

Università degli Studi di Salerno
Dipartimento di Fisica «E. Caianiello»

Liceo Scientifico «De Caprariis»
Atripalda (AV)

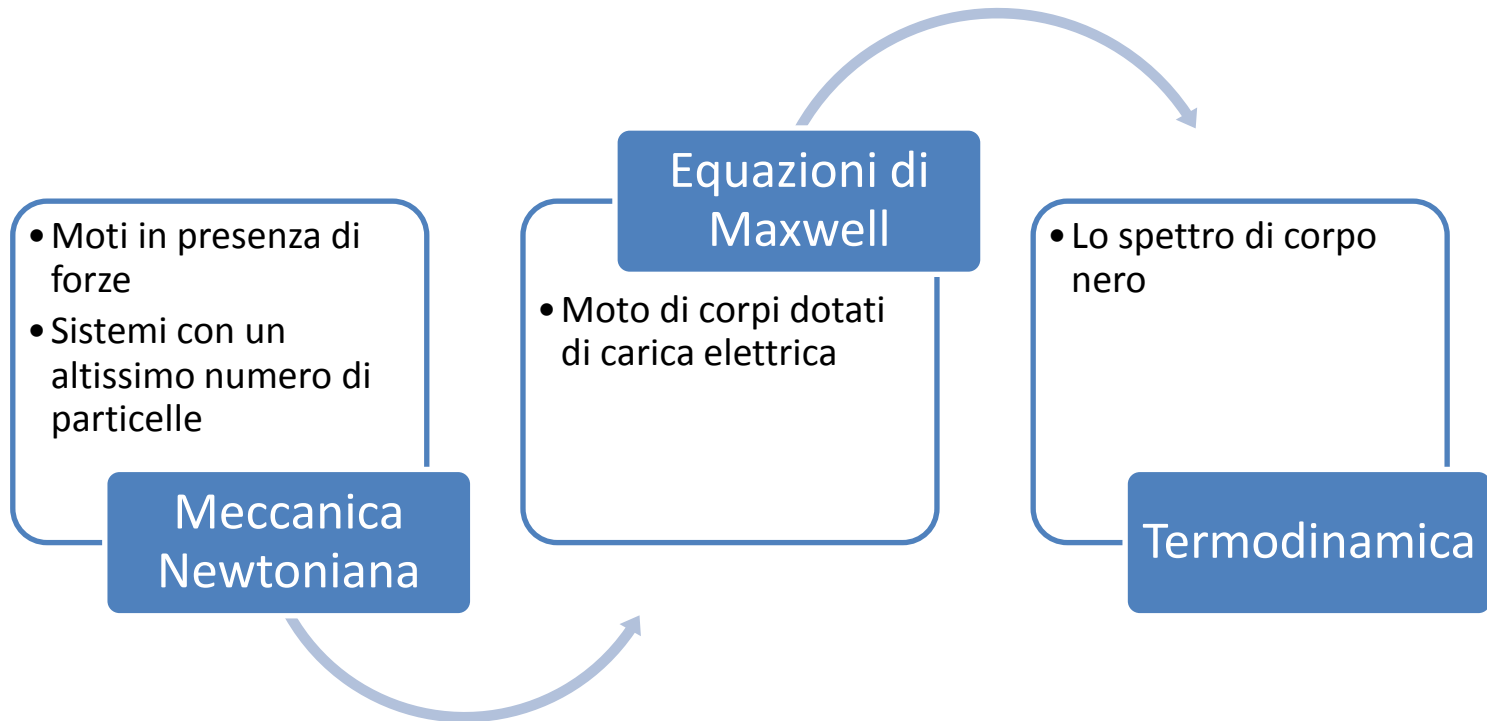
Seminari di Fisica Moderna

Introduzione alla Relatività

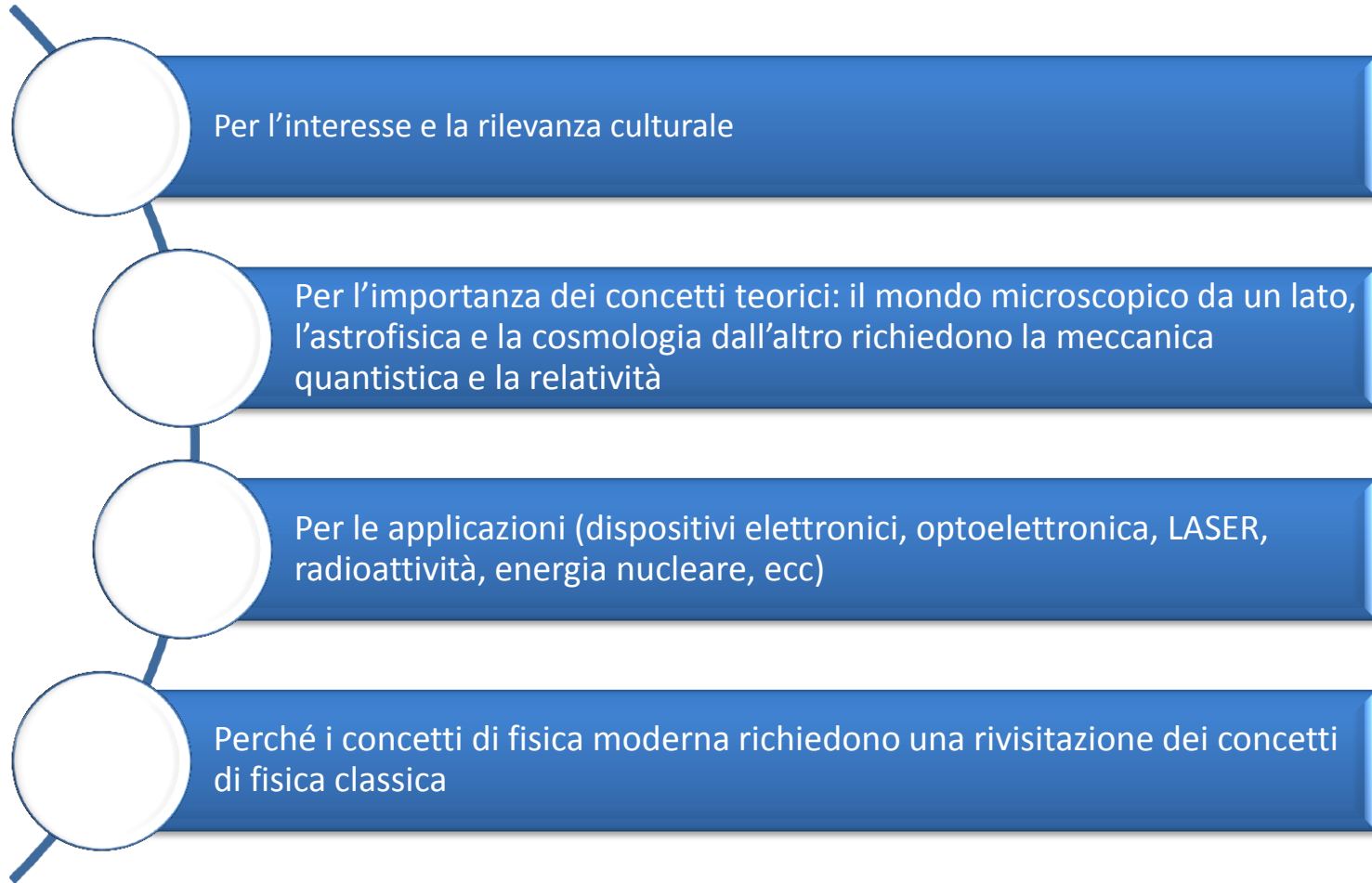


Piano Lauree Scientifiche

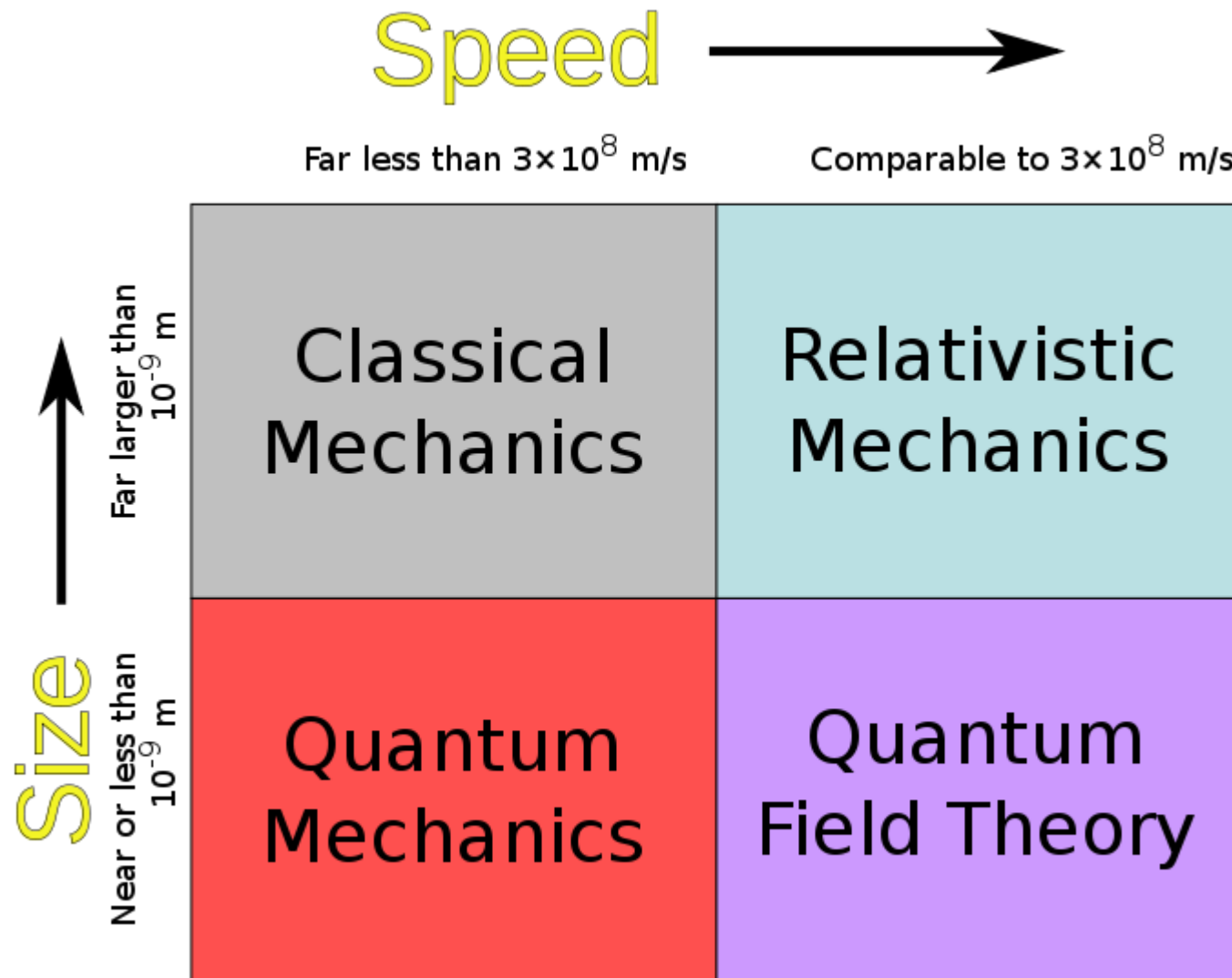
Elementi di crisi agli inizi del Novecento



Perché la fisica moderna



Meccanica classica o relativistica?



La Fisica Moderna

Alla scoperta del microcosmo



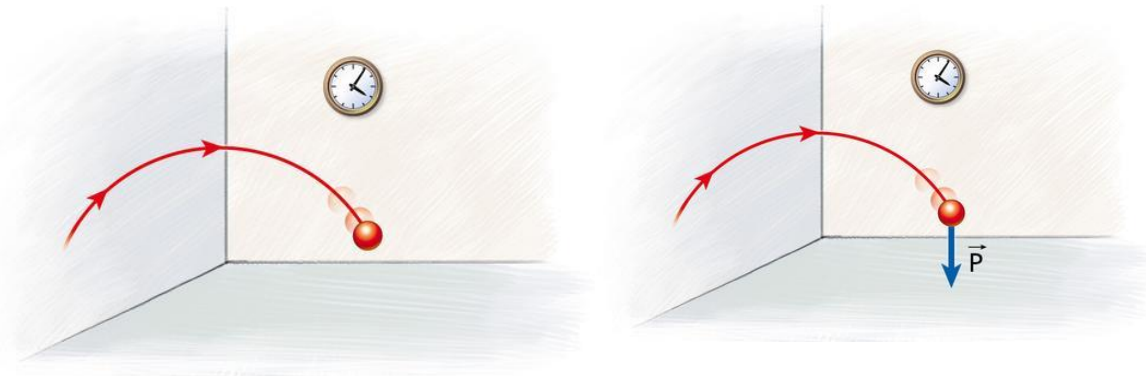
La Fisica Moderna

La Fisica Moderna intorno a noi



I sistemi inerziali e le leggi di Newton

Le basi della dinamica furono fissate da Newton sotto forma di tre principi che racchiudono le innumerevoli evidenze sperimentali osservate nello studio dei moti. In particolare il primo principio o principio d'inerzia definisce una particolare categoria di osservatori, cioè gli osservatori che utilizzano sistemi di *riferimento inerziali*, come analizzato nel capitolo «I principi della dinamica». In un sistema di riferimento inerziale le forze hanno sempre origine dall'interazione fra i corpi.



Al contrario, in un sistema di riferimento non inerziale agiscono forze che sono effetto delle accelerazioni del sistema e che *non* possono essere ricondotte a interazioni fra corpi.

La Fisica Moderna

Dal punto di vista sperimentale se SI è un sistema di riferimento inerziale, allora un altro sistema di riferimento SR è inerziale se e solo se:

1. è un sistema spostato di una quantità fissa rispetto a SI , cioè le origini dei due sistemi di riferimento sono diverse;
2. è un sistema ruotato di un angolo fisso rispetto a SI e dunque gli assi di SR hanno direzioni diverse rispetto a SI ;
3. il verso di un asse in SR , per esempio x , è invertito rispetto al corrispondente asse di SI (in questo caso si dice che un sistema è destrorso e l'altro sinistrorso);
4. il tempo misurato dall'orologio di SR è misurato da un istante iniziale diverso rispetto al tempo dell'orologio di SI ;
5. SR si sta muovendo in linea retta a velocità costante rispetto a SI ;
6. SR differisce dal primo sistema per una combinazione della prima e della quinta condizione.

Il sistema SR non è inerziale se trasla con moto accelerato o ruota rispetto al sistema inerziale SI . In altre parole un'accelerazione lineare o centripeta fa perdere l'inerzialità al sistema.

Le sei condizioni appena espresse fissano le caratteristiche sperimentali dei sistemi inerziali nella dinamica newtoniana

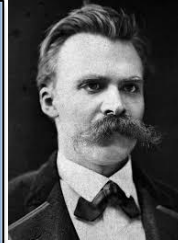
La Fisica Moderna

Se consideriamo porzioni dello spazio in cui non ci siano pianeti o stelle nelle vicinanze, possiamo affermare che:

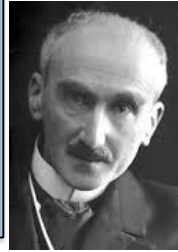
1. lo spazio è omogeneo, cioè non ci sono posizioni privilegiate e tutti i punti si equivalgono;
2. lo spazio è isotropo, cioè non ci sono direzioni privilegiate;
3. se un insieme di corpi si muove in un certo modo, il loro moto osservato allo specchio è ancora un modo possibile di muoversi;
4. il tempo è universale, scorre allo stesso modo per tutti gli osservatori e gli istanti sono tutti equivalenti;
5. non è possibile stabilire sperimentalmente la velocità assoluta del proprio sistema di riferimento nello spazio e tutto ciò che si può rilevare è la propria velocità relativa a un altro sistema.

La crisi del Positivismo

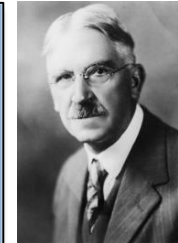
La realtà psicologica diviene oggetto dell'indagine filosofica: una realtà anch'essa oggettiva, ma dotata di sue proprie leggi e di un suo tempo (quello della memoria, del vissuto) diverso da quello fisico-quantitativo delle scienze esatte.



In Francia la reazione al positivismo trovò la sua espressione più organica nella filosofia di Henri Bergson, che concepiva la realtà come creazione continua, mossa da uno "slancio vitale" e conoscibile nella sua pienezza solo attraverso l'intuizione, e contrapponeva alla concezione del tempo "spazializzato" (quello dell'orologio o della clessidra) l'idea di un tempo "vissuto" internamente nella coscienza.



Nei paesi anglosassoni, e soprattutto negli Stati Uniti, la corrente di pensiero dominante fu quello conosciuta col nome di pragmatismo (Dewey). Il pragmatismo considerava determinante il rapporto di reciproca verifica fra teoria e pratica e fra individuo e natura, e rivalutava così, inserendole nel campo filosofico, scienze "pratiche" come la psicologia e la pedagogia.



Un ulteriore tratto distintivo della cultura europea negli anni a cavallo fra i due secoli fu la riflessione sulla *relatività* e sulla *soggettività della conoscenza*: più esattamente, il problema dell'influenza delle inclinazioni personali, dei «valori» dell'osservatore sul modo di studiare e di rappresentare il fenomeno osservato. Un problema che interessò i filosofi, ma anche i cultori delle cosiddette «scienze umane» (sociologia, psicologia, scienza politica, antropologia, ecc.) e che trovò le sue formulazioni più lucide nell'opera del tedesco *Max Weber*

La Fisica Moderna

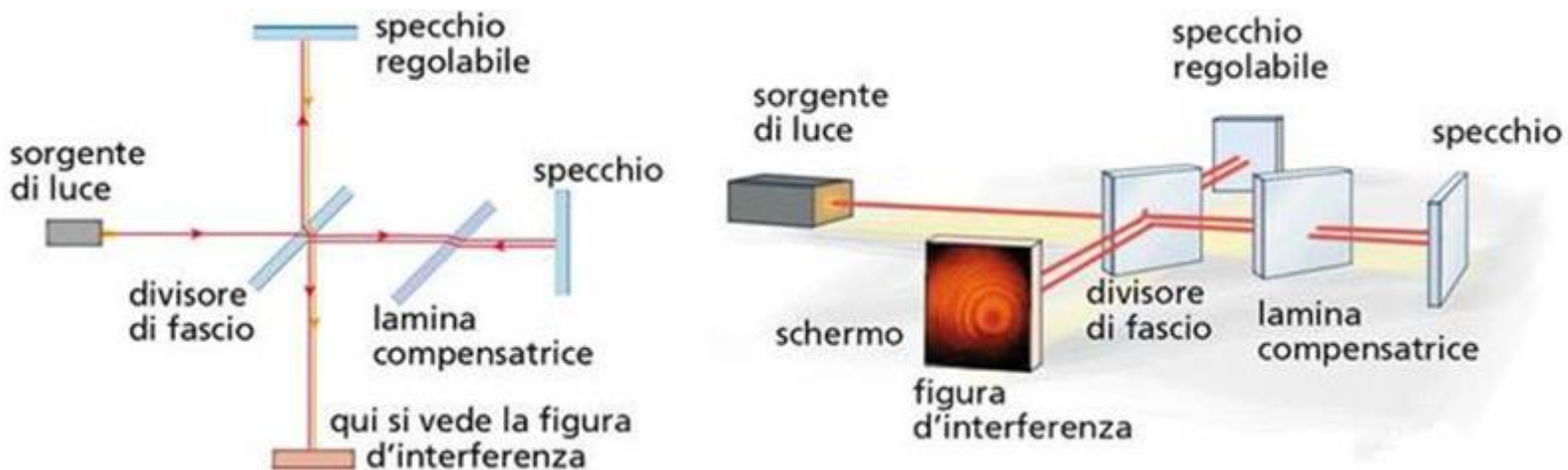
Nella teoria di Maxwell, le onde elettromagnetiche si propagano nel vuoto con velocità $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \sim 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Poiché nel vuoto la costante dielettrica ϵ_0 e la permeabilità magnetica μ_0 mantengono gli stessi valori in tutti i sistemi di riferimento inerziali, la velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi inerziali, indipendentemente dal loro stato di moto.

In analogia con le onde meccaniche, alla fine dell'Ottocento i fisici ritenevano che le onde elettromagnetiche dovessero propagarsi all'interno di un ipotetico mezzo elastico, detto *etere*, che permeava tutto lo spazio. Fra le proprietà dell'etere, la più singolare era certamente quella di fornire un sistema di riferimento inerziale *assoluto*, simile alle stelle fisse ipotizzate da Newton. Se l'etere esiste, si può stabilire la velocità assoluta di un qualsiasi sistema di riferimento mediante misure sulla velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche, contraddicendo così la quinta proprietà dei sistemi inerziali.

Michelson - Morley

Furono approntati vari esperimenti per determinare la velocità della Terra rispetto all'etere, il più accurato dei quali fu quello di Michelson-Morley, basato su un interferometro di sensibilità così elevata da poter rilevare l'effetto della velocità della Terra $v = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ rispetto a quello della luce $v = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.



Il dispositivo crea una figura di interferenza tra due fasci di luce che si ottengono dividendo uno stesso fascio di luce monocromatica con uno specchio semi-argentato (detto divisore di fascio). Mediante uno specchio mobile si rendono uguali le lunghezze dei due cammini, mentre una lamina compensatrice inserita sul percorso del raggio che attraversa lo specchio semiargentato assicura che i due fasci percorrano lo stesso cammino all'interno del vetro.

Michelson - Morley

Il dispositivo è molto sensibile a qualsiasi variazione intervenga lungo il percorso della luce: per esempio, uno spostamento dello specchio mobile di un decimo di millimetro provoca uno spostamento di centinaia di frange della figura d'interferenza.

Fra il 1881 e il 1887 Albert Michelson, con l'aiuto di Edward Morley, utilizzò questo interferometro per misurare la velocità assoluta della Terra rispetto all'etere. L'idea era quella di cambiare l'orientamento dell'interferometro nello spazio, in modo da far sì che la velocità della Terra cambiasse le velocità con cui la luce si sposta all'interno del dispositivo, provocando così lo spostamento delle frange di interferenza.

Supponiamo che l'interferometro si sposti rispetto all'etere con velocità v in direzione del braccio indicato nel disegno. Indichiamo con d la distanza fra lo specchio semiargentato e ognuno degli altri due specchi e calcoliamo il tempo che la luce impiega per coprire la distanza $2d$ in ciascuno dei due cammini facendo l'ipotesi che *la velocità della luce rispetto all'etere è c* .

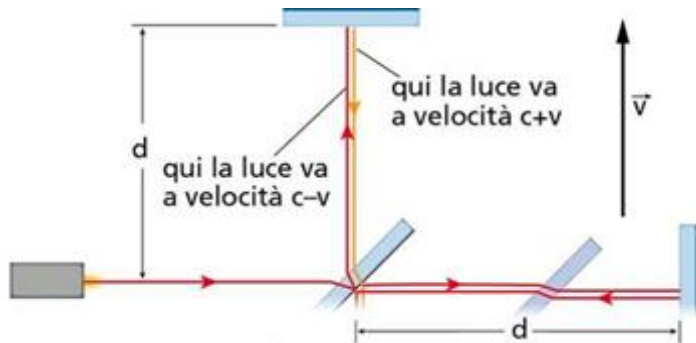
http://www.ba.infn.it/~piero/Didattica/fisica/relativita/esperimento_Michelson-Morley.php

Michelson - Morley

1 Cammino parallelo a v

La velocità della luce nel dispositivo all'andata è $c - v$, al ritorno è $c + v$:

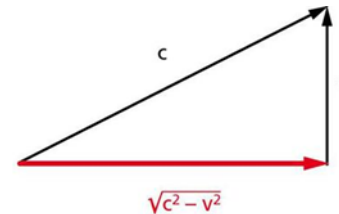
$$\Delta t_1 = \frac{d}{c - v} + \frac{d}{c + v} = 2 \frac{dc}{c^2 - v^2}$$



2 Cammino perpendicolare a v

La velocità della luce nel dispositivo è la stessa all'andata e al ritorno:

$$\Delta t_2 = 2 \frac{dc}{c^2 - v^2}$$



La differenza fra i tempi di percorrenza dovrebbe produrre un effetto misurabile sullo spostamento delle frange attraverso il quale misurare v . Contrariamente alle attese, Michelson e Morley non rilevarono alcuno spostamento delle frange. L'esito di queste misure contrasta con l'ipotesi dell'esistenza di un etere in quiete in cui si propagano le onde elettromagnetiche e si accorda col principio secondo il quale è impossibile stabilire un moto assoluto nello spazio a velocità costante.

Einstein

Nel 1905 Einstein pubblicò un articolo dal titolo *Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento*, destinato a influenzare profondamente la fisica successiva, in cui espose in modo compiuto la **teoria della relatività ristretta**.

Nella sua teoria, che con denominazione più appropriata si potrebbe definire una *teoria dei sistemi di riferimento inerziali*, Einstein propone il modello matematico che descrive lo spazio e il tempo in regioni in cui non sono presenti grandi concentrazioni di materia o energia.



L'analisi di Einstein non prese le mosse dal fallimento degli esperimenti volti a misurare la velocità della Terra nell'etere, quanto piuttosto da considerazioni di tipo concettuale. Einstein considerò un'onda elettromagnetica piana, formata da un campo elettrico e da un campo magnetico oscillanti che si propagano nel vuoto con velocità $3,00 \cdot 10^8$ m/s.

Einstein

Se un osservatore fosse in grado di muoversi alla stessa velocità dell'onda «vedrebbe» l'onda come un insieme di campi elettrici e magnetici statici con un andamento sinusoidale nella direzione del moto. Le equazioni di Maxwell non contemplano però una situazione di questo tipo: si deve concludere che la luce non può apparire ferma a un osservatore e che quindi non è possibile per un osservatore muoversi alla stessa velocità di un'onda elettromagnetica.

Einstein intuì che, se la luce nel vuoto non può essere raggiunta, non può nemmeno essere rallentata o accelerata: un osservatore in moto rispetto a un'onda elettromagnetica misurerà sempre la stessa velocità di $3,00 \cdot 10^8$ m/s. Estendendo la sua analisi anche ad altri fenomeni, Einstein concluse che «i fenomeni elettrodinamici, come quelli meccanici, non possiedono proprietà corrispondenti al concetto di quiete assoluta». Questa ipotesi ripristina la validità del punto 5 del paragrafo precedente: non è possibile stabilire la velocità assoluta del proprio sistema di riferimento nemmeno effettuando misure sulla velocità della luce.

Einstein

Nell'articolo del 1905 Einstein pose a fondamento della sua analisi i due postulati seguenti:

«Le leggi dell'elettrodinamica e dell'ottica sono valide per tutti i sistemi di coordinate nei quali valgono i principi della dinamica.»

«Nello spazio vuoto la luce si propaga sempre con una velocità v ben determinata, indipendente dallo stato di moto del corpo che la emette.»

In termini moderni, le basi della teoria della relatività sono i due principi seguenti

Principio di relatività:

le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali.

Principio di costanza della velocità della luce:

la velocità della luce c è la stessa in tutti i sistemi inerziali, indipendentemente dal moto della sorgente che la emette.

Einstein

Il principio di relatività di Einstein stabilisce la completa equivalenza dei sistemi di riferimento inerziali, per cui non può esistere un sistema in quiete assoluta mediante il quale stabilire la velocità *assoluta* di ogni altro sistema inerziale. Ciò comporta la necessità di introdurre il principio di costanza della velocità della luce in pieno accordo con i risultati negativi dell'esperimento di Michelson e Morley: **la velocità della luce non dipende dal sistema di riferimento inerziale in cui viene misurata, né dallo stato di moto della sorgente.**

L'introduzione di questo principio obbliga a modificare la proprietà 4 dei sistemi inerziali:

il tempo non è più universale, ma scorre in modo diverso nei vari sistemi di riferimento inerziali.



Da ciò derivano alcune delle conseguenze più sorprendenti della relatività, come **la dilatazione dei tempi e la contrazione delle lunghezze**

Gedankenexperimente

Il tempo non si può considerare un'entità assoluta.

Nessuno dubita che il tempo scorra in un verso e che non torni mai indietro ma l'intervallo di tempo tra due eventi o anche la **simultaneità** di due eventi, dipende dal sistema di riferimento dell'osservatore.

Si dice che due eventi sono simultanei se accadono esattamente nello stesso istante.

Ma come facciamo a sapere se due eventi avvengono proprio nello stesso momento?

Se avvengono nello stesso istante , la risposta è facile.

Se i due eventi si verificano in due luoghi lontani occorre tener conto del tempo che la luce impiega a raggiungerci dai siti in cui si manifestano.

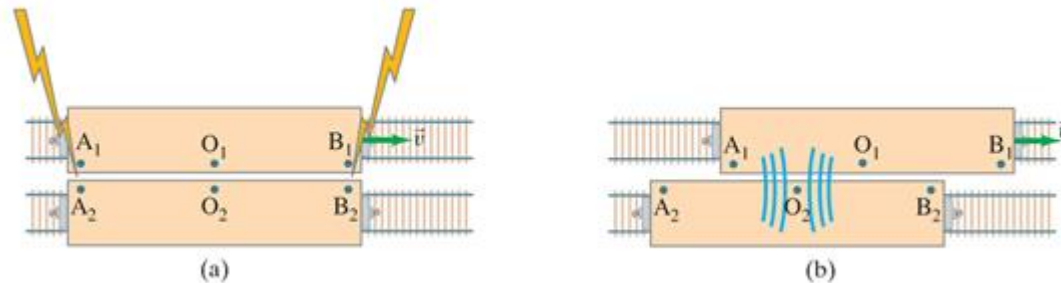
La simultaneità

Ricorriamo ad un semplice esperimento concettuale.

Poniamo un osservatore O esattamente a metà strada tra i due punti A e B , sedi di due eventi. I due eventi possono consistere per esempio in due fulmini che colpiscono i punti A e B . In caso di eventi di breve durata, come l'abbattersi di un fulmine, dai punti A e B si dipartono due brevi impulsi luminosi che raggiungono l'osservatore O . Se i due impulsi raggiungono O contemporaneamente, l'osservatore deduce che i due eventi sono stati simultanei



La simultaneità



Per l'osservatore O_2 il sistema di riferimento O_1 si muove verso destra. In (a) un fulmine colpisce i due sistemi di riferimento in A_1 e A_2 e un secondo fulmine si abbatte in B_1 e B_2 .

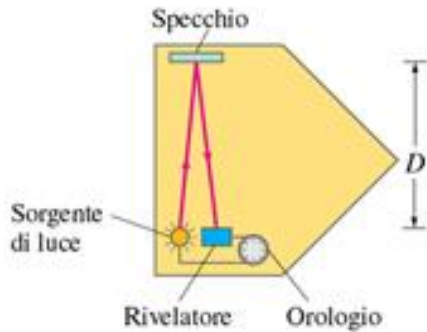
Un istante dopo i due raggi di luce provenienti dai due eventi raggiungono contemporaneamente O_2 di modo che questi ritiene che i due fulmini siano caduti simultaneamente.

Nel sistema di riferimento O_1 invece la luce proveniente da B_1 è già arrivata all'osservatore O_1 quando quella in arrivo da A_1 deve ancora raggiungerlo. Sicchè nel sistema di riferimento di O_1 l'evento in B_1 deve essere avvenuto prima dell'evento in A_1 . Il tempo non è assoluto

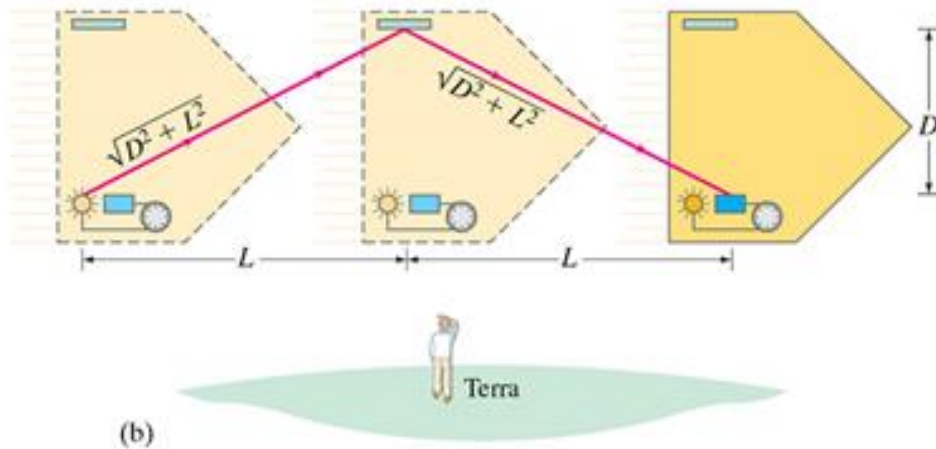
Il ritardo degli orologi in movimento



Il ritardo degli orologi in movimento



(a)



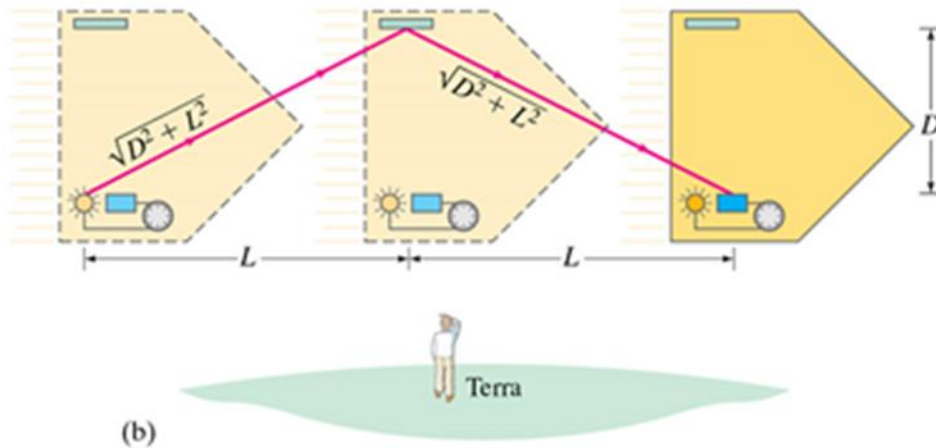
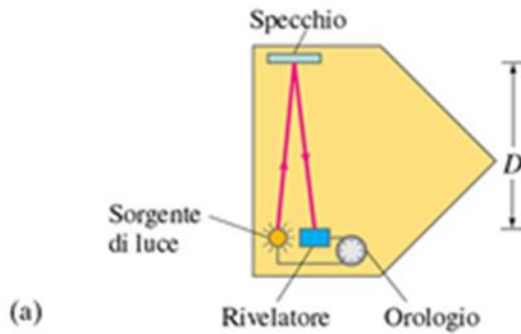
(b)

Un'astronave transita vicino alla Terra a gran velocità. Nella parte (a) vediamo la situazione dal punto di vista di un osservatore a bordo dell'astronave mentre nella parte (b) è descritto il punto di vista di un osservatore sulla Terra. Entrambi sono dotati di orologi precisi. L'astronauta in (a) emette un lampo di luce e misura il tempo che l'onda luminosa impiega ad attraversare la navicella e a tornare indietro dopo una riflessione su uno specchio. La luce percorre una distanza $2D$ alla velocità c e quindi il tempo Δt_0 richiesto è

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c}$$

Questo è il tempo misurato dall'osservatore astronauta sulla sua navicella.

Il ritardo degli orologi in movimento



L'osservatore sulla Terra rileva lo stesso fenomeno ma per quest'ultimo l'astronave è in moto. Quindi la luce percorre il cammino in diagonale illustrato in figura, dalla sorgente allo specchio e di nuovo alla sorgente. Per l'osservatore terrestre la luce viaggia ancora alla stessa velocità ma percorre una distanza più lunga.

Questo osservatore misura un tempo maggiore di quello misurato dall'astronauta. Durante il tempo Δt la navicella percorre una distanza $2L = v\Delta t$ dove v è la velocità dell'astronave rispetto alla Terra. Il cammino percorso dalla luce è

$$2\sqrt{D^2 + L^2}$$

e quindi

$$c = \frac{2\sqrt{D^2 + L^2}}{\Delta t} = \frac{2\sqrt{D^2 + v^2(\Delta t)^2/4}}{\Delta t}$$

Il ritardo degli orologi in movimento

Elevando al quadrato ambo i membri e risolvendo rispetto a Δt otteniamo

$$c^2 = \frac{4D^2}{(\Delta t)^2} + v^2$$
$$\Delta t = \frac{2D}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Introducendo l'espressione di Δt_0 troviamo

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Essendo il denominatore sempre minore di 1, si può concludere che $\Delta t > \Delta t_0$
L'intervallo di tempo tra i due eventi è maggiore per l'osservatore che sta sulla Terra rispetto a quello rilevato dall'osservatore sull'astronave.

«Gli orologi in moto rispetto a un osservatore risultano a quest'ultimo più lenti (rispetto agli orologi per lui a riposo)

Il tempo si dilata

La dilatazione del tempo

Attenzione!

L'effetto della dilatazione del tempo ha luogo solo quando il tempo in un sistema di riferimento è misurato da un altro in moto relativamente al primo.

Il decadimento del muone

La Terra è investita da un flusso continuo di raggi cosmici, radiazioni e particelle subatomiche. I muoni sono particelle prodotte in grande quantità dall'interazione dei raggi cosmici con l'aria nell'alta atmosfera e viaggiano ad una velocità $0,994c$



Essi non sono stabili: prodotti in laboratorio, circa la metà di essi decade in $1,56\mu\text{s}$ (periodo noto come intervallo di dimezzamento del muone)

Se 10^6 muoni vengono prodotti ad una altitudine di 10Km, quanti di essi raggiungerebbero il suolo se non vi fossero effetti relativistici e quanti di essi raggiungerebbero il suolo tenendo conto della dilatazione del tempo?

Il decadimento del muone

Il tempo che occorre a un muone per raggiungere la superficie terrestre è dato dall'altitudine diviso la sua velocità. Per un'altezza di 10Km con una velocità di $0,994c$ si ottiene:

$$\Delta t = \frac{10000}{0,994(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})} = 3,35 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Poiché il tempo di dimezzamento del muone è di $1,56\mu\text{s}$ in media meno di un muone dovrebbe raggiungere la Terra

Se si tiene conto degli effetti relativistici, si avrà:

$$\Delta t_p = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \Delta t = 3,67 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Questo significa che circa il 20% della popolazione iniziale di muoni raggiunge il suolo.



Il decadimento del muone

Riflessione

Una delle prime conferme della relatività di Einstein fu un esperimento del 1941 in cui veniva confrontato il numero di muoni rilevati durante un'ora sulla cima del monte Washington con il numero rilevato in uno stesso intervallo di tempo alla base della montagna.

Senza tener conto della dilatazione del tempo ci si sarebbe aspettato di rivelare alla base solo il 10% dei muoni osservati circa 1100 metri più in alto.

Le misure dettero un risultato di più dell'80%



Osservazione

Einstein elaborò la teoria della relatività speciale sulla base di due postulati: il primo impone che tutte le leggi della fisica siano uguali in tutti i sistemi di riferimento; il secondo che la velocità della luce nel vuoto sia la stessa in tutti i sistemi di riferimento e sia indipendente dalla velocità della sorgente e da quella dell'osservatore.

Tutto è relativo

La velocità della luce è la stessa in tutti i sistemi di riferimento

Il tempo non scorre allo stesso modo nel passaggio da un riferimento a un altro in moto relativo: un orologio scandisce il tempo più lentamente se osservato da un sistema di riferimento rispetto al quale esso è in movimento

In che modo questo postulato influisce sulla misura delle distanze da diversi sistemi di riferimento?

Non bastano le trasformazioni galileiane che già descrivevano la relatività newtoniana?



Le trasformazioni di Galilei

Consideriamo due sistemi di riferimento (es. una stazione S e un treno in transito per la stazione S'). La trasformazione galileiana mette in relazione posizione e tempo misurati in S (cioè x, y, z, t) con quelli misurati in S' (x', y', z', t') secondo le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x' = x - Vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

dove V è la velocità relativa di S' rispetto ad S (orientato in modo che V sia diretta lungo l'asse x) e si è scelto di orientare S' in modo che assi corrispondenti risultino paralleli e concordi. Poiché i due sistemi si muovono lungo x e x' le coordinate nelle altre due direzioni restano invariate.

Osservazione

La trasformazione galileiana può essere impiegata quando si trattano oggetti o sistemi di riferimento che si muovono lentamente. Non va bene invece per la luce o per corpi in movimento con velocità prossime alla velocità della luce

Le trasformazioni di Lorentz

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - Vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \end{cases}$$

Dove γ è chiamato fattore relativistico ed è espresso dalla seguente relazione

$$\gamma = \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - V^2}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{c^2 - V^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Le trasformazioni di Lorentz

Attenzione

Un corpo è più corto quando si muove rispetto a quando è in quiete.

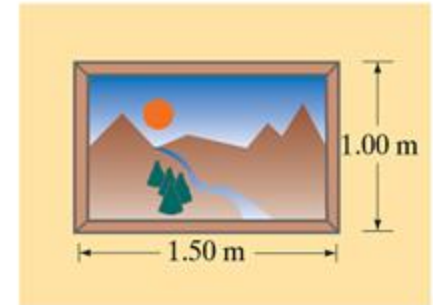
Per la precisione, quando un corpo è in movimento rispetto a un osservatore, la sua lunghezza nella direzione del moto è inferiore alla sua lunghezza propria. Secondo l'equazione

$$L = \frac{1}{\gamma} L_p$$

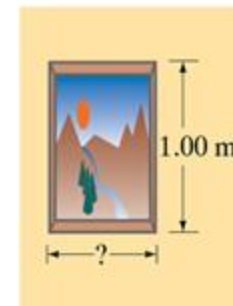
L è sempre inferiore di L_p per ogni valore non nullo della velocità relativa V , perché γ è sempre maggiore di 1.

La contrazione delle lunghezze si manifesta solo lungo la direzione del moto.

Infatti, nell'applicazione della trasformazione di Lorentz si è scelto di allineare l'asse x di S con l'asse x' di S' .



(a)



(b)

Quantità di moto ed energia relativistici

La legge di conservazione della quantità di moto mantiene la sua validità anche quando i sistemi di riferimento da cui il processo collisionale viene osservato si muovono a velocità relativistiche l'uno rispetto all'altro?

Sì

La quantità di moto è

$$p = mv$$

Nella dinamica relativistica essa diventa

$$p = \gamma m_0 v$$

Un confronto fra due definizioni suggerisce che il termine γm_0 rappresenti una definizione di massa in senso relativistico.

Infatti, con un enunciato generale, si considera la massa relativistica m come

$$m = \gamma m_0$$

dove m_0 è la massa a riposo del corpo, cioè la massa che viene misurata nel sistema di riferimento in cui esso è in quiete.

Quantità di moto ed energia relativistici

TABELLA 26-1
Valore di γ

v	γ
0	1.000
0.01c	1.000
0.10c	1.005
0.50c	1.15
0.90c	2.3
0.99c	7.1

La massa del corpo è una misura del suo contenuto di energia

Quando la velocità di un corpo o di un riferimento è nulla, $\gamma = 1$. La massa relativistica m è quindi sempre maggiore o uguale alla massa a riposo m_0 .

L'energia, come la quantità di moto e la massa di un corpo, è funzione della sua velocità rispetto a un osservatore. L'energia relativistica E è proporzionale a una quantità E_0 nota come energia a riposo:

$$E = \gamma E_0$$

Un osservatore in quiete rispetto a un corpo misura la sua stessa energia a riposo.

L'energia a riposo non è né energia potenziale, né energia cinetica.

L'energia a riposo è un concetto nuovo secondo cui massa ed energia sono equivalenti, cioè espressione di una stessa cosa.

Einstein ha mostrato che l'energia a riposo è proporzionale alla massa e il fattore di proporzionalità è c^2

$$E = mc^2$$

La relatività generale

