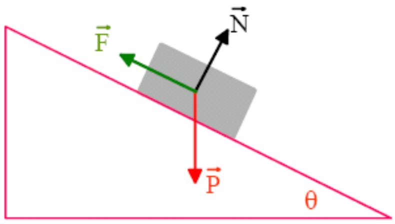
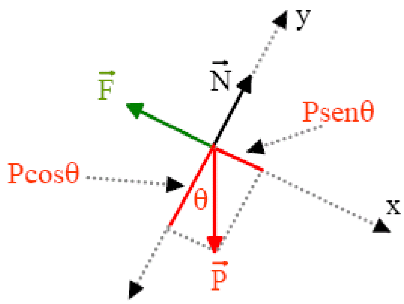
Moto sul piano inclinato (senza attrito)







Per studiare il moto di un oggetto (assimilabile a punto materiale) lungo un piano inclinato bisogna innanzitutto analizzare le forze che agiscono sull'oggetto suddividendole in forze che agiscono parallelamente al piano inclinato e forze che agiscono perpendicolarmente al piano inclinato.

Per visualizzare meglio le forze agenti sull'oggetto conviene tracciare il cosiddetto diagramma di corpo libero. Si fissa un sistema di riferimento con origine nel punto materiale e i due assi orientati rispettivamente x come il piano inclinato e y perpendicolarmente al piano inclinato. Se tracciamo la forza peso e si scompone la forza peso dell'oggetto nelle due componenti $P_{//}$ e P si può notare che il triangolo delle forze è un triangolo rettangolo simile al piano inclinato stesso e che ha un angolo θ tra la forza peso[1] e la sua componente verticale è uguale all'inclinazione del piano inclinato stesso.

Pertanto la seconda legge della dinamica

1

Dimensioni e Unità di misura $[F] = [M][a] \rightarrow Kg \cdot \frac{m}{s^2} = N\,(Newton)$

Unità di misura nella seconda legge di Newton

Sistema	Forza	Massa	Accelerazione
SI	newton (N)	kilogrammo (kg)	m/s^2
CGS[a]	dyne	grammo (g)	cm/s^2
Inglese[b]	libbra (lb)	slug	ft/s^2

[a] $1\ dyne = 1\ g \cdot cm/s^2$.
[b] $1\ lb = 1\ slug \cdot ft/s^2$.

$$\sum F = ma$$

Diviene

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \end{cases}$$

Analizziamo ora le forze che agiscono sul punto materiale nel dettaglio. Il diagramma di corpo libero mostra che le forze agenti sono poste in un piano cartesiano che, come abbiamo detto, per convenienza viene scelto in modo tale che uno dei due assi (x) sia parallelo al piano inclinato. In questo modo, la normale N ha la direzione ortogonale al piano inclinato. Il vettore P può pertanto essere scritto

$$P = P \sin\theta\hat{\imath} + P\cos\theta\hat{\jmath}$$

Se l'oggetto si trova in equilibrio sul piano inclinato, allora la risultante delle forze lungo l'asse x e la risultante delle forze lungo l'asse y devono essere uguali a zero.

$$\sum F = \mathbf{0}$$

E pertanto:

Lungo x $\qquad P\sin\theta - F = \mathbf{0}$

Lungo y $\qquad N - P\cos\theta = \mathbf{0}$

Se, invece un oggetto è in movimento sul piano inclinato dobbiamo fare riferimento alle equazioni:

$$\begin{cases} F_x = ma_x \\ F_y = ma_y \end{cases}$$

Le forze che agiscono lungo y sono uguali e contrarie; pertanto:

$$N - P\cos\theta = \mathbf{0}$$

e cioè

$$N = P\cos\theta$$

Lungo x invece, essendo la forza peso l'unica forza agente, si ha:

$$P\sin\theta = ma$$

e cioè

$$mg\sin\theta = ma$$

Semplificando la massa, si ottiene

$$g\sin\theta = a$$

Si noti che se non conosciamo l'inclinazione del piano inclinato ma ne conosciamo l'altezza e la lunghezza, il $\sin\theta$ si può ricavare dalle ben note relazioni sui triangoli rettangoli; nel caso particolare

$$\sin\theta = \frac{h}{l}$$

Ciò significa che il corpo scivola lungo il piano inclinato con accelerazione costante e minore di g secondo il fattore $\frac{h}{l}$ detto pendenza del piano inclinato.

In breve, se il piano è più inclinato il corpo accelera di più; se è meno inclinato il corpo accelera di meno. Si può dimostrare che, senza attrito, il corpo partendo da una altezza h giunge al suolo con la stessa velocità di un corpo in caduta libera, valendo la relazione

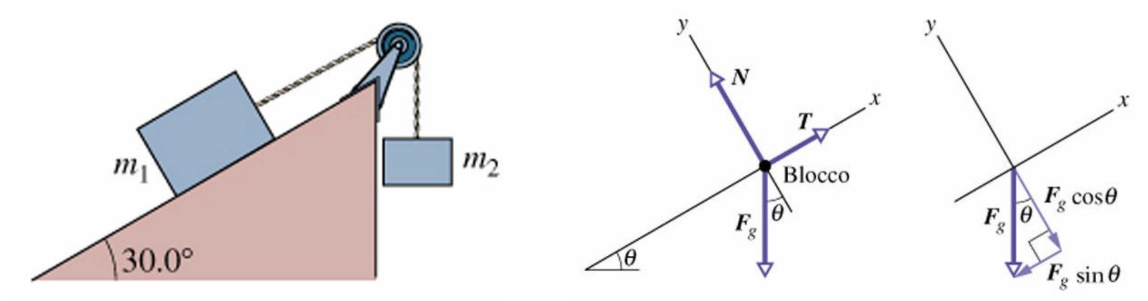
$$v = \sqrt{2gh}$$

Esempio

La carrucola su un piano inclinato

Due blocchi di massa rispettivamente m_1 ed m_2 si trovano come mostrato in figura; uno di essi scivola su un piano inclinato senza attrito e l'altro è sospeso ad un filo verticalmente, entrambi sono collegati mediante una fune inestensibile attraverso una carrucola ideale (priva di massa e di attriti). Ci proponiamo di studiare la dinamica del sistema ovvero ricavare l'accelerazione con cui le due masse si muovono e la tensione T esercitata dalla fune. Ci proponiamo di analizzare le forze che agiscono sulla massa m_1 dal diagramma di corpo libero.

Si noti preventivamente quanto già richiamato riguardo la dinamica di oggetti collegati mediante una fune ideale cioè che è opportuno suddividere i due blocchi analizzandone singolarmente la dinamica e successivamente risolvendo un sistema (in questo caso di due equazioni, perché due sono i blocchi e due incognite la tensione T e l'accelerazione a)



Come si nota dal diagramma di corpo libero, le forze agenti sono (scegliamo un verso di percorrenza per essere sicuri di dare alle forze i segni corretti)

Lungo x :

$$P\sin\theta - T = ma$$

che nel nostro caso specifico diventa:

$$m_1 g\sin\theta - T = m_1 a$$

Lungo y:

$N - P\cos\theta = 0$

Poiché il moto avviene solo lungo l'asse x, nei problemi in cui non compare l'attrito, le forze che agiscono lungo y non influenzano il moto dell'oggetto.

Per la massa m_2 come è già noto, la seconda legge di Newton si può scrivere:

$$T - m_2 g = m_2 a$$

A questo punto risolviamo il sistema di due equazioni in due incognite

$$\begin{cases} m_1 g \sin\theta - T = m_1 a \\ T - m_2 g = m_2 a \end{cases}$$

Ricaviamo T dalla seconda equazione e lo sostituiamo nella prima

$$\begin{gathered} m_1 g \sin\theta - \ m_2 g - m_2 a = m_1 a \\ T = m_2 g + m_2 a \end{gathered}$$

Dalla prima equazione posso ricavare l'accelerazione incognita

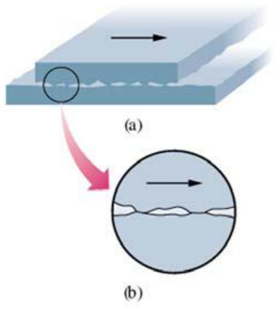
$$\begin{gathered} m_1 g \sin\theta - \ m_2 g = (m_2 + m_1)a \\ T = m_2 g + m_2 a \end{gathered}$$

Da cui

$$a = \frac{m_1 g \sin\theta - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

Sostituendo la relazione così trovata nella seconda equazione ricaviamo T.

La forza di Attrito



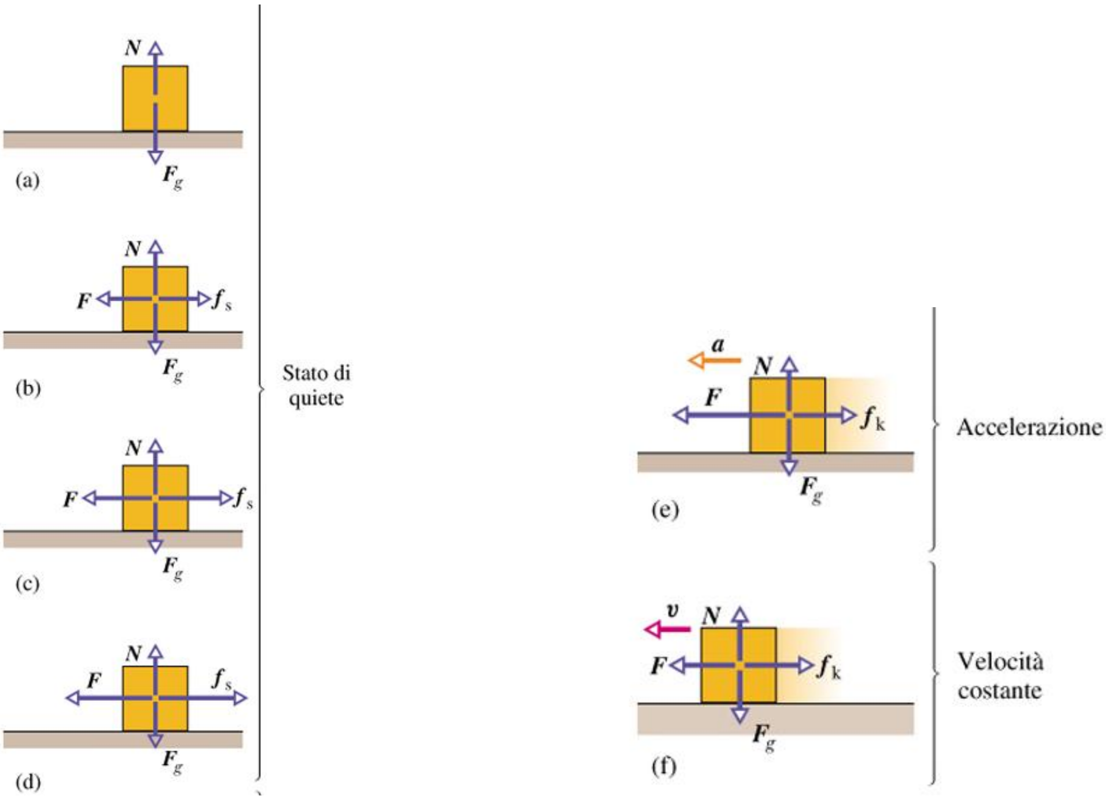
La forza di attrito (o semplicemente attrito) è una forza di contatto dovuta alle irregolarità ed asperità presenti sulle superfici degli oggetti che ne ostacolano il moto. In natura, anche i materiali apparentemente più lisci, se si osservano al microscopio, presentano creste e avvallamenti che, a contatto con quelle presenti sulle superfici di scorrimento, impediscono o rendono difficile il movimento relativo tra di loro.

L'attrito è dovuto a tre motivi fondamentali: la menzionata irregolarità delle superfici di contatto, la interazione tra i punti di contatto dovuta alla forza con cui le molecole dei due corpi si attraggono o si respingono (fenomeno particolarmente importante quando si ha a che fare con metalli); infine il cosiddetto effetto "aratro" cioè l'azione che materiali più resistenti esercitano su materiali meno resistenti.

Nelle applicazioni numeriche questi effetti sono racchiusi nella costante di attrito che è caratteristica per ciascun materiale e il cui valore, laddove non esplicitamente indicato, lo troviamo tabellato.

Nel riquadro sotto riportato schematizziamo le varie situazioni.

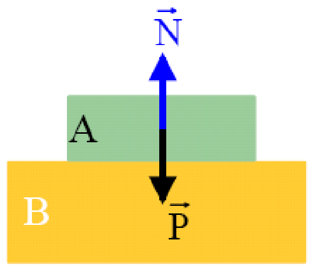
a) corpo in quiete non applico nessuna forza.
b) Applico una forza F < fs ; il corpo rimane fermo
c) aumento F ma sempre F < fs; il corpo rimane fermo
d) F = fs; il corpo rimane fermo
e) se F > fk; il corpo acquista accelerazione a
f) per mantenere v costante riduco F: F < Fmax



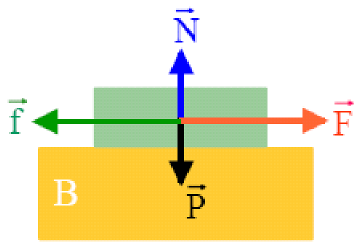
Dal punto di vista macroscopico chi contribuì maggiormente al riconoscimento di questa forza fu Leonardo Da Vinci, il quale osservò che l'attrito tra le superfici di contatto di corpi a riposo o in movimento relativo era indipendente dall' area di contatto tra di loro e proporzionale alla forza Normale alla superficie stessa.
Questo fatto sensazionale lo scoprì rilevando che il valore della forza di attrito tra una superficie e un oggetto pesante con facce diverse era lo stesso indipendentemente da quale faccia fosse messa a contatto con la superficie. Egli osservò inoltra che la forza necessaria per mettere in movimento un corpo inizialmente a riposo rispetto a un altro corpo (forza di attrito statico) è maggiore della forza di attrito presente tra due corpi a contatto se questi sono già in movimento l'uno rispetto all'altro (forza di attrito dinamico a cinematico)

Forza di attrito statico

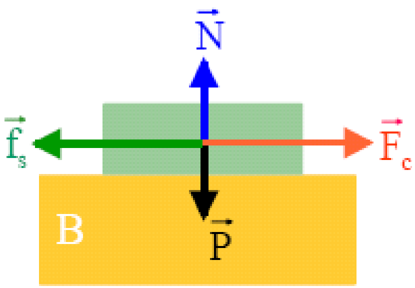
Cominciamo ad analizzare da un punto di vista quantitativo la forza di attrito esistente tra due blocchi le cui superfici si trovano a riposo. Consideriamo un blocco A il cui peso è P disposto sopra un altro blocco B come indicato in figura. Le superfici sono rugose (presentano asperità), e supponiamo le forze applicate al centro di gravità di A.



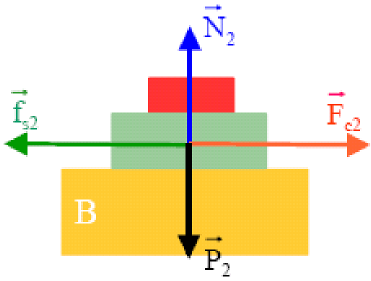
Entrambi i blocchi sono soggetti all'azione della forza peso che agisce verticalmente e, non esistendo forze lungo la direzione orizzontale, non ci si aspetta che A scivoli su B.
Se i due blocchi sono in equilibrio statico, le forze applicate sul blocco A soddisfano la condizione $\sum F = 0$ e pertanto $N = P$ e non esiste nessuna forza di attrito.
Se applichiamo al blocco A una forza F diretta verso destra senza tuttavia muoverlo, continua a sussistere una condizione di equilibrio statico e ciò significa che esiste una forza diretta verso sinistra che equilibra la forza F: si tratta della forza di attrito



Se aumentiamo l'intensità della forza F allora necessariamente deve aumentare la forza di attrito. Tuttavia tale situazione non può mantenersi indefinitamente, perché ci sarà un valore critico di F che permetterà al blocco di mettersi in movimento
Quando si esercita su A la forza F_c , allora la forza di attrito assume il massimo valore possibile per il quale il blocco si trova in equilibrio statico; tale forza prende il nome di forza di attrito statico f_s



Dunque, quando un blocco è in condizioni di equilibrio su un altro blocco, la forza di attrito tra i due ha un valore che va da zero fino a f_s e assume quest'ultimo valore quando i blocchi cominciano a muoversi uno sull'altro. Come già descrisse Leonardo, se ripetiamo l'esperimento mettendo a contatto una qualunque delle facce dei due blocchi, benché di area differente, si ottiene lo stesso risultato: f_s non dipende dalla superficie di contatto. Poniamo ora un altro blocco sopra A



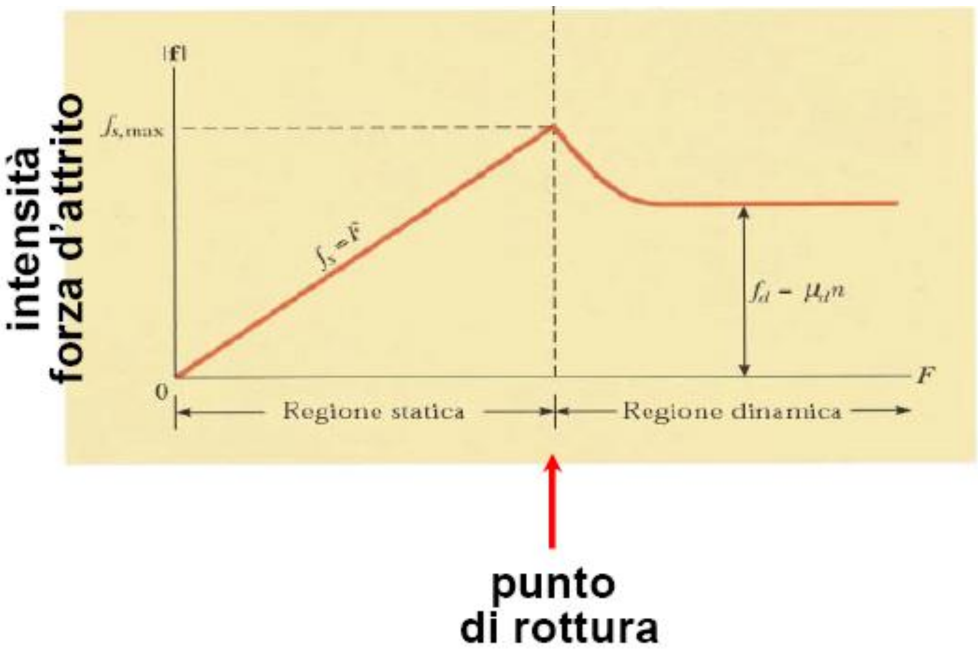
Il peso del nuovo blocco provoca che il peso totale sopra B aumenti fino al valore P_2 e ciò significa un aumento della forza Normale che assume il valore N2. Naturalmente questo comporta provoca che la forza necessaria per muovere il blocco sia FC2 e di conseguenza la forza di attrito statico aumenti fino al valore fS2.

Se si ripete l'esperimento molte volte aumentando o diminuendo il peso del blocco A ogni volta si riscontra lo stesso valore del rapporto tra f_s e cioè

$$\mu_s = \frac{f_s}{N}$$

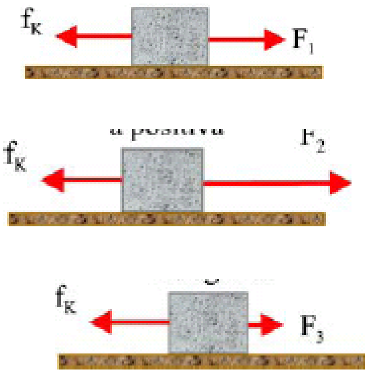
Dove μ_s è il coefficiente di attrito statico.

Si ripetiamo l'esperimento sostituendo al blocco A un altro blocco che abbia una superficie più rugosa, cambia il valore di μ_s. Ciò significa che il coefficiente di attrito dipende dalla rugosità di entrambe le superfici ovvero dal materiale



Forza di attrito cinetico.

A differenza di quanto accade quando un corpo sta a riposo, il moto relativo tra due corpi le cui superfici stanno a contatto tra loro produce una forza che si oppone al moto denominata forza di attrito cinetico o cinematico che è costante e indipendente dalla velocità dei due corpi. Il modulo della forza di attrito f_k è uguale al modulo della forza esterna necessaria per mantenere in moto il corpo a velocità costante. Di conseguenza, se la forza agente sul corpo è maggiore o minore di f_k il corpo subirà l'azione della forza f_k



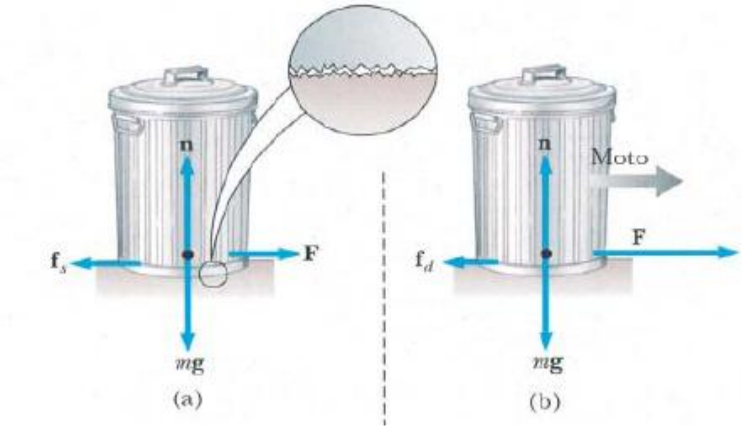
La forza di attrito cinetico è proporzionale alla Normale alla superficie come la forza di attrito statico.

$$f_k \propto N$$

Se indichiamo la con μ_k la costante di proporzionalità, vale la relazione

$$f_k = \mu_k \cdot N$$

La costante di proporzionalità μ_k è denominata coefficiente di attrito cinetico. L'esperienza comune ci insegna che il coefficiente di attrito statico è maggiore del coefficiente di attrito dinamico, perché una volta che il corpo è già in movimento, necessitiamo di mior sforzo per continuare a mantenerlo in movimento.



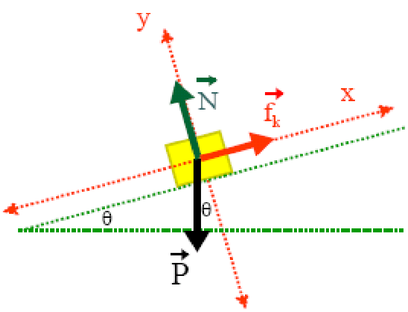
$$f_s \le \mu_s N \qquad \mu_s \text{ coefficiente attrito statico}$$
$$f_d = \mu_d N \qquad \mu_d \text{ coefficiente attrito dinamico}$$

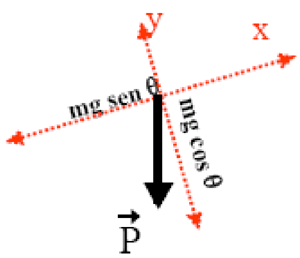
- ✕ μ_s, μ_d dipendono dai **materiali** a contatto [$0.05 < \mu < 1.5$]
- ✕ $\mu_d < \mu_s$
- ✕ μ_s, μ_d **non** dipendono dall'**area** di contatto
- ✕ $\vec{f}_s$, $\vec{f}_d$ **parallele** alla superficie e **opposte** al moto

coefficienti di attrito

Materiale	Statico	Dinamico o Radente
Acciaio su acciaio	0.74	0.57
Acciaio su acciaio lubrificato	0.11	0.05
Alluminio su acciaio	0.61	0.47
Rame su acciaio	0.53	0.36
Ottone su acciaio	0.51	0.44
Vetro su vetro	0.94	0.40
Rame su vetro	0.68	0.53
Teflon su teflon	0.04	0.04
Teflon su acciaio	0.04	0.04
Acciaio su aria	0.001	0.001
Acciaio su ghiaccio	0.027	0.014
Legno su pietra	0.7	0.3
Gomma su cemento asciutto	0.65	0.5
Gomma su cemento bagnato	0.4	0.35
Gomma su ghiaccio asciutto	0.2	0.15
Gomma su ghiaccio bagnato	0.1	0.08
Grafite su grafite	0.1	
Gomma su asfalto		0.97

Moto sul piano inclinato (con attrito)





Analizzeremo ora il moto di un oggetto su un piano inclinato scabro, soggetto alla forza peso P e frenato dalla forza di attrito radente f_k.

Dobbiamo applicare la seconda legge della dinamica considerando positivo il moto di discesa e pertanto f_k negativa (non dimentichiamo mai che la forza di attrito si oppone al moto). Costruiamo il diagramma di corpo libero come indicato in figura e analizziamo le forze che agiscono lungo l'asse x (parallelo al piano inclinato) e lungo l'asse y (ortogonale al piano inclinato)

Lungo x $\quad P\sin\theta - f_k = ma \quad$ ovvero $\quad mg\sin\theta - f_k = ma$

Lungo y $\quad N - P\cos\theta = 0 \quad$ ovvero $\quad N = P\cos\theta = mg\cos\theta$

A questo punto dobbiamo ricordare la relazione esistente tra la forza di attrito f_k e la forza Normale alla superficie

$$f_k = \mu_k \cdot N$$

Pertanto

$$f_k = \mu_k \cdot mg\cos\theta$$

Sostituendo la relazione così ricavata nella prima si ottiene:

$$mg\sin\theta - \mu_k \cdot mg\cos\theta = ma$$

Semplificando la massa si ottiene l'accelerazione cercata

$$a = g\sin\theta - \mu_k \cdot g\cos\theta$$

Quando la forza di attrito è uguale ed opposta alla forza peso, la risultante è nulla e quindi il corpo scende con velocità costante (I principio della dinamica)

Esempio

Il doppio piano inclinato

Due blocchi di massa m_1=3Kg e m_2=5Kg sono uniti da una fune inestensibile e di massa trascurabile che passa attraverso una carrucola anch'essa di massa trascurabile. Ciascuno dei due blocchi poggia su un piano inclinato come rappresentato in figura. Si trascuri l'attrito tra blocchi e piani inclinati e si calcoli

A1 - l'accelerazione del sistema

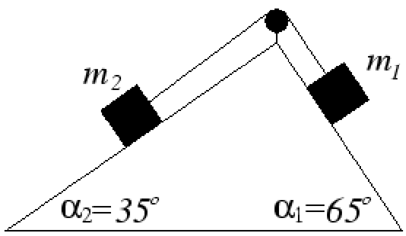
A2 - la tensione della fune

Si suppongano i due blocchi inizialmente in quiete a una quota comune h=1,5m rispetto al piano orizzontale.

A3 - Dopo quanto tempo uno dei due blocchi raggiunge il piano orizzontale? che quota ha raggiunto in questo istante l'altro blocco?

B - Si ripetano i calcoli di cui al punto A1), A2), A3) assumendo un coefficiente di attrito tra blocchi e piani inclinati pari a $\mu = 0{,}01$

C - Qual è il valore massimo di μ che consente al sistema dei due blocchi di mettersi in moto?



SVOLGIMENTO

Ognuna delle due masse, al netto delle reazioni vincolari, è spinta a scendere lungo il piano inclinato da una frazione della forza peso $mg\sin\alpha$, ed è trattenuta dalla altra massa attraverso la tensione comune T trasmessa dalla corda. Siccome:

$$m_1 g \sin\alpha \approx 26{,}67\,N < m_2 g\sin\alpha_2 \approx 28{,}13\,N$$

sarà la massa m_2 a scendere. L'accelerazione totale del sistema è determinata dalla somma delle forze e dalla somma delle masse (siccome la direzione della forza è manipolata dalla carrucola possiamo considerare il moto unidimensionale; inoltre, nella somma delle forze la tensione della corda si elimina esattamente):

$$a = \frac{f_2 + f_1}{m_2 + m_1} = \frac{(m_2 g\sin\alpha_2 - T) + (T - m_1 g\sin\alpha_1)}{m_2 + m_1} = g\cdot\frac{m_2\sin\alpha_2 - m_1\sin\alpha_1}{m_2 + m_1} \approx 0{,}183\,m/s^2$$

La tensione della fune si può ora ricavare per differenza, notando che per ogni blocco la forza totale agente su di esso si scrive *ma* dove *a* è l'accelerazione comune precedentemente calcolata (cioè per esempio $f_2 = m_2 a$):

$$T = m_2 g\sin\alpha_2 - f_2 = m_2\cdot(g\sin\alpha_2 - a) \approx 27{,}22\,N$$

Per giungere a terra la massa m_2 deve percorrere lungo il suo piano inclinato la distanza $d = \dfrac{h}{\sin\alpha_2}$.

Stante l'accelerazione costante *a* ed il fatto che il blocco partiva da fermo, il tempo necessario è:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{a\sin\alpha_2}} \approx 5{,}346\,s$$

L'altro blocco ha percorso lungo il suo piano inclinato ovviamente la stessa distanza *d*, ovvero ha raggiunto la quota:

$$h + \Delta h = h + d\sin\alpha_1 = h\cdot(1 + \sin\alpha_1/\sin\alpha_2) \approx 3{,}87\,m$$

a patto che il piano inclinato fosse sufficientemente esteso. Notiamo che questa ultima condizione è puramente geometrica, quindi non cambia nel caso di attrito non nullo. Se però esiste un attrito, siccome i piani inclinati hanno inclinazione costante, la forza d'attrito si manifesta come una decelerazione costante:

$$f_{att} = (N_2 + N_1)\cdot\mu = (m_2\cos\alpha_2 + m_1\cos\alpha_1)g\cdot\mu$$

Si noti che entrambi i contributi hanno segno positivo (l'attrito decelera entrambi i blocchi). La forza totale agente sul sistema viene decurtata di questa quantità, per cui la nuova accelerazione vale:

$$a' = \frac{f_2' + f_1'}{m_2 + m_1} = \frac{f_2 + f_1 - f_{att}}{m_2 + m_1} = g\cdot\frac{(m_2\sin\alpha_2 - m_1\sin\alpha_1) - (m_2\cos\alpha_2 + m_1\cos\alpha_1)\mu}{m_2 + m_1} \approx 0{,}117\,m/s^2$$

e la nuova tensione:

$$T' = m_2 g \sin\alpha_2 - m_2 a' - m_2 g \cdot \mu \cdot \cos\alpha_2 = m_2 \cdot \left(g \sin\alpha_2 - a' - g\mu \cdot \cos\alpha_2\right) \approx 27{,}15\,N$$

Il valore limite dell'attrito per rendere possibile il moto è quello che annulla la accelerazione totale del sistema:

$$m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1 = \left(m_2 \cos\alpha_2 + m_1 \cos\alpha_1\right)\mu \qquad \Rightarrow \qquad \mu = \frac{m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1}{m_2 \cos\alpha_2 + m_1 \cos\alpha_1} \approx 0{,}028$$

Angolo minimo per lo scivolamento

Quando si considera lo scivolamento di un corpo su un piano inclinato, si osserva che al variare dell'inclinazione di detto piano, l'oggetto inizia a muoversi al manifestarsi di un angolo di inclinazione critico. Ciò è dovuto al fatto che aumentando l'inclinazione si riduce un poco alla volta la componente perpendicolare della forza peso N, che è proporzionale a P e al coseno dell'angolo compreso (che coincide con l'angolo di inclinazione del piano inclinato). Il valore critico dell'angolo in corrispondenza del quale si ha lo scivolamento del corpo si può calcolare imponendo le condizioni di equlibrio

$$P \sin\theta - f = 0$$

E ricordando che

$$f = \mu \cdot N = \mu mg \cos\theta$$

Ovvero

$$mg \sin\theta - \mu mg \cos\theta = 0$$

E cioè

$$\mu = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = tg\,\theta$$

Questa relazione ci permette di calcolare il coefficiente di attrito relativo ad un particolare angolo di inclinazione e, usando la formula inversa

$$\theta = artg\ \mu$$

Ci permette di ricavare l'angolo minimo perchè il blocco inizi a muoversi relativamente ad un certo coefficiente di attrito μ

Esercizi proposti

ESERCIZIO N°1

Due blocchi di massa rispettivamente $m_1 = 3Kg$ ed $m_2 = 1Kg$ si trovano a contatto sopra una superficie priva di attrito. Se si applica una forza orizzontale di modulo F=2N al blocco di massa m_1, come mostrato in figura, si calcoli:

A – L'accelerazione a cui è sottoposto il sistema;

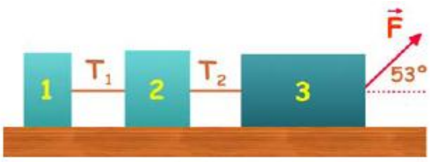
B – La forza di contatto tra i due corpi

C – la forza totale agente sul sistema.

ESERCIZIO N°2

Si considerino tre masse $m_1 = 10\,Kg$, $m_2 = 20\,Kg$, $m_3 = 30\,Kg$ collegate tra di loro attraverso due funi che esercitano le tensioni T_A e T_B rispettivamente. Se si applica una forza F=60N al sistema come mostrato in figura, si calcolino le tensioni delle funi e l'accelerazione del sistema.

ESERCIZIO N°3



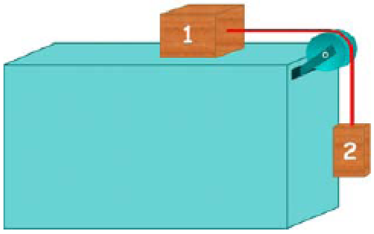
La figura mostra tre blocchi collegati da due corde (di massa trascurabile ed in estensibili) che si muovono su una superficie orizzontale priva di attrito sottoposte ad una forza di modulo F=20N. Se $m_1 = 1Kg$, $m_2 = 2Kg$, $m_3 = 3Kg$, si calcoli:

A – l'accelerazione del sistema;

B – il valore della Normale su ciascuno dei corpi

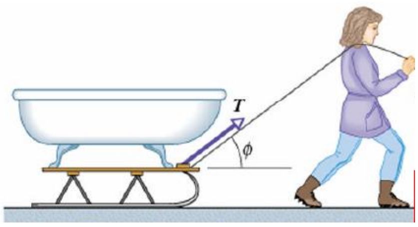
C – il valore della tensione di ciascuna corda.

ESERCIZIO N°4



Due corpi di massa m_1 ed m_2 sono collegati tramite una fune che passa attraverso una carrucola senza attrito, come mostrato in figura. Se il coefficiente di attrito cinetico tra il corpo di massa m_1 e la superficie è μ_K si determini l'accelerazione del sistema e la tensione della fune.

ESERCIZIO N°5



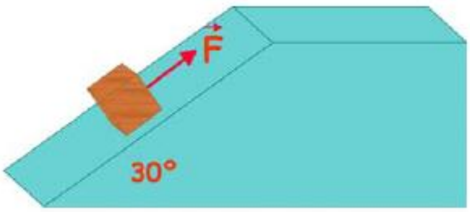
Una donna tira a velocità costante una slitta carica, di massa $m = 75\,Kg$ su una superficie orizzontale. L'attrito fra i pattini e la neve è trascurabile e l'angolo $\phi = 42°$

A- Qual è la tensione T nella fune da traino?
B- Qual è la forza normale con la quale la neve spinge la slitta verso l'alto?

ESERCIZIO N°6

Un blocco di massa m = 60Kg scivola su un piano inclinato di un angolo di 37° sottoposto all'azione di una forza F=500N. Considerando trascurabile l'attrito, calcolare il modulo dell'accelerazione del blocco

ESERCIZIO N°7



La figura mostra un blocco di massa M=10Kg su un piano inclinato senza attrito. Determinare l'intensità della forza necessaria affinché:

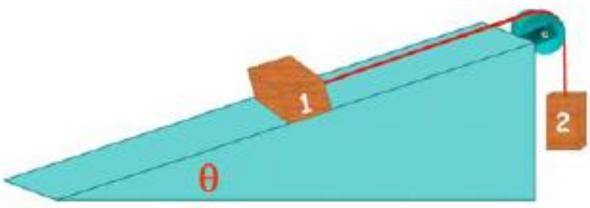
A – si muova verso l'alto con velocità costante;

B – si muova verso il basso con velocità costante;

C – si muova verso l'alto con accelerazione pari a $a = 2m/s^2$

D – si muova verso il basso con accelerazione pari a $a = 2m/s^2$

ESERCIZIO N° 8



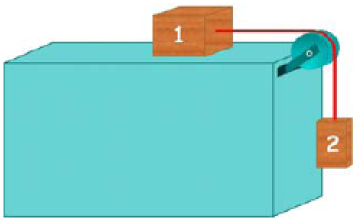
Si calcoli l'intensità dell'accelerazione del sistema in figura e la tensione della fune sapendo che non c'è attrito e che le masse valgono rispettivamente $m_1 = 30\,Kg$, $m_2 = 20\,Kg$ e l'angolo $\theta = 30°$

ESERCIZIO N°9

Un corpo di massa 16Kg si muove su una superficie orizzontale. Il coefficiente di attrito cinematica tra il blocco e la superficie è $\mu = 0{,}25$ mentre il coefficiente di attrito statico tra è $\mu_s = 0{,}30$.

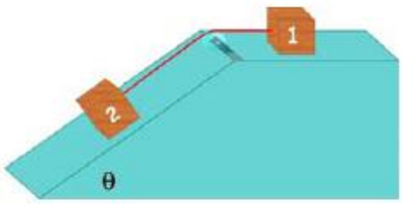
A- calcolare il modulo della forza orizzontale minima necessaria per porre in moto il blocco;
B- qual è l'intensità della forza esercitata sul blocco quando si applica una forza orizzontale di 45N?
C- se una forza di intensità 80N agisce sul corpo nei primi 4 secondi e poi cessa la sua azione, qual è la lunghezza del tratto percorso dal corpo prima di fermarsi?

ESERCIZIO N° 10



Due corpi di massa m_1 ed m_2 sono collegati tramite una fune che passa attraverso una carrucola senza attrito, come mostrato in figura. Se il coefficiente di attrito cinetico tra il corpo di massa m_1 e la superficie è μ_K si determini l'accelerazione del sistema e la tensione della fune.

ESERCIZIO N° 11



Due blocchi sono disposti come in figura, uno su una superficie orizzontale e un altro su una superficie inclinata di un angolo θ e sono legati da una fune in estensibile. I coefficienti di attrito cinematica e tra le superfici e i blocchi sono μ_{k1} e μ_{k2} rispettivamente. Calcolare l'intensità della forza minima necessaria a muovere il blocco verso destra.

ESERCIZIO N°12

Un corpo scivola su un piano inclinato di un angolo di 4° rispetto all'orizzontale. Si determini:

A – il valore del coefficiente di attrito necessario affinché il corpo cominci a scendere lungo il piano

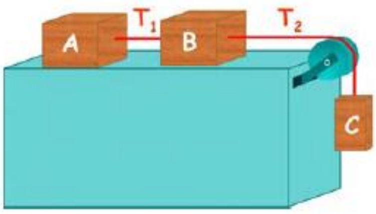
B – con quale accelerazione si muoverà il corpo lungo il piano se il coefficiente di attrito è pari a 0,03?

C – che velocità acquisterà il corpo dopo aver percorso 100m?

ESERCIZIO N°13

Si determini l'accelerazione a cui è sottoposto un corpo di massa $M = 3Kg$ se su di essa si esercita una forza di intensità 12N e che forma un angolo di 37° rispetto alla direzione orizzontale, essendo il coefficiente di attrito cinematica tra il corpo e il piano pari a $\mu_c = 0{,}3$

ESERCIZIO N°14



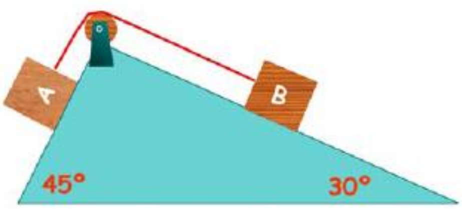
I blocchi A, B e C disposti in figura sono collegati mediante due funi in estensibili e prive di massa. Sia $\mu_s = 0{,}2$ il coefficiente di attrito statico per entrambe le superfici. Siano $m_B = 5Kg$ e $m_c = 10\,Kg$. Si calcoli:

A – il minimo valore di m_a affinché il sistema sia in equilibrio;

B – le tensioni delle funi nel caso descritto nella lettera A;

C – se si taglia la corda 1, il sistema acquista una accelerazione pari a 6,02 m/s^2. In questo caso si determini il valore del coefficiente attrito dinamico μ_k di

ESERCIZIO N°15

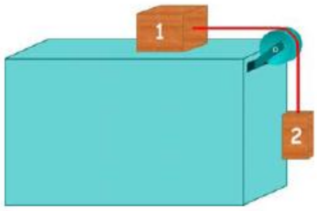


Al vertice di due piani inclinati si trova una puleggia di massa trascurabile; i due piani inclinati formano due angoli con l'orizzontale rispettivamente α=30º e β=45º. I corpi A e B, come mostrato in figura, sono uniti da un filo che passa per la puleggia ed hanno la stessa massa di 1Kg. Si calcoli l'intensità dell'accelerazione dei corpi e la tensione della fune

A – se non c'è attrito

B – se il coefficiente di attrito cinematica tra i corpi e il piano vale $\mu_k = 0{,}1$

ESERCIZIO N°16



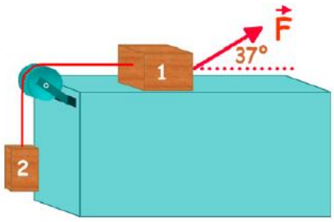
La figura mostra due blocchi di massa rispettivamente $m_1 = 2Kg$ e $m_2 = 3Kg$ collegati tra di loro mediante una fune che passa attraverso una puleggia priva di massa e attrito. Se m_1 scivola senza attrito si determini:

A – l'intensità dell'accelerazione del sistema

B – l'intensità della tensione della fune

C – la massa del corpo 2 affinché il sistema si muova con accelerazione uguale alla metà di quella precedente.

ESERCIZIO N°17



La figura mostra due blocchi di massa $m_1 = 3Kg$ e $m_2 = 2Kg$ collegati tramite una corda di massa trascurabile e in estensibile che passa per una puleggia anch'essa di massa trascurabile.

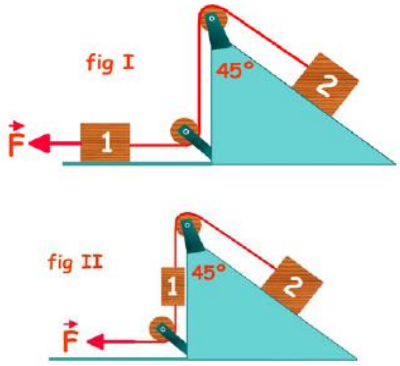
Sul blocco 1 si applica una forza che forma un angolo di 37° rispetto all'orizzontale. Tra il piano e il blocco c'è un attrito tale che il coefficiente di attrito cinematico è $\mu_K = 0{,}1$. Si determini l'intensità della forza necessaria affinché il blocco

ESERCIZIO N°18

Nelle figure I e II i blocchi scivolano senza attrito, essendo $m_1 = 6Kg$, $m_2 = 8Kg$, F=14N. Le due pulegge e le corde hanno massa trascurabile. Si determini su ciascun blocco di entrambi i casi riportati in figura:

A – il modulo e la direzione dell'accelerazione.

B – il modulo della tensione della corda.



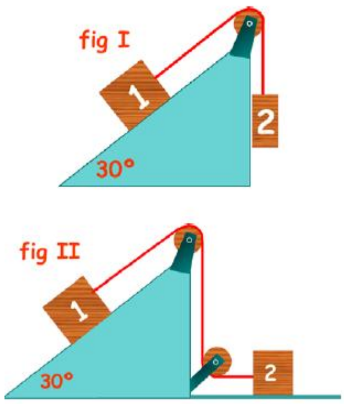
ESERCIZIO N°19

Nei sistemi indicati nelle figure sotto riportate l'accelerazione è $a = 4m/s^2$ e la sua direzione è verso il basso del piano inclinato. Le pulegge e le corde hanno massa trascurabile e non c'è attrito. Se $m_2 = 2Kg$ si determini in ciascun caso:

A – il valore della massa del blocco 1

B – l'intensità della tensione della corda

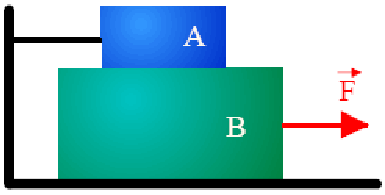
C – il valore della massa del blocco 1 se il sistema si muove nel verso opposto a quello considerato in precedenza con la stessa accelerazione in modulo.



Ulteriori esercizi

ESERCIZIO N°20

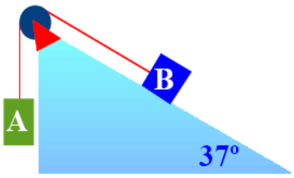
Due blocchi A e B si trovano disposti come indicato in figura. Su B agisce una forza di 45N verso destra. Se le masse dei due blocchi valgono rispettivamente $m_A = 5Kg$ ed $m_B = 10\,Kg$, il coefficiente di attrito cinetico tra i due blocchi è 0,2 mentre tra B e il piano di scorrimento non c'è attrito, si disegni il diagramma delle forze e si determini il valore della tensione della corda e dell'accelerazione di ciascun blocco.



ESERCIZIO N°21

Si calcoli il modulo dell'accelerazione del sistema indicato in figura e la tensione della corda sapendo che $m_A = 30\,Kg$, $m_B = 20\,Kg$ e il coefficiente di attrito cinetico tra il piano inclinato e il blocco è $\mu = 0{,}2$

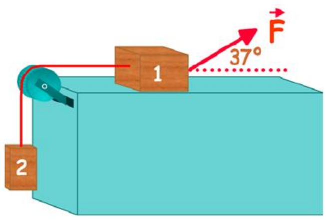
Si disegni il diagramma di corpo libero delle forze agenti relative ai due blocchi



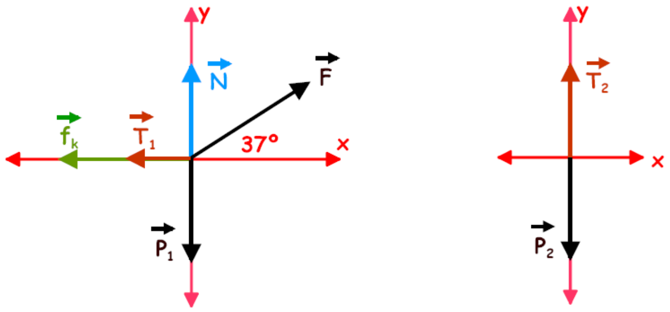
ESERCIZIO N°22

La figura mostra due blocchi di massa rispettivamente $m_1 = 3Kg$ ed $m_2 = 2Kg$ legati tramite una corda in estensibile e di massa trascurabile. Sul blocco 1 agisce una forza F la cui direzione forma un angolo di 37° rispetto all'orizzontale e il coefficiente di attrito cinetico tra blocco e piano è 0,1

a) si disegni il diagramma di corpo libero per ciascun blocco
b) si determini il modulo della forza necessaria affinché il blocco 1 si muova verso destra con accelerazione di $2m/s^2$



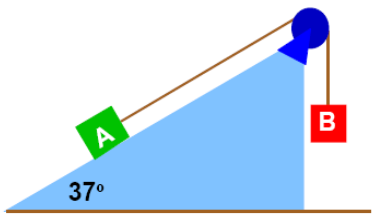
Suggerimento



ESERCIZIO N°23

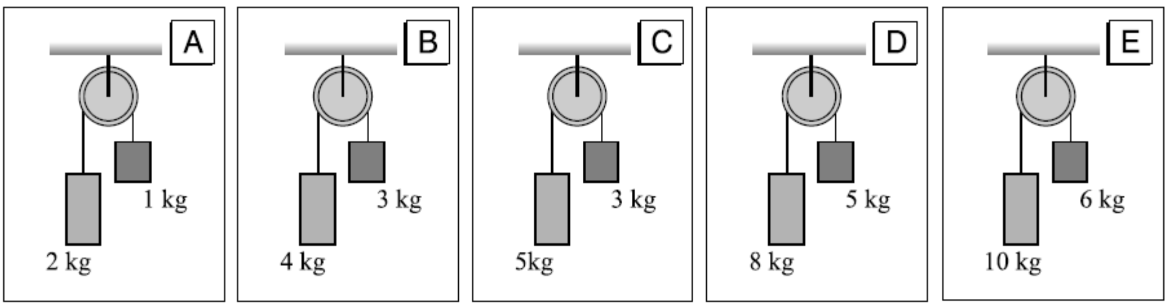
Due blocchi A e B sono collegati mediante una corda in estensibile e di massa trascurabile e posti come indicato in figura. Il blocco A si trova su un piano inclinato di un angolo di 37° e che presenta un coefficiente di attrito cinetico $\mu_K = 0{,}1$ e un coefficiente di attrito statico pari a $\mu_S = 0{,}2$. Il blocco B ha una massa di 6Kg. Si calcoli:

a) la massa del blocco A
b) il modulo dell'accelerazione dei blocchi A e B se la massa di A fosse 15Kg

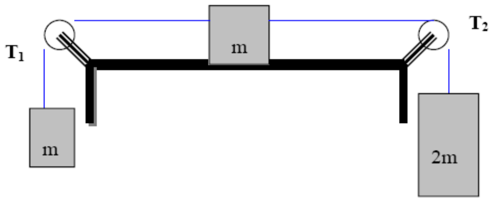


ESERCIZIO N° 24 (dalle Olimpiadi della Fisica 2005)

Ciascuna delle figure qui sotto rappresenta due blocchi connessi da un filo inestensibile e di massa trascurabile che passa in una carrucola, anch'essa di massa trascurabile, che può ruotare senza attrito. In quale caso il modulo dell'accelerazione dei due blocchi sarà maggiore?



ESERCIZIO N° 25 (dalle Olimpiadi della Fisica 2005)



Le funi e le pulegge della figura sono prive di massa e non c'è attrito. Si trovi la tensione delle funi e l'accelerazione del sistema. Si ripeta poi l'esercizio nel caso in cui il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco e la superficie valga **0,1**.

(caso a) **T_1 = 5/4 mg, T_2 = 3/2 mg**)

A $\frac{m_1}{m_1+m_2+m_3}g$

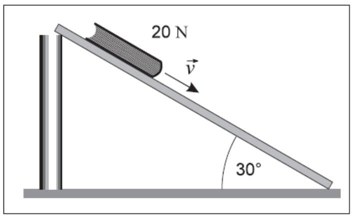
B $\frac{m_1+\mu m_2}{m_1+m_2+m_3}g$

C $\frac{\mu(m_1+m_2+m_3)}{m_1-m_2-m_3}g$

D $\frac{\mu(m_1-m_2-m_3)}{m_1+m_2+m_3}g$

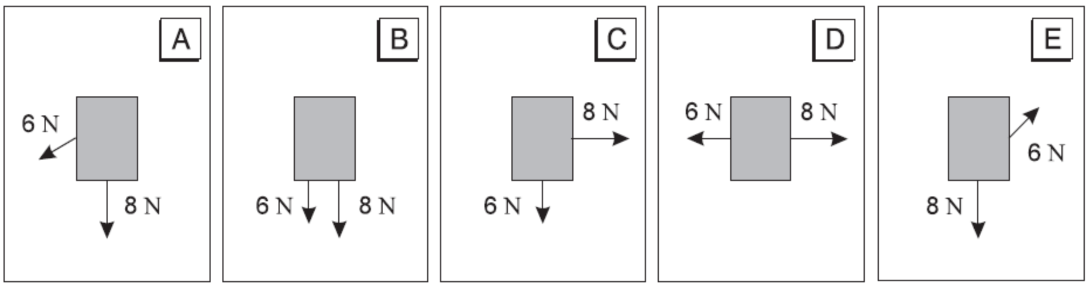
E $\frac{m_1-\mu m_2-m_3}{m_1+m_2+m_3}g$

ESERCIZIO N°26 (dalle Olimpiadi della Fisica 2006)



Un libro che pesa 20N scivola a velocità costante lungo una rampa inclinata di un angolo di 30° con il piano orizzontale, come mostrato in figura. Quanto vale la forza di attrito tra il libro e il piano della rampa?

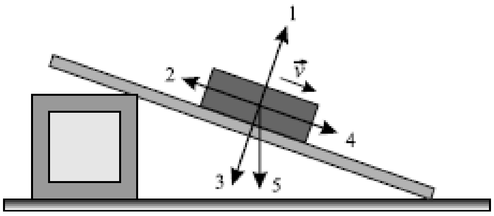
ESERCIZIO N° 27 (dalle Olimpiadi della Fisica 2006)



Due forze, la prima di 6N e la seconda di 8N, sono esercitate contemporaneamente su una scatola posta sopra un piano orizzontale senza attrito. Quale delle seguenti immagini – viste dall'alto – mostra la situazione nella quale le forze producono la più piccola accelerazione della scatola?

ESERCIZIO N° 28 (dalle Olimpiadi della Fisica 2005)

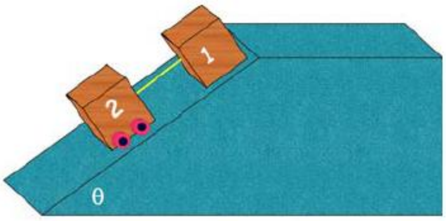
La figura seguente mostra una scatola che sta scendendo lungo un piano inclinato a velocità *v*. Tra quelle indicate in figura, quale sarà la direzione della forza di attrito che agisce sulla scatola?



ESERCIZIO N°29

Una cassa ha massa m_1 e peso P si trova in condizioni di equilibrio su un piano inclinato scabro che forma un angolo θ rispetto all'orizzontale. Ad essa è collegata mediante una corda priva di massa si trova un blocco dotato di ruote di massa m_2 e peso 2P, così come illustrato in figura. Sapendo che il coefficiente di attrito statico tra la cassa e il piano è μ_s, si determini:

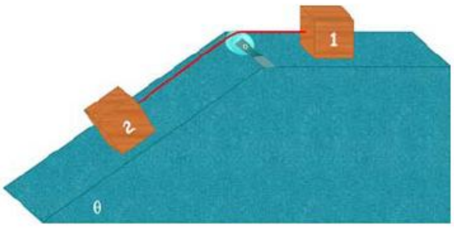
1. la tensione della corda
2. la forza di attrito tra la cassa e il piano
3. il valore minimo di P affinchè il sistema sia in equilibrio



ESERCIZIO N°30

Due blocchi sono collegati mediante una corda di massa trascurabile così come indicato in figura. Se la puleggia è priva di attrito e di massa trascurabile e tra le superfici e i blocchi i coefficienti di attrito valgono rispettivamente μ_{s1} e μ_{s2}. Determinare:

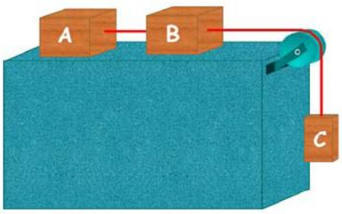
1. qual è la minima forza da applicare al blocco 2 affinchè si muova verso sinistra
2. la tensione della corda in questo caso



ESERCIZIO N°31

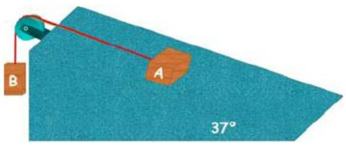
I blocchi A, B e C, come mostrato in figura sono collegati tramite corde inestensibili e prive di massa. Sapendo che il coefficiente di attrito statico è $\mu_s = 0,2$ se $P_B = 30\ N$ e $P_C = 100\ N$, si determini:

1. il valore minimo del peso di A affinchè il sistema sia in equilibrio
2. le tensioni delle corde



ESERCIZIO N°32

Nel sistema indicato in figura, il blocco A pesa 15N. Il coefficiente di attrito statico tra il blocco e il piano è $\mu_s = 0,3$ Calcolare il peso massimo e il peso minimo che deve avere il blocco B affinchè il sistema sia in equilibrio.



ESERCIZIO N°33

Un blocco si trova su un piano inclinato di 20° rispetto all'orizzontale soggetto ad una forza F che forma un angolo di 30° rispetto al piano inclinato. Determinare:

a) il valore di F se la sua componente Fx parallela al piano vale 16 N.
b) il valore della componente Fy perpendicolare al piano.

ESERCIZIO N°34

Un blocco di massa m=25Kg è appoggiato su un piano inclinato di lunghezza 5m e altezza 3m. qual è la forza parallela al piano inclinato necessaria per tenere in equilibrio il blocco?

ESERCIZIO N°35

Nella figura seguente sono raffigurati due blocchi in equilibrio statico su due piani inclinati privi di attrito; il peso del blocco 1 è 4N. Quale deve essere il peso del blocco 2 per mantenere in equilibrio il sistema?