ed esistenza in grande delle soluzioni di un problema di Cauchy: esempi e controesempi, operatori differenziali lineari, unicità ed esistenza in grande delle soluzioni di un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine e di un'equazione differenziale di ordine superiore, spazio vettoriale delle soluzioni dell'equazione omogenea, tecniche di soluzione per equazioni differenziali del primo ordine e di ordine superiore a coefficienti costanti, struttura dell'insieme delle soluzioni delle equazioni differenziali lineari non omogenee.

Equazioni differenziali lineari non omogenee - Fattore integrante - Bernoulli - Soluzioni particolari secondo in caso di termini noti di tipo polinomiale, trigonometrico ed esponenziale - Wronskiano - Problemi di Cauchy - Verifica condizioni per esistenza e unicità

Superfici e integrali superficiali

Superfici regolari; Vettore normale; Equazione del piano tangente; Versore normale; Grafici di funzioni di due variabili; Superfici cilindriche; Area di una superficie parametrica. Area di grafici di funzioni di due variabili; Area delle superfici di rotazione; Flusso attraverso una superficie; Teorema della divergenza in tre dimensioni; Superfici con bordo e orientamento; Rotore; Teorema di Stokes
