

TRACCE DEGLI ESERCIZI SVOLTI A LEZIONE

1	Trovare le equazioni parametriche della retta r passante per $A(1,3,2)$ e $B(-1,1,0)$	
2	Trovare l'equazione del piano passante per i punti $A(0,1,0)$, $B(-1,2,-1)$, $C(0,1,2)$	
3	Scrivere l'equazione della retta r per $A(1,1,-1)$ e $B(-1,2,0)$ in forma parametrica e sotto forma dell'intersezione di due piani	
4	Trovare l'equazione della retta per $A(1,0,-3)$ e parallela alla retta $r) \begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = -1 + 2k \\ z = k \end{cases}$	
5	Trovare l'equazione della retta passante per $A(1,-4,0)$ e parallela alla retta $r) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$	
6	Trovare l'equazione del piano $A(1,1,1)$ parallelo al piano di equazione $x - 3y + 2z - 5 = 0$	
7	Trovare l'equazione del piano passante per la retta $r) \begin{cases} 2x - y + 5z - 1 = 0 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$ e per il punto $A(1,1,0)$.	
8	Trovare le equazioni della retta passante per il punto $A(1,2,1)$ contenuta nel piano di equazione $x + 2y + z - 6 = 0$ e indicente alla retta di equazione parametrica $r) \begin{cases} x = 3 + k \\ y = k \\ z = 3 + k \end{cases}$	
9	Trovare le equazioni della retta per $A(1,4,1)$ parallela al piano di equazione $x + z = 0$ incidente alla retta di equazioni $r) \begin{cases} 2x + z - 1 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$	
10	Trovare le equazioni della retta per $A(1,0,0)$ perpendicolare al piano di equazione $x - y + 3z = 0$	
11	Trovare l'equazione del piano per $A(1,4,0)$ perpendicolare alla retta di equazioni $r) \begin{cases} x + y = 0 \\ x - 3y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$	
12	Trovare le equazioni della retta per $A(1,2,-1)$ incidente alla retta $r) \begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$	

	e perpendicolare alla retta di equazione $s) \begin{cases} 3 + k \\ -2k \\ 1 + 3k \end{cases}$	
13	Trovare le equazioni della retta per $A(0,0,1)$ ed incidente a entrambe le rette r ed s di equazioni rispettivamente $r) \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ $s) \begin{cases} 1 + k \\ k \\ 1 + k \end{cases}$	
14	Trovare l'equazione della retta passante per l'origine, perpendicolare e incidente alla retta r di equazioni $r) \begin{cases} x = 2 + k \\ y = k \\ z = 1 + k \end{cases}$	
15	Trovare l'equazione del piano passante per la retta r di equazioni $r) \begin{cases} x = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ e parallelo alla retta $s) \begin{cases} x = -1 + k \\ y = -2 + k \\ z = 3k \end{cases}$	
16	Verificare che le rette $r) \begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = k \\ z = k \end{cases}$ $s) \begin{cases} x - y = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$ sono complanari e trovare l'equazione del piano che le contiene.	
17	Trovare le equazioni della retta m complanare alle rette $r) \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x + 3y - z = 0 \end{cases}$ $s) \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ e parallela alla retta $t) \begin{cases} x = -2k \\ y = k \\ z = 1 - 3k \end{cases}$	
18	Trovare l'equazione della retta perpendicolare e incidente ad entrambe le rette r ed s di equazioni rispettivamente	

	$r) \begin{cases} x = 3 - h \\ y = 1 + h \\ z = 3 - h \end{cases}$ $s) \begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = 1 - 3k \\ z = 1 + k \end{cases}$	
19	<p>Trovare la minima distanza delle rette r ed s di equazioni:</p> $r) \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ $s) \begin{cases} x = 1 - k \\ y = k \\ z = 2k \end{cases}$ <p>dopo aver accertato che esse sono sghembe.</p>	
20	<p>Trovare l'equazione del piano passante per il punto $A(1,0,-1)$ e parallelo alle rette r ed s di equazioni, rispettivamente:</p> $r) \begin{cases} x = h \\ y = 1 + h \\ z = 3h \end{cases}$ $s) \begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + y + 1 = 0 \end{cases}$	
21	<p>Trovare l'equazione del piano passante per il punto $A(0,0,1)$, parallelo alla retta r di equazioni:</p> $r) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x - y - 2z = 0 \end{cases}$ <p>e perpendicolare al piano di equazione:</p> $2x + 5y - z = 0$	
22	<p>Trovare l'equazione del piano per il punto $A(0,0,1)$ e perpendicolare ai piani di equazioni:</p> $x + y + 1 = 0$ $z - 3 = 0$	

ESERCIZI DA SVOLGERE

1	<p>È dato il piano $\pi: x - y + z = 0$</p> <p>a. Verifica che la retta</p> $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ <p>è contenuta in π</p> <p>b. Determina le equazioni parametriche e cartesiane della retta r' passante per l'origine, perpendicolare a r e contenuta in π</p>	
----------	--	--

	c. Determina le equazioni parametriche della retta r'' passante per l'origine e perpendicolare a r e a r' .	
2	<p>a. Scrivi le equazioni parametriche della retta passante per il punto $P(3,1,3)$ perpendicolare e incidente alla retta r di equazioni</p> $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 6 + 3t \end{cases}$ <p>b. Scrivi l'equazione del piano passante per i punti $P(3,1,3)$, $Q(5, 1, 6)$ e $O(0,0,0)$</p>	
3	Dato il piano $\pi: x + 2y - 4z = 7$ trovare tre versori u, v, w a due a due ortogonali tali che u, v siano paralleli a π .	
4	<p>Dire se le rette $x - y + z = 1, 2y - z = 0$ e $(x, y, z) = (1 - t, 2t - 1, -1 + 3t)$</p> <p>1) sono sghembe; 2) sono incidenti non ortogonali; 3) sono ortogonali non incidenti; 4) appartengono al piano $z = 2y$.</p>	
5	<p>Trovare le equazioni dei piani che contengono:</p> <p>1) i punti $P_1 = (1, 2, 1), P_2 = (1, 3, -1)$ e $P_3 = (0, 2, -2)$; 2) il punto $P_1 = (1, 2, 1)$ e la retta $r: x = 1 + 2t, y = 3 + t, z = 0$.</p>	
6	Verificare che le rette $x - 2y = 1, x - z = 1$ e $x + y = 1, y - z = 0$ sono incidenti e trovare il piano a cui appartengono.	
7	<p>Si considerino i piani $\pi_1: ax + y - 2z = 0, \pi_2: by + z + 2b = 0, \pi_3: 2x + y + 2z = 1$.</p> <p>Trovare, se esistono, i valori di a e b per cui la retta $\pi_1 \cap \pi_2$ è parallela a π_3.</p>	
8	Siano r la retta $x = 2y = z$ e π il piano $x = y + z$. Spiegare perché una retta s in π che incontra r ha necessariamente la forma $(x, y, z) = (at, bt, ct)$ e trovare la condizione su $a, b, c \in \mathbb{R}$ per cui s sia ortogonale ad r .	
9	<p>Verificare che le seguenti coppie di rette sono sghembe e trovarne la distanza:</p> <p>1) $(x, y, z) = (2 + t, -1 - t, 4 + 3t)$ e $(x, y, z) = (3 + t, 2 + t, 1 + t)$; 2) $x - y + z = 0, y + 3z = 0$ e $x + y = 1, y + 3z = 2$; 3) $x - y + z = 0, y + 3z = 0$ e $(x, y, z) = (3 + t, 2 + t, 1 + t)$.</p>	
10	<p>Verificare che le rette $(x, y, z) = (1 + 2t, 1 - t, 3t)$ e $-x + y + z = 2, 3y + z = 0$ sono parallele e trovare:</p> <p>1) il piano che le contiene entrambe; 2) la distanza tra le due rette</p>	

11	Trovare le equazioni della retta per $A(1/2; 2; 1/2)$ e parallela al piano di equazione $y + z = 0$ e incidente alla retta di equazioni $\begin{cases} 2y + z - 1 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$	
12	Trovare l'equazione della retta passante per $A(0,0,1)$, perpendicolare al piano di equazione $2x + y + 3z = 0$	
13	<p>Date le rette r ed s di equazioni parametriche</p> $r) \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \quad \text{con } t \in R$ $s) \begin{cases} x = -2 + 3u \\ y = -2 + 3u \\ z = -1 + u \end{cases} \quad \text{con } u \in R$ <p>Dopo aver dimostrato che r ed s sono rette incidenti, determinare la retta t che le interseca perpendicolarmente</p>	
14	<p>Date le rette</p> $r) \begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$ $s) \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$ <p>Verificare che sono incidenti e determinare l'equazione della retta t ortogonale e incidente entrambe sia r che s.</p>	
15	Determinare il piano passante per $A(2; -1; 1)$ perpendicolare ai piani $x - y + z = 0$ e $2x + y - 3z = 2$	
16	<p>Determinare il piano passante per $A(2; -1; 1)$ e $B(1; 0; -1)$ e parallelo alla retta</p> $\frac{x - 1}{2} = \frac{y + 3}{-1} = \frac{z + 2}{3}$	
17	Determinare il piano passante per $A(-1; 1; 0)$, $B(0; 4; -1)$, $C(2; 0; 0)$	
18	Determinare il piano contenente la retta di intersezione dei piani $x + y + z = 0$ e $2x + y - 3z = 2$ e passante per il punto $(2; 0; 1)$	
19	Determinare il piano contenente la retta di intersezione dei piani $x + y + z = 0$ e $2x + y - 3z = 2$ e perpendicolare al piano $x - 2y - 5z = 17$	
20	Trovare l'equazione della retta passante per il punto $A(1; 2; 3)$ e parallela a $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$	
21	Trovare l'equazione della retta passante per $A(-1; 0; -1)$ e perpendicolare al piano $2x - y + 7z = 12$	
22	Trovare l'equazione della retta passante per l'origine e parallela alla retta	

	$r) \begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2x - y + 4z = 5 \end{cases}$	
23	Trovare l'equazione della retta passante per $A(2; -1; -1)$ e parallela a ciascuno dei due piani $x + y = 0$ e $x - y + 2z = 0$	
24	Trovare l'equazione del piano passante per $A(1; 1; 1)$ e $B(2; 0; 3)$ e perpendicolare al piano $x + 2y - 3z = 0$	
25	Trovare l'equazione del piano passante per la retta intersezione dei piani $2x + 3y - z = 0$ e $x - 4y + 2z = -5$ passante per il punto $(-2; 0; -1)$	
26	Trovare l'equazione del piano passante per la retta $r) \begin{cases} x + y = 2 \\ y - z = 3 \end{cases}$ e perpendicolare al piano $2x + 3y + 4z = 5$	