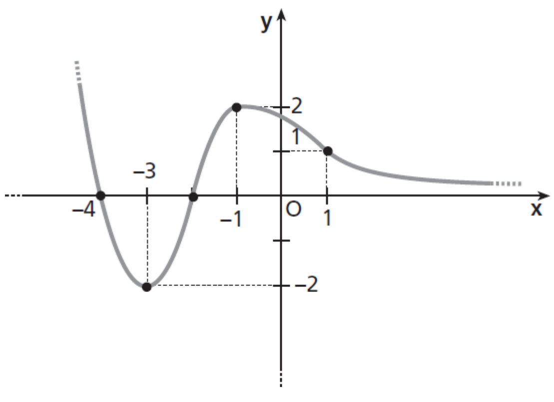
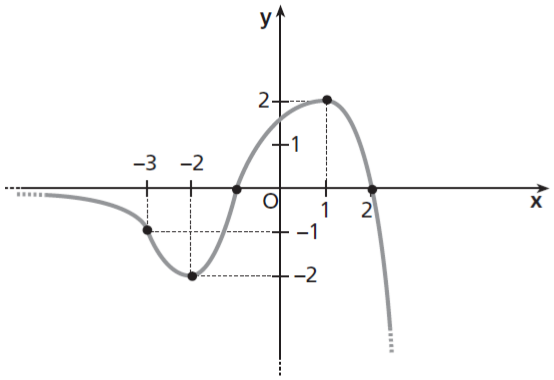
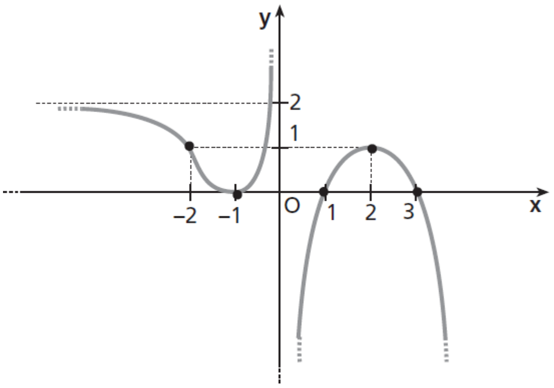
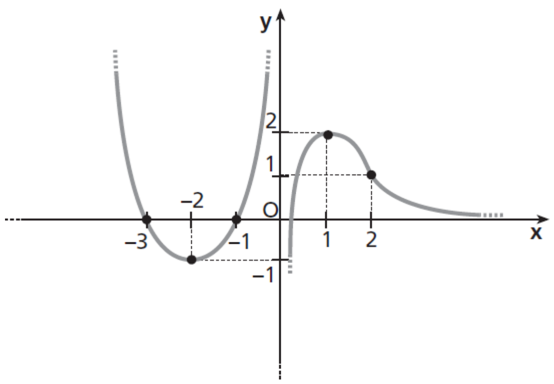
CALCOLO DIFFERENZIALE – APPLICAZIONI E COMPLEMENTI

1	Calcola il valore di a e b in modo che il grafico della funzione $y = ax^3 + bx^2 + 4x + 1$ abbia un massimo nel punto di coordinate $(-2;1)$. Argomenta con adeguate motivazioni	$[a = 1, b = 4]$
2	Calcola il valore di *a* e *b* in modo che il grafico della funzione $y = ax^3 + bx^2 + x + 1$ abbia un massimo nel punto di coordinate $(-1;1)$. Argomenta con adeguate motivazioni	$[a = 1, b = 2]$
3	Calcola il valore di *a* e *b* in modo che il grafico della funzione $y = \frac{ax+b}{x^2-x-2}$ abbia un massimo di ascissa $x = 0$ e passi per il punto di coordinate $\left(1;-\frac{3}{2}\right)$. Argomenta con adeguate motivazioni	$[a = 1, b = 2]$
4	Calcola il valore di *a* e *b* in modo che il grafico della funzione $y = \frac{ax+b}{x^2-x-2}$ abbia un massimo di ascissa $x = 0$ e passi per il punto di coordinate $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. Argomenta con adeguate motivazioni	$[a = -1, b = -2]$
5	In figura è rappresentato il grafico della funzione $y = f'(x)$. *a.* Descrivi la funzione ad un matematico ipovedente; *b.* traccia un possibile andamento della funzione $y = f(x)$.  	
6	In figura è rappresentato il grafico della funzione $y = f'(x)$. *a.* Descrivi la funzione ad un matematico	

	ipovedente; *b.* traccia un possibile andamento della funzione $y = f(x)$  	
7	In figura è rappresentato il grafico della funzione $y = f(x)$. *a.* Descrivi la funzione; *b.* traccia l'andamento del grafico della sua derivata prima.  	
8	In figura è rappresentato il grafico della funzione $y = f(x)$. *a.* Descrivi la funzione; *b.* traccia l'andamento del grafico della sua derivata prima.  	

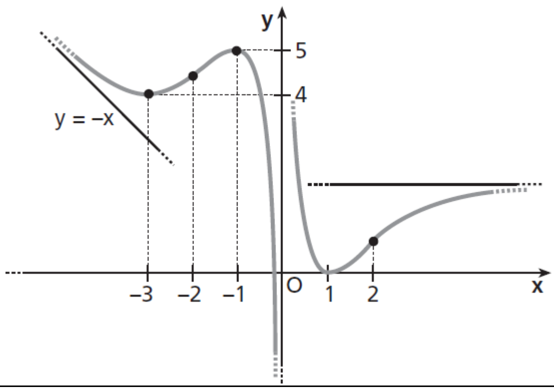
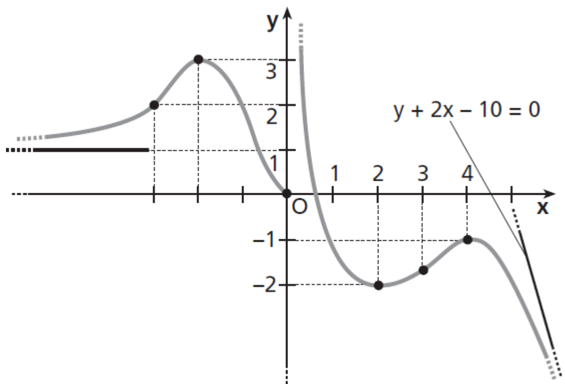
LA RISOLUZIONE APPROSSIMATA DI UN'EQUAZIONE

9	Aiutandoti con un grafico, separa eventuali radici della seguente equazione. $x^3-2x+2=0$	$\left[\text{una radice in } \left[-2;-1\right]\right]$
10	Aiutandoti con un grafico, separa eventuali radici della seguente equazione. $x^3-4x+4=0$	$\left[\text{una radice in } \left[-3;-2\right]\right]$
11	Aiutandoti con un grafico, separa eventuali radici della seguente equazione. $\ln\left(x^2-x+4\right)=x$	$\left[\text{una radice in } \left[1;2\right]\right]$
12	Aiutandoti con un grafico, separa eventuali radici della seguente equazione. $\ln\left(x^2+x+4\right)=x$	$\left[\text{una radice in } \left[2;3\right]\right]$
13	Dopo avere verificato che in ciascuno degli intervalli indicati ognuna delle seguenti equazioni ammette una sola radice, cerca di approssimarla mediante il *metodo di bisezione* con $n=4$ passi di iterazione. Indica l'ultimo intervallo ottenuto e determina l'errore.	
14	$x^5+6x^3-1=0,\ [0;1].$	$\left[\frac{17}{32},\left[\frac{1}{2};\frac{9}{16}\right],\varepsilon=\frac{1}{32}\right]$
15	$x^5+7x^3-5=0,\ [0;1].$	$\left[\frac{27}{32},\left[\frac{13}{16};\frac{7}{8}\right],\varepsilon=\frac{1}{32}\right]$
16	$e^{-2x}+x^2-3=0,\ [1;\ 2].$	$\left[\frac{55}{32},\left[\frac{27}{16};\frac{7}{4}\right],\varepsilon=\frac{1}{32}\right]$
17	$e^{-3x}+x^2-2=0,\ [1;2].$	$\left[\frac{45}{32},\left[\frac{11}{8};\frac{23}{16}\right],\varepsilon=\frac{1}{32}\right]$
18	$xe^{-3x}+2=0,\ [-1;0].$	$\left[-\frac{15}{32},\left[-\frac{1}{2};-\frac{7}{16}\right],\varepsilon=\frac{1}{32}\right]$
19	$xe^{-2x}+3=0,\ [-1;0].$	$\left[-\frac{23}{32},\left[-\frac{3}{4};-\frac{11}{16}\right],\varepsilon=\frac{1}{32}\right]$
20	$4\,\text{sen}^2 x+7\,\text{sen}\,x-2=0,\ \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$	$\left[\frac{5}{64}\pi,\left[\frac{\pi}{16};\frac{3}{32}\pi\right],\varepsilon=\frac{\pi}{64}\right]$
21	$3\,\text{sen}^2 x+11\,\text{sen}\,x-4=0,\ \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$	$\left[\frac{7}{64}\pi,\left[\frac{3}{32}\pi;\frac{\pi}{8}\right],\varepsilon=\frac{\pi}{64}\right]$
	Per ognuna delle seguenti equazioni, dopo aver verificato l'esistenza e dopo aver localizzato le radici, determinane le prime k cifre decimali mediante il *metodo delle secanti*.	
22	$x^4+2x-2=0,\ k=4.$	$[-1,4945;\ 0,7976]$
23	$x^4+3x-3=0,\ k=4.$	$[-1,6846;\ 0,8366]$

24	$x^3+x^2+x+2=0,\ k=4.$	$[-1,3532]$
25	$x^3-x^2-x+2=0,\ k=4.$	$[-1,2055]$
26	$x^4+x^3+3x-3=0,\ k=3.$	$[-2,055;\,0,751]$
27	$x^4+x^3+2x-2=0,\ k=3.$	$[-1,873;\,0,703]$
28	$4\cos^2 x+7\cos x-2=0,\ \ x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right], k=5.$	$[1,31812]$
29	$3\cos^2 x+11\cos x-4=0,\ \ x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right], k=5.$	$[1,23096]$
	Per ognuna delle seguenti equazioni, dopo aver verificato l'esistenza e dopo aver localizzato le radici, determinane le prime sei cifre decimali mediante il *metodo delle tangenti*.	
30	$x^5+x^2-1=0$	$[0,808731]$
31	$x^5+2x^2-2=0$	$[0,868069]$
32	$e^{\frac{x}{4}}+\sqrt[4]{x}=2$	$[0,537412]$
33	$e^{\frac{x}{6}}+\sqrt[6]{x}=2$	$[0,547457]$
34	$e^{\operatorname{sen} x}+\sqrt{x}=2$	$[0,349708]$
35	$e^{-\cos x}+\sqrt{x}=2$	$[1,378391]$

LO STUDIO DI UNA FUNZIONE

36	Traccia il grafico della funzione avente le seguenti caratteristiche. a) Il dominio è $\mathbf{R}-\{0,\ 1\}$. b) Non interseca gli assi cartesiani. c) $f(x)>0$ per $0<x<1$, $f(x)<0$ per $x<0$ o $x>1$. d) Esistono gli asintoti verticali $x=0$, $x=1$; esiste l'asintoto orizzontale $y=0$. e) È presente un minimo in $\left(\frac{1}{2};8\right)$. f) Non vi sono flessi.

37	Traccia il grafico della funzione avente le seguenti caratteristiche. a) Il dominio è $\mathbf{R}-\{-1,\ 0\}$. b) Non interseca gli assi cartesiani. c) $f(x)>0$ per $-1<x<0$, $f(x)<0$ per $x<-1$ o $x>0$. d) Esistono gli asintoti verticali $x=-1$, $x=0$; esiste l'asintoto orizzontale $y=0$. e) È presente un minimo in $\left(-\frac{1}{2};8\right)$. f) Non vi sono flessi.
38	Dal grafico in figura deduci: 1. il dominio della funzione; 2. le intersezioni con gli assi; 3. gli intervalli in cui la funzione è positiva e quelli in cui è negativa; 4. i limiti agli estremi del dominio e le equazioni degli asintoti; 5. gli intervalli in cui la funzione è crescente e quelli in cui è decrescente; 6. i punti di massimo e di minimo relativi; 7. i punti di flesso, evidenziando le concavità. 
39	Dal grafico in figura deduci: 1. il dominio della funzione; 2. le intersezioni con gli assi; 3. gli intervalli in cui la funzione è positiva e quelli in cui è negativa; 4. i limiti agli estremi del dominio e le equazioni degli asintoti; 5. gli intervalli in cui la funzione è crescente e quelli in cui è decrescente; 6. i punti di massimo e di minimo relativi; 7. i punti di flesso, evidenziando le concavità. 

MATEMATICA PER L'INGEGNERIA

Legge di Poiseuille

Il flusso F (in litri al minuto) di un fluido in un tubo è proporzionale alla quarta potenza del raggio del tubo:

$$F = kr^4$$

Di quanto deve aumentare il raggio del tubo in percentuale per avere un aumento del flusso del 10% ?

La Portata

La sezione di una è attraversata da una massa d'acqua variabile con il tempo secondo la legge $m = 3t^3 - 27t + 2$ (la massa è misurata in Kg). Calcola la portata all'istante $t = 4\ s$

Effetto di un battericida

Il numero N(t) di batteri in una colonia ancora in vita t minuti dopo la somministrazione di un battericida è espresso dalla funzione

$$N(t) = \frac{12000}{t^2 + 3} + 1000$$

a. quanti batteri sono ancora in vita 1 minuto dopo la somministrazione dell'antibatterico?
b. Trova a quale velocità (espressa in batteri al minuto) stanno decrescendo i batteri della colonia 3 minuti dopo la somministrazione del battericida.

[a. 4000; b. -500 batteri/min]

Effetto di un farmaco

La concentrazione C di un farmaco nel flusso sanguigno dopo un tempo di t ore è espressa dalla funzione

$$C(t) = \frac{4t}{k + \left(\frac{t}{k}\right)^2}$$

dove k è una costante positiva. Determina la costante k, se la massima concentrazione viene raggiunta dopo 4 ore.