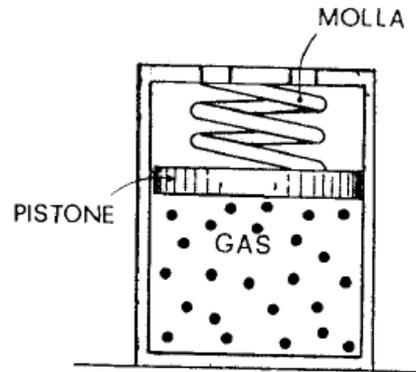


Lezione 7 - Termodinamica

Esercizi svolti

Esercizio n°1



n moli di ossigeno sono contenute in un cilindro dotato di un pistone di area $S = 200 \text{ cm}^2$ collegato tramite una molla a un sostegno rigido. Inizialmente il volume del gas è $V_0 = 5 \text{ l}$, la pressione è pari a quella esterna e la temperatura è $T_0 = -30^\circ\text{C}$. Lasciando il sistema a contatto con l'ambiente esterno, esso si porta alla temperatura ambiente di 27°C e il pistone si solleva di $h = 2 \text{ cm}$.

- Qual è la massa del gas (peso molecolare 32)?
- Quanto valgono la pressione e il volume finali?
- Qual è il valore della costante elastica della molla?
- Qual è il lavoro L compiuto durante la trasformazione?
- Quale quantità di calore Q il sistema ha assorbito dall'ambiente?

Soluzione

E' necessario, innanzitutto calcolare il numero di moli. Ricorriamo all'equazione di stato dei gas perfetti:

$$n = \frac{P_0 V_0}{RT_0} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 5 \text{ l}}{0.0820 \frac{\text{l} \cdot \text{atm}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 243 \text{ K}} = 0.25 \text{ mol}$$

La massa si ottiene dalla relazione:

$$m = n \cdot M = 0.25 \cdot 32 \text{ g} = 8 \text{ g}$$

Il volume finale si ricava tenendo conto che al volume iniziale bisogna aggiungere il volume relativo alla compressione della molla:

$$V = V_0 + S \cdot h = 5 \text{ l} + 200 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ l} = 5.4 \text{ l}$$

Conoscendo la temperatura $T = 300 \text{ K}$, dalla legge di stato dei gas ideali si ricava la pressione finale

$$P = 1.3 \text{ atm}$$

La costante elastica della molla si può ricavare come segue:

$$P = P_0 + \frac{Kh}{S} \quad \rightarrow \quad K = \frac{P - P_0}{h} S = 3.4 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

Il lavoro totale è pari al lavoro compiuto dalla espansione del gas più il lavoro dovuto alla compressione della molla:

$$L = \frac{1}{2}Kh^2 + P_0\Delta V = 47.3 \text{ J}$$

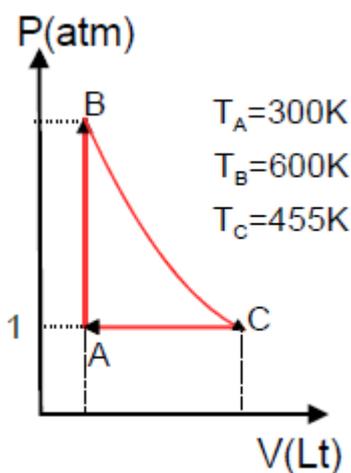
La quantità di calore la possiamo ricavare dal primo principio della termodinamica:

$$Q = \Delta U + L = nc_v\Delta T + L = 346.3 \text{ J}$$

Esercizio n°2

Una mole di un gas ideale compie il ciclo mostrato in figura. Il processo AB avviene a volume costante, il processo BC è adiabatico e il processo CA avviene a pressione costante. Dati i seguenti valori $T_A = 300 \text{ K}$, $T_B = 600 \text{ K}$, $T_C = 455 \text{ K}$, $p_A = 1 \text{ atm}$ e considerando il gas monoatomico, si calcolino:

- La pressione e il volume negli stati B e C;
- Il calore, il lavoro e la variazione di energia interna per ciascuna trasformazione



Soluzione

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B} \quad \rightarrow \quad p_B = \frac{1 \text{ atm} \cdot 600 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 2 \text{ atm}$$

$$p_A V_A = nRT_A \quad \rightarrow \quad V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = 24.6 \text{ l}$$

$$V_B = V_A = 24.6 \text{ l}$$

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_C}{T_C} \quad \rightarrow \quad V_C = 37.3 \text{ l}$$

$$p_A = p_C = 1 \text{ atm}$$

Durante la trasformazione isocora si ha:

$$L_{AB} = 0; \Delta U_{AB} = Q_{AB} - L_{AB} = Q_{AB}$$
$$\Delta U_{AB} = n c_v \Delta T = 1 \text{ atm} \cdot \frac{3}{2} \cdot 0.0820 \cdot (600 - 300) = 36.90 \text{ atm/l}$$

Durante la trasformazione adiabatica si ha:

$$Q_{BC} = 0 \rightarrow \Delta U_{BC} = -L_{BC}$$
$$L_{BC} = \frac{p_B V_B - p_C V_C}{\gamma - 1} = 17.83 \text{ atm/l}$$

Durante la trasformazione isobara si ha:

$$L_{CA} = p(V_A - V_C) = -12.71 \frac{\text{atm}}{\text{l}}$$
$$Q_{CA} = n c_p \Delta T = -31.78 \text{ atm/l}$$
$$\Delta U_{CA} = Q_{CA} - L_{CA} = -19.07 \text{ atm/l}$$

Esercizi proposti

Esercizio N°1 (prova del 26/02/2014)

Due moli di un gas che si comporta come un gas perfetto monoatomico vengono sottoposte alle seguenti trasformazioni reversibili:

- Una isocora da uno stato A con $V_A = 10 \text{ l}$ e $T_A = 600 \text{ K}$ ad uno stato B con $T_B = \frac{T_A}{2}$;
- Una adiabatica fino allo stato $T_C = T_A$;
- Una isoterma dallo stato C allo stato iniziale A.

Si calcoli il valore del volume V_C ed il rendimento del ciclo ottenuto

Esercizio N°2 (prova del 22/09/2014)

In una macchina reversibile, 2.5 moli di un gas assimilabile ad un gas perfetto biatomico eseguono le seguenti trasformazioni: una espansione isoterma dallo stato iniziale ($P_1 = 15 \text{ atm}$; $T_1 = 90^\circ\text{C}$) ad uno stato finale con $V_2 = 4V_1$, una isobara in cui il gas è portato sull'adiabatica passante per lo stato iniziale ed una adiabatica che lo riporta allo stato iniziale. Calcolare il rendimento del ciclo e la variazione di entropia lungo l'isobara

Esercizio n°3 (prova del 28/01/2014)

Due moli di un gas che si comporta come un gas perfetto biatomico, partendo da uno stato iniziale con pressione $P_0 = 2 \text{ atm}$ e $V_0 = 30 \text{ l}$ compiono una trasformazione adiabatica irreversibile raggiungendo uno stato di equilibrio. Successivamente compiono una trasformazione isobara, compiendo un lavoro $L_{1 \rightarrow 2} = 2.5 \text{ kJ}$ e portando il gas in uno stato 2 caratterizzato da un volume $V_2 = \frac{V_1}{2}$

Infine dallo stato 2 il gas torna nello stato iniziale attraverso una trasformazione adiabatica reversibile. Si calcoli:

1. Il lavoro compiuto dall'adiabatica irreversibile;
2. La pressione, il volume e la temperatura degli stati 1 e 2;
3. La variazione di entropia nella trasformazione adiabatica irreversibile

Esercizio n°4 (prova del 11/06/2014)

Un cilindro orizzontale è diviso in due parti da un setto rigido, con $V_1 = 0.5 \text{ l}$ e $V_2 = 2.5 \text{ l}$. In 1 sono presenti 0.03 moli di un gas che si comporta come un gas perfetto monoatomico inizialmente alla temperatura $T_1 = 273 \text{ K}$ mentre in 2 è presente un gas che si comporta come un gas perfetto biatomico inizialmente alla pressione atmosferica ed alla temperatura $T_1 = T_2$. Il setto rigido, il pistone e le pareti del cilindro sono adiabatiche ed il pistone può scorrere senza attrito nel cilindro. Il setto rigido si rompe e P_2 raggiunge il valore di 10 atm . Se il gas 2 viene compresso reversibilmente fino alla rottura del setto, si calcoli:

1. Il lavoro compiuto dal gas 2 durante questa compressione;
2. La temperatura all'equilibrio della miscela di gas dopo la rottura del setto.

Esercizio n°5 (prova del 04/09/2014)

Una quantità di aria inizialmente a pressione $P_i = 5 \text{ atm}$ e temperatura $T_i = 50^\circ\text{C}$ subisce una trasformazione che la porta ad occupare un volume $V_f = 3V_i$ con una pressione $P_f = 1 \text{ atm}$. Se la trasformazione segue una legge del tipo $pV^k = \text{cost}$ si calcolino:

- a. Il valore dell'esponente k ;
- b. Il lavoro fatto dall'aria
- c. La variazione di energia interna nell'ipotesi che l'aria si comporti come un gas perfetto biatomico
- d. La quantità di calore assorbita dall'aria.