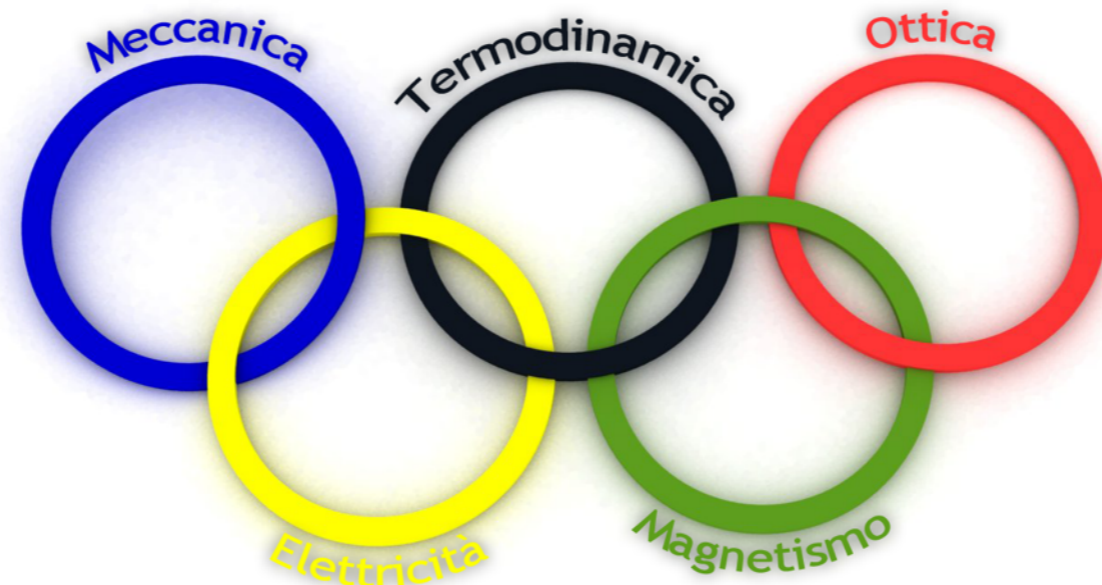


ROBERTO CAPONE

# Olimpiadi della Fisica

Preparazione alle gare di  
II livello



Capitolo 1

---

# Dinamica e Cinematica del punto

---

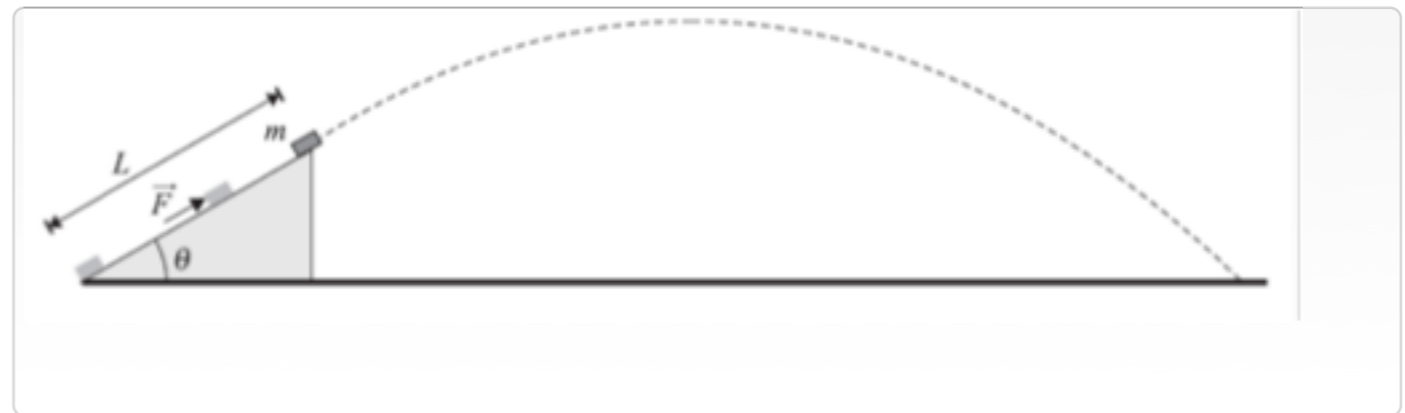


# Problemi svolti

## CINEMATICA E DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE

1. Problema n°1 (piano inclinato, energia, gittata)
2. Problema n°2 (forze, dinamica)
3. Problema n°3 (Carrucole, secondo principio della dinamica, attrito)
4. Problema n°4 (piano inclinato, carrucole)
5. Problema n°5 (dinamica del moto circolare)
6. Problema n°6 (lavoro ed energia, forze conservative e non conservative)
7. Problema n°7 (conservazione dell'energia, gittata)
8. Problema n°8 (II legge della dinamica)
9. Problema n°9 (moto del proiettile e gittata)
10. Problema n°10 (forza elastica, conservazione nell'energia)

Fig. n°1



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

### PROBLEMA N°1

Una forza  $F$  avente modulo di 400N spinge una massa  $m$  di 5 kg su per un piano inclinato di  $30^\circ$ .

Il piano è liscio e lungo  $L = 2\text{m}$  e la massa, di dimensioni trascurabili rispetto al piano inclinato, inizialmente è ferma. Quando la massa raggiunge la sommità del piano, la forza  $F$  cessa di agire e rimane solo la gravità. Con che velocità tocca terra la massa?

## PROBLEMA N°2

Un blocco di 2.5 kg, inizialmente fermo, è appoggiato su un piano orizzontale. Ad esso viene applicata una forza  $F$  di modulo 40.1N e inclinata di  $60^\circ$  verso l'alto. Calcolare il modulo dell' accelerazione del blocco.

## PROBLEMA N°3

Due blocchi A e B, di massa rispettivamente  $m_A$  e  $m_B$ , sono collocati uno sopra l'altro. Una fune inestensibile e di massa trascurabile li collega scorrendo senza attrito su di una carrucola fissata ad una parete. I due tratti di fune al di fuori della carrucola sono orizzontali. Una forza  $F$  viene applicata al blocco superiore, come mostrato in figura. Si vuole studiare il comportamento del sistema nei quattro casi che si presentano in funzione delle forze di attrito statico agenti tra il blocco A ed il pavimento e tra i due blocchi A e B.

1. Trascurando inizialmente ogni forma di attrito, disegnare, separatamente per i due blocchi, il diagramma di tutte le forze agenti e successivamente determinare l'accelerazione dei due blocchi e la forza risultante agente su ciascuno dei due.

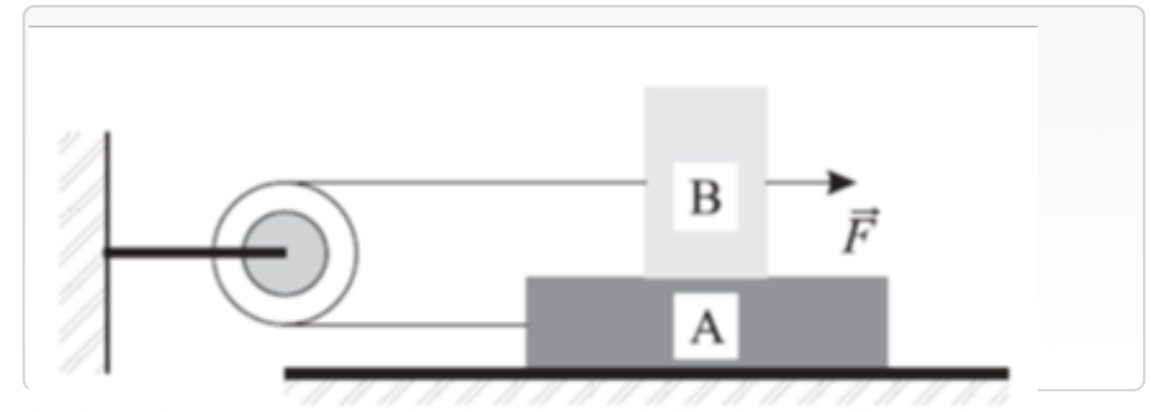
2. Per ognuno dei casi sottoelencati disegnare, separatamente per i due blocchi, il diagramma di tutte le forze agenti e determinare il modulo  $F$  della forza minima necessaria per mettere in moto il sistema:

a. attrito statico solamente tra il pavimento ed il blocco A, il cui coefficiente vale  $\mu_A$ ;

b. attrito statico solamente tra il blocco A ed il blocco B, il cui coefficiente vale  $\mu_B$ ;

c. attrito statico tra il pavimento ed il blocco A e tra il blocco A ed il blocco B, i cui coefficienti valgono rispettivamente  $\mu_A$  e  $\mu_B$ .

Fig. n°2



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

## PROBLEMA N°4

Un corpo di massa  $m$  si trova su una superficie orizzontale che si raccorda con la sommità di un piano inclinato formante un angolo  $\theta$  con l'orizzontale, come mostrato in figura. Le superfici sono lisce (cioè prive di attrito). Un altro corpo di massa  $M$ , posto sul piano inclinato, ad un'altezza  $h$  rispetto alla base del piano inclinato, è collegato al primo tramite una fune ideale, cioè di massa trascurabile ed inestensibile, attraverso una carrucola ideale, priva di attrito e di massa trascurabile. Il sistema parte da fermo.

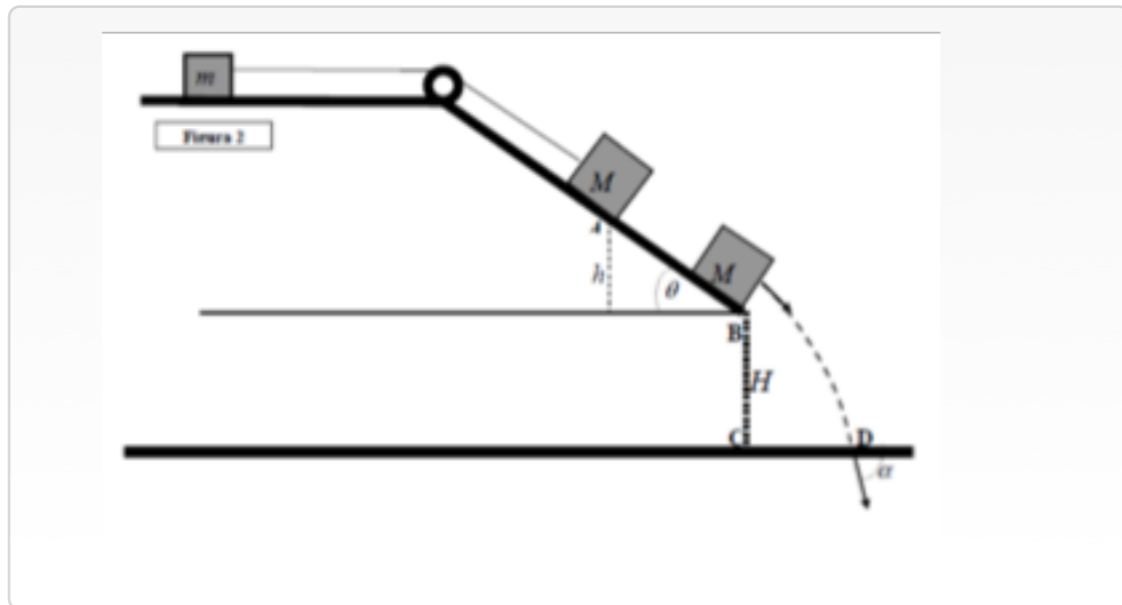
Calcolare la velocità delle due masse quando la massa M dopo essere scesa di un'altezza h raggiunge la base del piano inclinato (punto B in figura). Quando la massa M raggiunge la base del piano inclinato (punto B) la fune viene tagliata e il corpo M cade liberamente nel vuoto per un'altezza H fino a raggiungere terra nel punto D (vedi figura).

Calcolare

- La distanza CD
- Il tempo impiegato dal blocchetto per andare da B a D
- Il modulo e la direzione della velocità  $v_D$  del corpo M quando arriva in D.

Valori numerici :  $M = 5\text{kg}$ ;  $m = 1\text{kg}$ ;  $h = 2\text{m}$ ;  $H = 2\text{m}$ ;  $\theta = 60^\circ$ ; accelerazione di gravità  $g=9.81\text{ m/s}^2$ .

Fig. n°3

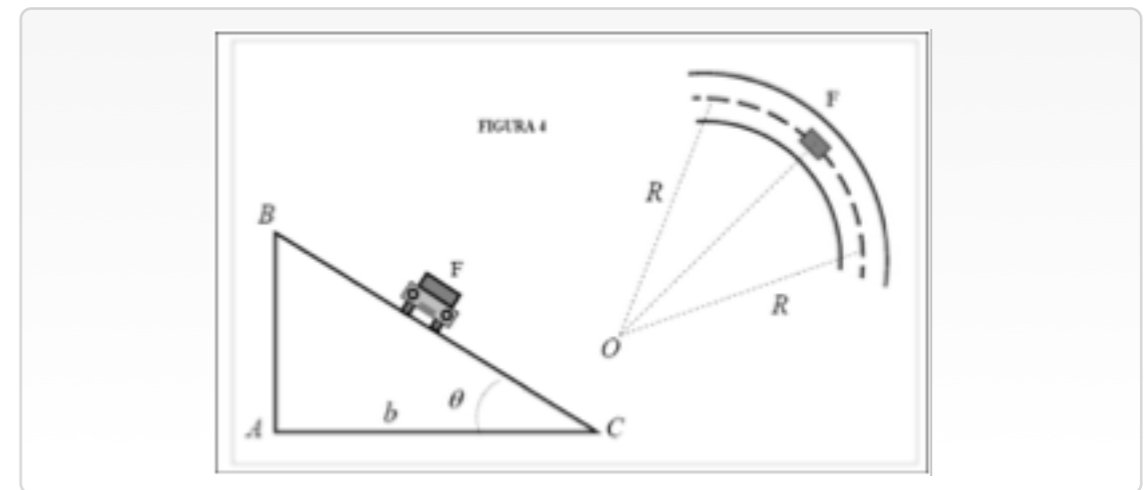


*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

### PROBLEMA n°5

Lungo la curva sopraelevata disegnata in figura, supposta circolare e di raggio  $R=200\text{m}$ , in una strada larga  $12\text{m}$  (lato BC del triangolo BAC in figura) e realizzata in modo tale da avere coefficiente di attrito trascurabile, il limite di velocità è di  $v=100\text{ km/h}$ . Calcolare di quanto il bordo esterno della strada, lato BA, debba essere rialzato rispetto a quello interno, affinché l'autovettura, procedendo alla massima velocità consentita, non sbandi uscendo fuori strada.

F.g. n°4



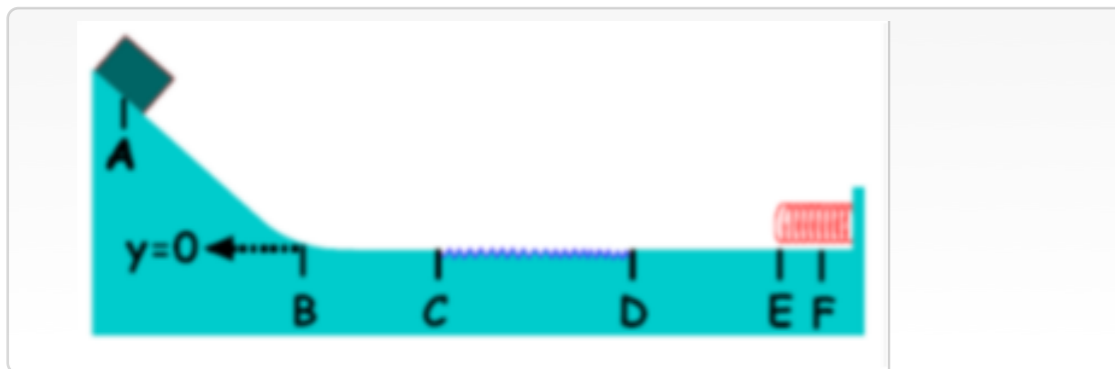
*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

### PROBLEMA N°6

Un blocco di massa  $m=2\text{Kg}$  passa per il punto A con una energia potenziale di  $64\text{J}$  rispetto al piano orizzontale. Determinare:

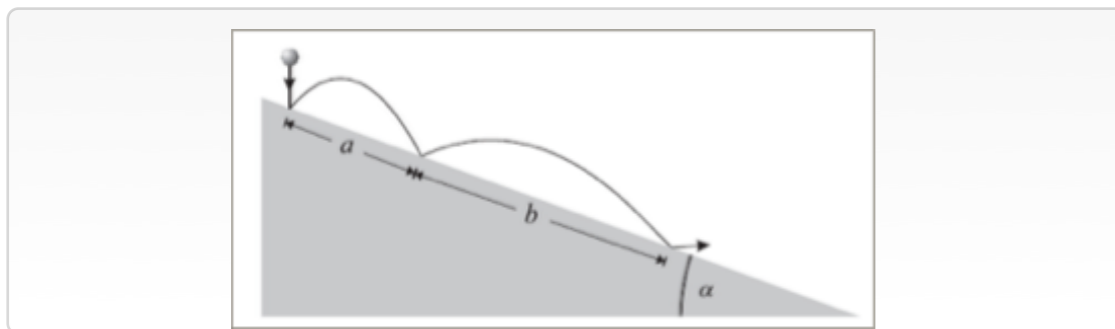
1. la velocità con cui il blocco arriva nel punto B
2. Il lavoro delle forze non conservative nel tratto CD lungo 30 metri e con coefficiente di attrito 0,1
3. La compressione massima della molla dotata di costante elastica  $k=800\text{N/m}$

Fig. n°5



### PROBLEMA N°7

Fig. N°6



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

Una palla elastica è lasciata cadere verticalmente sopra un piano privo di attrito, inclinato di un angolo rispetto all'orizzontale. La palla compie una serie di rimbalzi, come mostrato in figura. Siano  $a$  e  $b$  rispettivamente la distanza percorsa dalla palla sul piano tra il primo e il secondo urto e tra il secondo e il terzo urto. Trovare il rapporto  $a/b$

### PROBLEMA N°8

Ad un corpo di 12 Kg sono applicate due forze perpendicolari. Una delle due ha una intensità di 15 N. Sapendo che il corpo si muove con una accelerazione di 2 calcolare l'intensità dell'altra forza.

### PROBLEMA N°9

La velocità di lancio di un proiettile è cinque volte maggiore della velocità che esso raggiunge alla massima altezza. Calcolare l'angolo di elevazione al lancio

### PROBLEMA N°10

Una molla di costante elastica 200 N/m è compressa di 8 cm, su un piano orizzontale scabro, da una massa di 400 g, mantenuta inizialmente ferma. Dal momento in cui il sistema viene lasciato libero, la massa percorre 24 cm prima di fermarsi. Si calcoli il coefficiente di attrito dinamico tra il piano e la massa.

# Problemi proposti

## PROBLEMA n°11

Una goccia di pioggia di massa  $m$  sta scendendo verticalmente a velocità costante a causa dell'azione di una forza di frenamento  $F = kv^2$ , dove  $k$  è una costante. Calcolare l'energia cinetica della goccia di pioggia, in funzione della massa  $m$ , della costante  $k$  e dell'accelerazione di gravità  $g$ .

## PROBLEMA n°12

Due ciclisti fanno una gara ad inseguimento partendo da punti opposti di una pista circolare. Trascurando i brevi intervalli di tempo delle accelerazioni, il moto dei due ciclisti può essere trattato come uniforme.

Se uno dei due mantiene una velocità superiore all'altro del 10%, dopo quanti giri il più veloce raggiunge l'altro?

## PROBLEMA n°13

Un carrello di massa  $m_1 = 200g$  ed energia cinetica  $E_1 = 0.9J$  si muove in linea retta e ne urta un altro, di massa  $m_2$ , inizialmente fermo. Dopo l'urto, il primo carrello torna indietro con energia cinetica  $E_1' = 0.4 J$ .

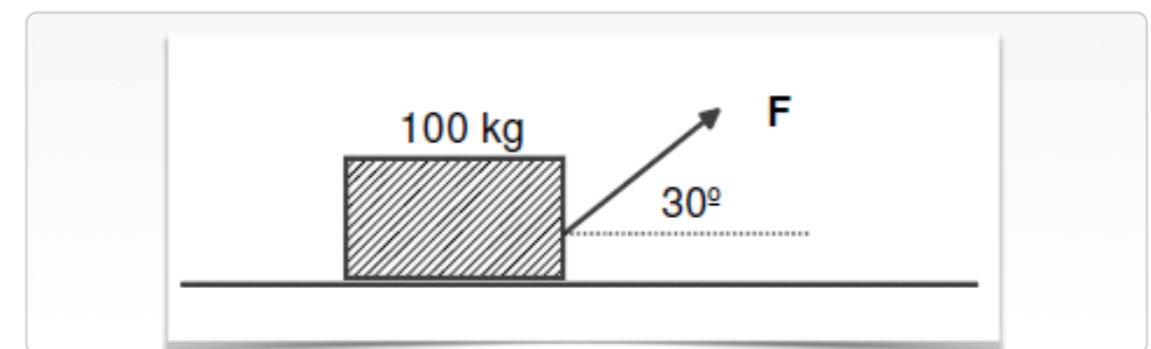
- Calcolare la massa del secondo carrello nell'ipotesi che l'urto sia elastico.

## PROBLEMA n°14

La velocità angolare di una ruota diminuisce uniformemente da 24000 giri al minuto a 18000 giri al minuto in 10 secondi. Si calcoli: l'accelerazione angolare; il numero di giri fatti dalla ruota in quel tempo; il vettore accelerazione di una particella posta a 10 cm dal centro dopo che sono trascorsi 5 secondi dopo che ha iniziato a rallentare.

## PROBLEMA n°15

Fig. N°7



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

Un blocco di massa 100Kg è ferma su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito 0.1. Al blocco si applica una forza di 200N inclinata di  $30^\circ$  rispetto all'orizzontale per 2 secondi in modo che il blocco accelera e subito inizia a frenare per la presenza dell'attrito. Si determini:

- l'accelerazione durante i primi due secondi;
- l'accelerazione mentre frena;
- il lavoro della forza F da quando ha inizio il moto fino a che si arresta;
- il lavoro della forza di attrito da quando il moto ha inizio fino a che si arresta.

#### PROBLEMA N°16

Si schematizza la corsa di un atleta, su una lunghezza totale L, in questo modo: in un primo tratto lungo l0 l'atleta si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione a e per il resto del percorso (pari a L – l0) di moto uniforme alla velocità v raggiunta nel primo tratto.

Nella corsa di un centometrista si può assumere che l'accelerazione duri per metà del percorso, ovvero per  $l0 = L/2$ .

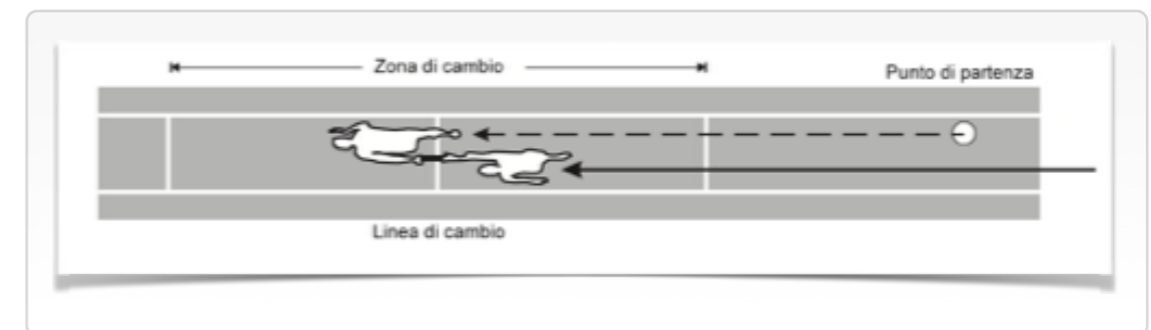
1. Sapendo che l'attuale record mondiale sui 100 m è di TR = 9,74 s (Asafa Powell, Giamaica, realizzato il 9 Settembre 2007 a Rieti), calcolare l'accelerazione e la velocità finale del recordman.

Nella gara della "Staffetta 4 × 100" gli atleti (escluso il primo) effettuano una partenza "lanciata" muovendosi 20 m prima del traguardo delle frazioni lunghe 100 m che chiameremo linea di cambio; questa linea è al centro della zona di cambio ( $\pm 10$  m, come mostrato in figura), che è il tratto di pista entro cui il testimone deve essere passato di mano in mano tra i corridori.

Supporremo adesso che la prima frazione di 100 m sia percorsa dal campione mondiale nello stesso modo detto sopra e che gli altri tre corridori siano tutti in grado di sviluppare la stessa accelerazione del campione, fino alla linea di cambio, proseguendo poi a velocità costante.

2. In quanto tempo sarebbero percorsi i 400 m, supponendo che ogni passaggio del testimone avvenga sulla linea di cambio, cioè esattamente ogni 100 m?

Fig. n°8



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*



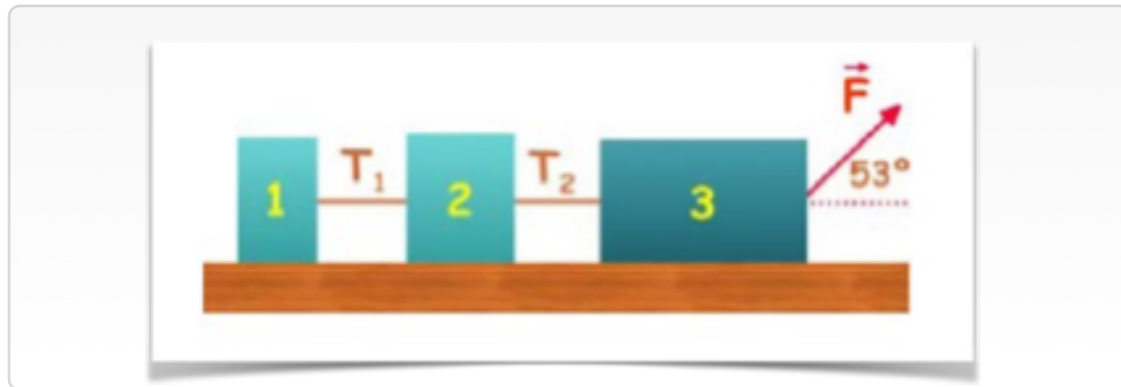
3. Nel momento in cui il secondo corridore scatta dal punto indicato, a che distanza da lui si trova il primo atleta in arrivo?  
E nei successivi cambi?

### PROBLEMA N°17

La figura mostra tre blocchi collegati da due corde (di massa trascurabile ed inestensibili) che si muovono su una superficie orizzontale priva di attrito sottoposte ad una forza di modulo  $F=20\text{N}$ . Se le masse valgono rispettivamente 1 Kg, 2 Kg e 3 Kg, si calcoli:

- A – l'accelerazione del sistema;  
B – il valore della Normale su ciascuno dei corpi C – il valore della tensione di ciascuna corda.

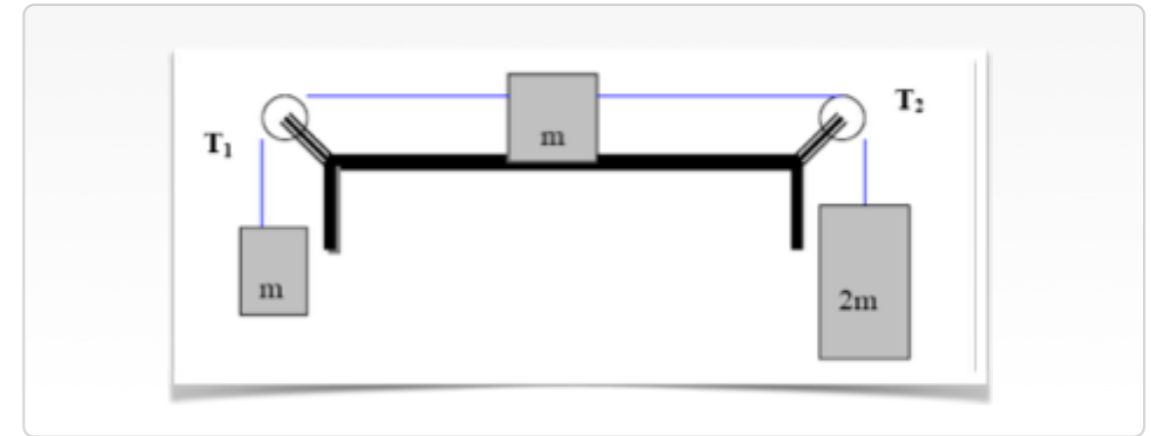
Fig. n°9



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

### PROBLEMA N°18

Fig. n°10



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

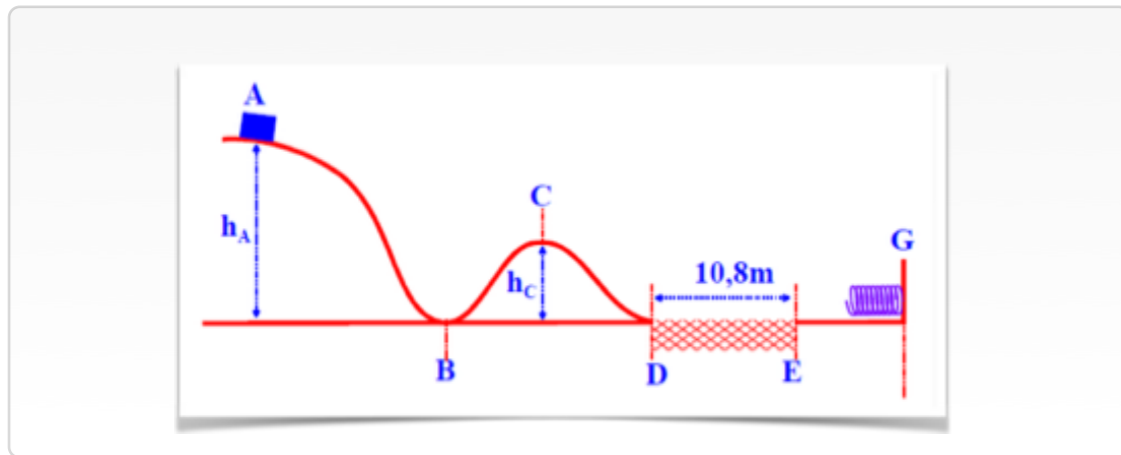
Le funi e le pulegge della figura sono prive di massa e non c'è attrito. Si trovi la tensione delle funi e l'accelerazione del sistema. Si ripeta poi l'esercizio nel caso in cui il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco e la superficie valga 0,1. (caso a)  $T_1 = 5/4 mg$ ,  $T_2 = 3/2 mg$ )

### PROBLEMA N°19

In figura è mostrato un blocco di massa 2 Kg assimilabile a un punto materiale che passa dalla posizione A posta a 6,4 m dal suolo con una velocità di 4m/s . Sapendo che nel tratto DE il piano di scorrimento è scabro, si calcoli:

- a) L' altezza  $h$  del tratto nella posizione C sapendo che la velocità del blocco in C è  $8\text{m/s}$ .
- b) Si calcoli il lavoro nel tratto AC.
- c) Alla fine il blocco giunge nel punto D dove incontra il tratto scabro DE. Se la velocità con cui arriva nel punto E situato a  $10,8\text{m}$  da D è  $6\text{m/s}$  su rugoso DE. Qual è il valore del coefficiente di attrito cinetico tra le ruote e la strada nel ramo DE?
- d) Se nel tratto EG non esiste attrito quanto vale la compressione massima della molla se la sua costante elastica è  $k=450\text{ N/m}$ ?

Fig. n°11



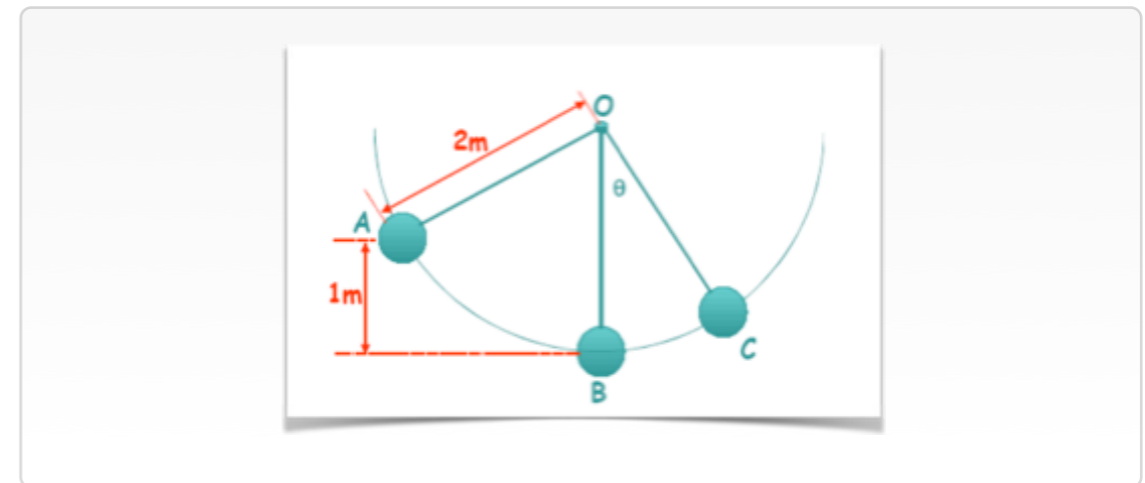
*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

## PROBLEMA N°20

Un oggetto di massa  $0,5\text{Kg}$  è collegato al soffitto mediante una corda inestensibile e di massa trascurabile lunga  $2\text{ metri}$  come mostrato in figura. Se l'oggetto viene sollevato fino ad un'altezza  $h=1\text{m}$  (posizione A) si calcoli:

- a) la tensione della corda quando l'oggetto si trova in B.
- b) l'angolo  $\theta$  che la corda formerà con la verticale nell'istante in cui la velocità raggiunge  $12\text{m/s}$ .
- c) Il lavoro realizzato dalla forza peso quando l'oggetto si porta da B a C.

Fig. n°12



*Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do tempor incididunt ut labore et dolore magna aliqua.*

# Soluzione dei problemi

## PROBLEMA N°1

La forza di gravità compie lavoro nullo dato che il punto di partenza e il punto di arrivo sono alla medesima quota. La variazione di energia cinetica della massa è solamente data dal lavoro di  $F$  lungo il piano inclinato. Si ha, dunque:

$$FL = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2FL}{m}} = 17.9 \text{ m s}^{-1}$$

## PROBLEMA N°2

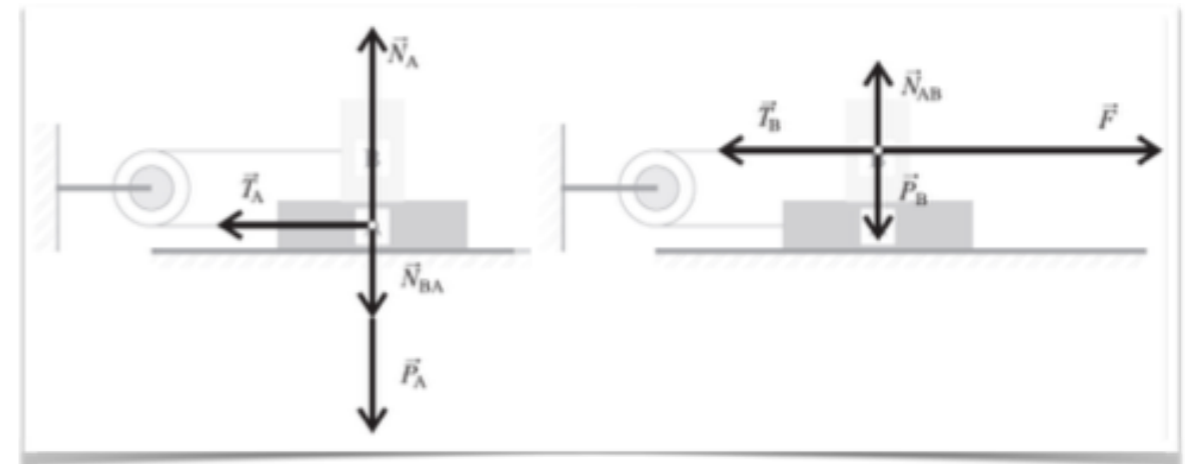
Poiché la componente verticale della forza che agisce sul blocco ( $F \sin 60^\circ = 34.7 \text{ N}$ ) è maggiore del peso ( $mg = 24.5 \text{ N}$ ), il blocco si solleva dal piano. Le forze che agiscono sul blocco sono dunque soltanto la forza  $F$  e il peso  $P$ . L'angolo  $\alpha$  tra di esse è  $150^\circ$ . Il modulo dell'accelerazione risulta allora

$$a = \frac{F_{\text{ris}}}{m} = \frac{\sqrt{F^2 + (mg)^2 + 2Fmg \cos \alpha}}{m} = 9.0 \text{ m s}^{-2}$$

## PROBLEMA N°3

Sul blocco A agiscono quattro forze: il proprio peso  $\vec{P}_A$ , la spinta esercitata dal blocco B, la reazione del pavimento e la forza esercitata dalla fune. Anche sul blocco B agiscono quattro forze: il proprio peso, la reazione esercitata dal blocco A su cui appoggia, la forza esercitata dalla fune e la forza  $F$  applicata.

I rispettivi diagrammi del corpo libero sono mostrati nella figura seguente.



Dalla seconda legge della dinamica applicata al blocco A, tenuto conto che il blocco non ha un moto verticale, si ricava

$$T_A = m_A a_A \quad \text{e} \quad N_{NA} = N_{BA} + P_A \quad (1 - 2)$$

dove  $a_A$  l'accelerazione del blocco. In modo analogo sul blocco B la seconda legge della dinamica fornisce

$$F - T_B = m_B a_B \quad \text{e} \quad N_{AB} = P_B \quad (3 - 4)$$

con  $a_B$  del blocco B. Per il terzo principio della dinamica si ha

$$N_{BA} = N_{AB} \quad (5)$$

e, poiché la fune è inestensibile, i moduli delle accelerazioni sono uguali e si può porre  $a_A = a_B \quad (6)$

Poiché la massa della fune è trascurabile e si è ipotizzato che la fune scivoli senza attrito sulla carrucola, le due forze esercitate dalla fune sui blocchi sono uguali in modulo e si pone

$$T_A = T_B = T \quad (7)$$

Posto ancora

$$P_A = m_A g, P_B = m_B g$$

e combinando le espressioni (1), (3), (5), (6) e (7) si ricava

$$a = \frac{F}{m_A + m_B}$$

Sul blocco A agisce una forza risultante orizzontale di intensità

$$F_A = T = m_A a = F \frac{m_A}{m_A + m_B}$$

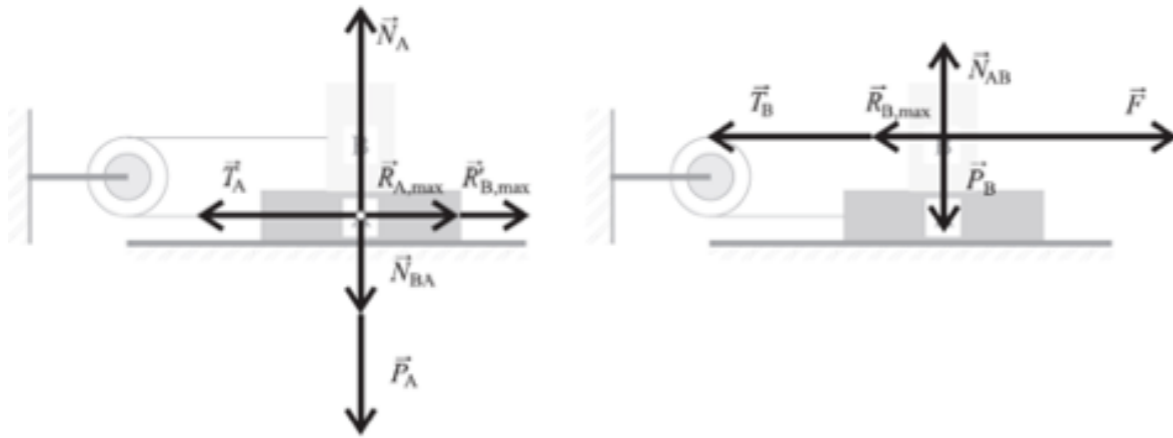
mentre sul blocco B agisce una forza risultante di intensità

$$F_B = F - T = F \frac{m_B}{m_A + m_B}$$

Quesito n. 2.

La forza minima necessaria per far muovere il sistema in presenza di attrito è quella relativa alla cosiddetta "condizione di distacco" in cui le forze di attrito assumono il valore massimo possibile mentre il sistema è ancora fermo: le forze risultano quindi ancora complessivamente equilibrate. I casi a. e b. sono due casi particolari del caso generale c. Conviene pertanto studiare prima il caso generale c. e poi da questo ricavare i due casi particolari a. e b. Naturalmente le soluzioni corrette saranno accettate in qualunque ordine siano state trovate.

Caso c. Il diagramma del corpo libero per i due blocchi A e B risulta quello mostrato nella figura seguente:



Sul blocco A in aggiunta alle quattro forze già esaminate agiscono anche la forza di attrito  $R_A$  tra blocco e pavimento e la forza  $R_B$  dovuta all'attrito tra i due blocchi.

Sul blocco B in aggiunta alle quattro forze già esaminate agisce solamente la forza di attrito  $R_B$  tra i due blocchi. Per il terzo principio della dinamica si ha  $R_B = R'_B$ . I versi delle forze sono mostrati in figura.

La forza di attrito massimo al distacco agente tra il pavimento ed il blocco A vale  $R_{A,max} = \mu_A(m_A + m_B)g$ , dove  $g$  è l'accelerazione di gravità; pertanto indicando con  $T'$  il modulo della forza minima necessaria per mettere in moto il blocco A ( $T_A$ ) si deve avere

$$T' - R_{A,max} - R'_B = 0 \quad \Rightarrow \quad T' = \mu_A(m_A + m_B)g + R'_B$$

In maniera analoga la forza di attrito massimo al distacco agente tra i due blocchi vale

$$R_{B,max} = \mu_B m_B g$$

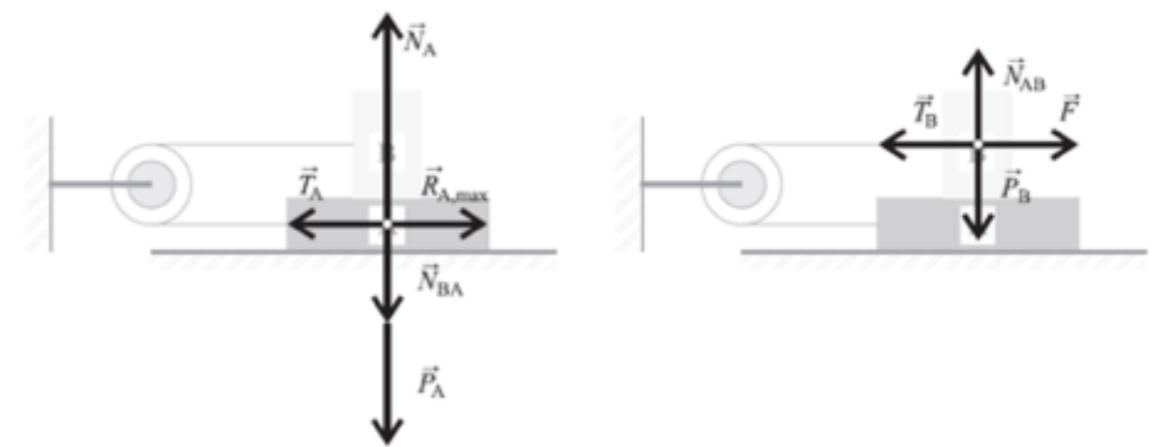
e di conseguenza, considerando le forze agenti sul blocco B (dove la forza  $T_B$  ha ancora modulo  $T'$ ), si avrà il moto di quest'ultimo, rispetto al blocco A, se

$$F - T' - R_{B,max} = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \mu_A(m_A + m_B)g + 2\mu_B m_B g$$

Caso a.

In questo caso è presente solamente l'attrito tra il blocco A ed il pavimento. Pertanto sia nei diagrammi del corpo libero precedenti sia nelle formule si deve porre  $\mu_B = 0$  ovvero trascurare la presenza delle forze  $R_A$  e  $R_B$

Il diagramma del corpo libero dei due blocchi è rappresentato nella figura seguente.

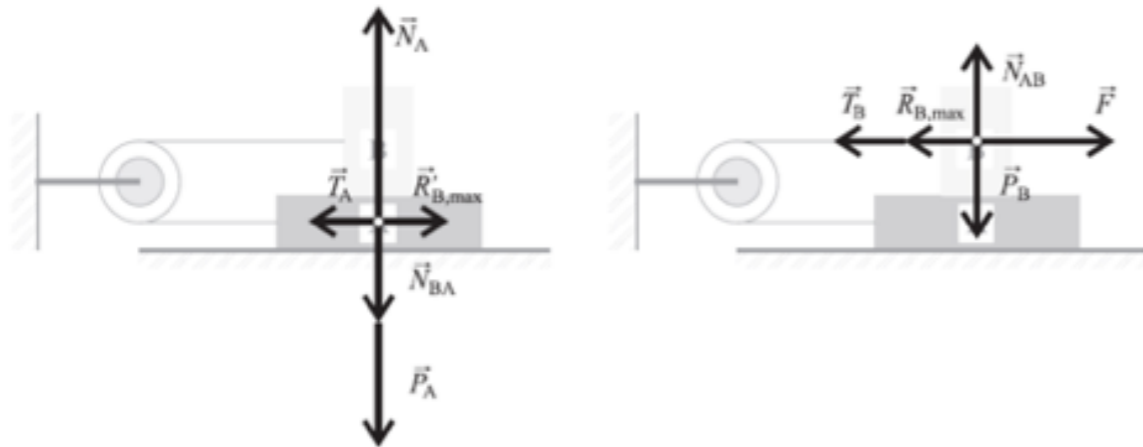


La forza minima necessaria per mettere in moto il sistema sarà

$$F = \mu_A(m_A + m_B)g$$

Caso b.

In questo caso è presente solamente l'attrito tra i due blocchi A e B. Pertanto sia nei diagrammi del corpo libero precedenti sia nelle formule si deve porre  $\mu_A = 0$  ovvero trascurare la presenza della forza F. Il diagramma del corpo libero dei due blocchi è rappresentato nella figura sottostante.



La forza minima necessaria per mettere in moto il sistema sarà

$$F = 2\mu_B m_B g$$

#### PROBLEMA N°4

L'accelerazione del corpo M quando scende lungo il piano inclinato (prima che il filo venga tagliato) vale:

$$a = 4.08 \text{ m/s}^2$$

Il modulo della velocità del corpo M quando questo ha percorso la distanza AB e ha raggiunto il punto B alla base del piano inclinato vale:

$$v = 7.5 \text{ m/s}$$

Il modulo della velocità del corpo m quando M ha raggiunto il punto B alla base del piano inclinato vale:

$$v = 7.5 \text{ m/s}$$

La velocità del corpo M quando ha raggiunto il punto B ha componente orizzontale:  $|v_{Bx}| = 4.95 \text{ m/s}$  ed è diretta verso destra

La velocità del corpo M quando ha raggiunto il punto B ha componente verticale By:  $|v_y| = 8.2 \text{ m/s}$  ed è diretta verso il basso

Il tempo impiegato dal corpo M per andare da B a D vale A.  $t = 0.66 \text{ s}$

La distanza CD vale  $CD = 3.25 \text{ m}$

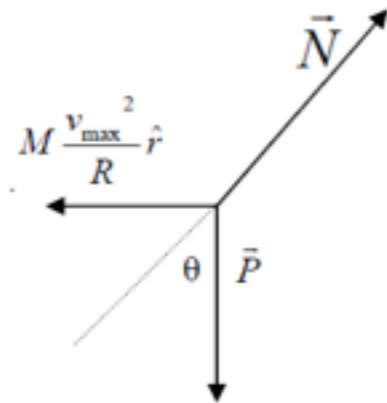
L'angolo  $\alpha$  tra la velocità nel punto D ed il suolo orizzontale vale:

$$\alpha = 1.08 \text{ rad}$$

#### PROBLEMA N°5

Affinché l'autovettura effettui la curva alla velocità limite non uscendo fuori strada ovvero non sbandando lateralmente, deve avvenire che la reazione normale N al piano inclinato, la forza peso P e la forza inerziale si equilibrino esattamente tra di loro:

$$P + N = -M\alpha = -M \frac{v^2}{R}$$



In poche parole, la risultante di P e della forza inerziale deve equilibrare la reazione N del piano.

Ciò avviene quando la tangente dell'angolo  $\theta$  di inclinazione del piano è uguale al rapporto tra il modulo della forza inerziale e quello della forza peso, il che equivale anche geometricamente, al fatto che il seno dello stesso angolo è pari al rapporto tra la sopraelevazione  $h$  del piano stradale e la larghezza  $L$  della carreggiata, cioè:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{Mv_{\max}^2}{RMg}$$

$$\sin\theta = \frac{h}{L}$$

Da cui

$$h = L \sin \left( \arctg \left( \frac{v_{\max}^2}{Rg} \right) \right)$$

In questo modo geometricamente si simula l'effetto dell'attrito tra battistrada e fondo stradale evitando all'autovettura di uscire fuori strada.

### PROBLEMA N°6

Tra i punti A e B il sistema considerato è conservativo. Pertanto

$$E_A = E_B$$

$$E_A = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_A}{m}} = 8 \text{ m/s}$$

Nel tratto CD, una parte dell'energia viene dissipata a causa dell'attrito. Pertanto:

$$\Delta E = L_{nc} = F_A d = -\mu_k N d$$

Essendo  $N=mg$ , si ha:

$$\Delta E = -\mu_k m g d = -60 \text{ J}$$

L'energia in D sarà

$$E_D = E_C + L_{cn} = 64 \text{ J} - 60 \text{ J} = 4 \text{ J}$$

Quando di ha la massima compressione, si ha:

$$E_D = E_p$$

$$E_D = \frac{1}{2} kx^2$$

Da qui si ricava:

$$x = \sqrt{\frac{2E_D}{k}} = 0,1 \text{ m}$$

## PROBLEMA N°7

Si fissi un sistema di riferimento con asse x parallelo e asse y perpendicolare al piano inclinato. Il moto della palla si scompone in moti uniformemente accelerati lungo entrambi gli assi; l'accelerazione della palla ha componenti:

$$\begin{cases} a_x = g \sin \alpha \\ a_y = -g \cos \alpha \end{cases}$$

La velocità della palla subito prima del primo urto vale:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \sin \alpha \\ v_y = -v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

Nell'istante dell'urto, il piano esercita sulla palla una forza impulsiva perpendicolare al piano stesso, quindi la componente x della velocità della palla non cambia. Per quanto riguarda la componente y, subito dopo ogni rimbalzo essa è uguale in modulo a quella che era subito prima ma in verso contrario. Infatti, poiché l'urto è elastico si conserva l'energia cinetica e, di conseguenza, il modulo della velocità.

Il tempo di "salita" dopo un rimbalzo, lungo l'asse y, si ricava dalla legge della velocità:

$$v_y(t) = v_{0y} + a_y t$$

Nella fase di salita dopo un rimbalzo

$$v_{0y} = v_0 \cos \alpha$$

mentre

$$v_y(t') = 0$$

Il tempo di salita vale quindi

$$t' = \frac{v_0}{g}$$

e per la simmetria del moto lungo l'asse y, il tempo complessivo tra ogni rimbalzo e il successivo è il doppio:

$$t = 2t' = \frac{2v_0}{g}$$

In questo tempo t, lo spostamento lungo l'asse x tra il primo e il secondo urto vale:

$$a = v_x t + \frac{1}{2} a_x t^2 = \frac{4v_0^2}{g} \sin \alpha$$

Mentre tra il primo e il terzo urto, considerando un tempo 2t, si trova



$$a + b = v_x(2t) + \frac{1}{2} a_x(2t)^2 = \frac{12v_0^2}{g} \sin\alpha$$

Da cui

$$b = \frac{4v_0^2}{g} \sin\alpha$$

Quindi

$$a/b = 1/2$$

### PROBLEMA N°8

Dalla seconda legge della dinamica

$$\sum F = ma$$

Poiché le forze  $F_1$  ed  $F_2$  sono perpendicolari, si ha:

$$F_{ris} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow F_2 = \sqrt{(ma)^2 - F_1^2} = 18.7 \text{ N}$$

### PROBLEMA N°9

Adottiamo come sistema di riferimento quello in cui l'origine degli assi viene posto dove avviene il lancio. In questo modo sono applicabili le leggi "standard" del moto del proiettile

Alla massima altezza, osserviamo  $v_y=0$  e indichiamo  $v_x=v$ . In questa notazione, abbiamo  $v_0=5v$ . Successivamente, si osserva

$$v_0 \cos\theta_0 = v_{0x} = v$$

in modo da arrivare a un'equazione che può essere risolta rispetto a  $\theta_0$ :

$$(5v) \cos\theta_0 = v \Rightarrow \theta_0 = \arccos\left(\frac{1}{5}\right) = 78.5^\circ$$