

Lezione del 10/01/2024

Esercizio

$$C(t) = \frac{4t}{k + \left(\frac{t}{k}\right)^2} \quad \frac{t^2}{k^2} \quad \frac{1}{k^2} \cdot 2t$$

$$C'(t) = \frac{4 \left[k + \left(\frac{t}{k}\right)^2 \right] - 4t \left(\frac{2t}{k^2} \right)}{\left[k + \left(\frac{t}{k}\right)^2 \right]^2} = 0$$

$$C'(4) = 4 \left[k + \frac{16}{k^2} \right] - \frac{8 \cdot 16}{k^2} = 0$$

$$= 4k + \frac{64}{k^2} - \frac{128}{k^2} = 0 \quad \rightarrow \quad 4k^3 - 64 = 0$$

$$k = \sqrt[3]{\frac{64}{4}} = \sqrt[3]{16}$$

Created with Doceri



$$f(x) = 3x (2 + \ln x)^2$$

$[0; e^2]$ Continua
Derivabile

$$\exists c \in [0; e^2] \quad \text{t.c.}$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$\int \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2} dx$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x - 2 \operatorname{tg} \sqrt[3]{3x}}{\cos x - 1 + \sin x}$$

Created with Doceri



$$f(x) = e^{\frac{x-2}{x^2-1}}$$

Studio della
funzione

$$\int x^2 \arctg x \, dx$$

Integrale

$$f(x) = \log(\log(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}))$$

Calcolo del
C.E.

Es. Statistica

Created with Doceri



Teorema di Bayes.

Se l'evento deve accadere : la disintegrazione

ESEMPIO Abbiamo 2 urne

1: 3 palline bianche e 2 nere

2: 4 palline bianche e 5 nere

Scego a caso un'urna e effettuo l'estrazione di una pallina. Qual è la prob. che sia bianca?

Per la scelta dell'urna ci affidiamo al lancio di un dado: se viene un numero minore di 3, prendo la prima urna, altrimenti la seconda.

Esempio la coppia $(4, b)$

Lancio del dado E_1 : numero minore di 3

E_2 : esce un numero maggiore o uguale a 3.

Si tratta di eventi incompatibili

Created with Doceri



$$P(E_1) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{3}$$

$$P(E_2) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{3}$$

L'evento E : esce la pallina bianca

$U = E_1 \cup E_2$ ed \bar{E} unione di due eventi incompatibili

$E \cap E_1$: esce numero minore di 3 e pallina bianca dalla prima urna

$E \cap E_2$: esce un numero magg. o uguale a 3 e pallina bianca dalla seconda urna.

E_1 ed E_2 sono dipendenti E ed E_2

Usa la prob. condizionata

Created with Doceri



$$P(E|E_1) = \frac{3}{5}$$

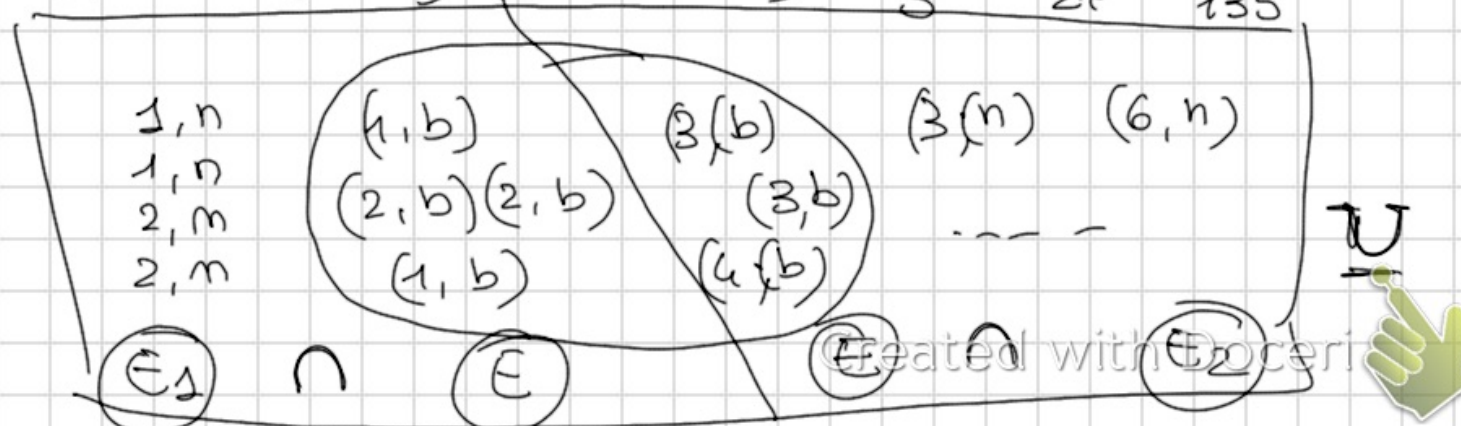
$$P(E|E_2) = \frac{4}{9}$$

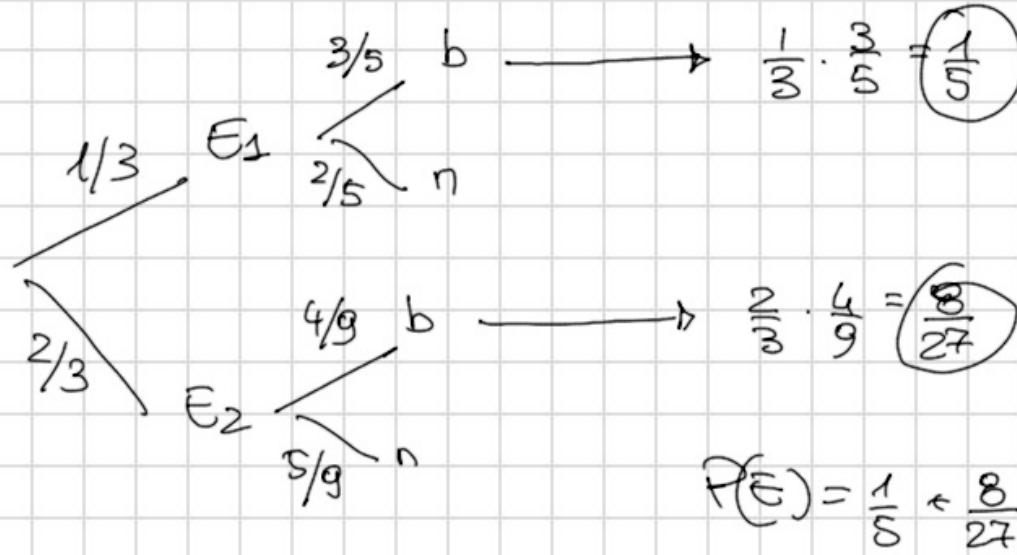
Applicando il prodotto logico ho

$$P(E \cap E_1) = P(E_1) \cdot P(E|E_1) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

$$P(E \cap E_2) = P(E_2) \cdot P(E|E_2) = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{27}$$

$$P(E) = P(E \cap E_1) + P(E \cap E_2) = \frac{1}{5} + \frac{8}{27} = \frac{67}{135}$$





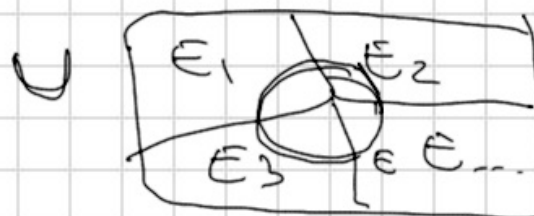
CASO GENERALE

Un evento E si può esprimere come unione di eventi composti a due a due incompatibili

$$E = (E \cap E_1) \cup (E \cap E_2) \dots \cup (E \cap E_n)$$

E_1, E_2, \dots, E_n rappresentano una partizione dello spazio campionario Ω .

non vuoi incompatibili a 2 a 2 tali che la loro unione sia Ω .



Per la prob. totale si ha

$$P(E) = P(E \cap E_1) + P(E \cap E_2) + \dots + P(E \cap E_n)$$

Per il prodotto logico degli eventi

$$P(E) = P(E_1) \cdot P(E|E_1) + P(E_2) \cdot P(E|E_2) \dots \text{with } P(E|E_n) \cdot P(E_n)$$

Formula di Disintegrazione

Se l'evento è accaduto.

E_1 = numero uscite di 3

$E_1 \cap E$ = numero uscite di 3 e poelle brance della
perme urve

Dobbiamo calcolare la probabilita' che, verificatisi E,
si sia verificato anche E_1

$$P(E_1|E) = \frac{P(E_1 \cap E)}{P(E)}$$

$$P(E_1 \cap E) = P(E \cap E_1) = P(E) \cdot P(E|E_1) = 1/5$$

$$P(E) = \frac{67}{135}$$

otteniamo

$$P(E_1|E) = \frac{P(E_1) \cdot P(E|E_1)}{P(E)} = \frac{1/5 \cdot 1/5}{\frac{67}{135}} = \frac{27}{67}$$

Created with Doceri



CASO GENERALE

Sia U uno spazio campionario ed $E \subset U$ un evento che supponiamo si sia verificato.

Consideriamo una partizione di U in n eventi E_1, E_2, \dots, E_n

$$E = (E \cap E_1) \cup (E \cap E_2) \cup \dots \cup (E \cap E_n)$$

La probabilità che l'evento E_i sia stato la causa di E si ottiene dal rapporto tra la probabilità di $E \cap E_i$ e la probab. dell'evento totale.

$$P(E_i | E) = \frac{P(E_i \cap E)}{P(E)} = \frac{P(E_i) \cdot P(E | E_i)}{P(E)}$$

Teorema di
Bayes

Created with Doceri



Esercizio

Una azienda utilizza 3 macchinari: il primo produce 500 pezzi, il secondo 1250 e il terzo 750.

I pezzi difettosi prodotti dai 3 macchinari sono rispettivamente il 5%, il 8% e il 6%.

Avendo prelevato un pezzo difettoso, qual è la probabilità che provenga dal primo macchinario?

M_1 : Produzione primo macchinario

M_2 : prod. secondo macchinario

M_3 : prod. terzo macchinario

D : pezzo difettoso

La prob. che un pezzo difettoso esce dalla prima macchina

$$P(D \cap M_1) = P(M_1) \cdot P(D | M_1) = 0,01$$

Avendo preso un pezzo difettoso, qual è la prob. che esso provenga dalla prima macchina

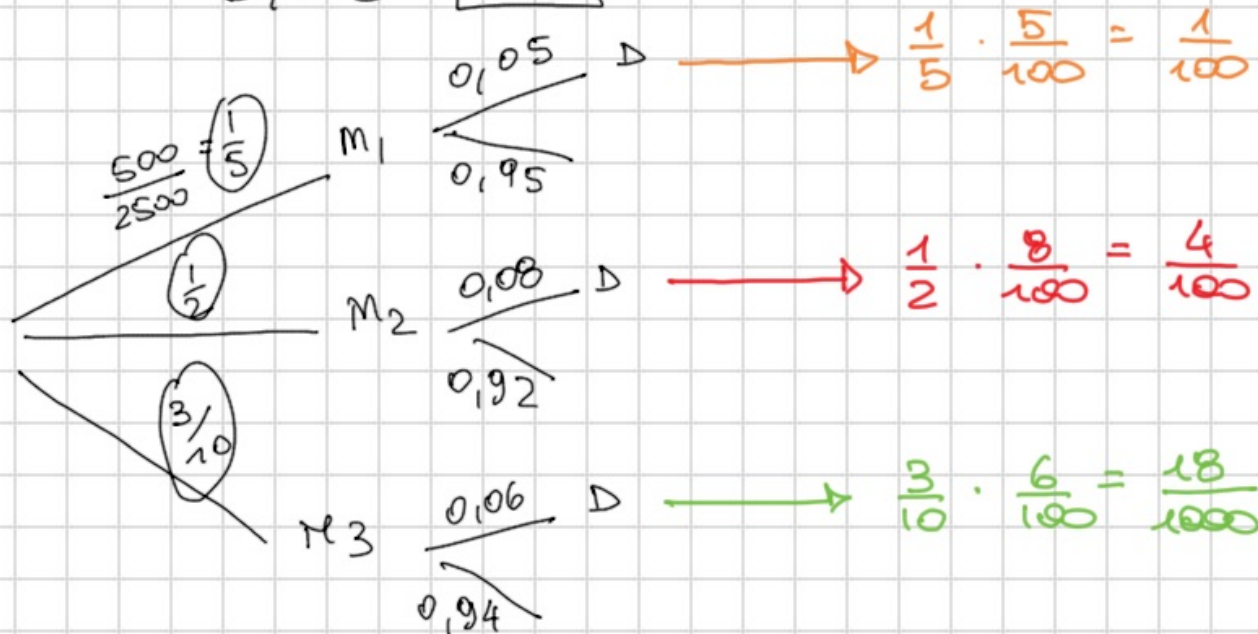
$$P(M_1 | D) = \frac{P(M_1) \cdot P(D | M_1)}{P(D)} = \frac{0,01}{P(D)}$$



$$P(D) = 0,01 + 0,04 + 0,018 = 0,068$$

Formula di disintegrazione

$$P(M_i|D) = \frac{0,01}{0,068} = \frac{5}{34}$$



Created with Doceri



La probabilità che esce un pezzo difettoso dalla seconda o dalla terza macchina

$$P(M_2) \cdot P(D|M_2) + P(M_3) \cdot P(D|M_3) = 0,04 + 0,08 = 0,058$$

$$P(E) = \frac{0,058}{0,068} = \boxed{\frac{29}{34}}$$

Created with Doceri

