

Lavoro ed energia

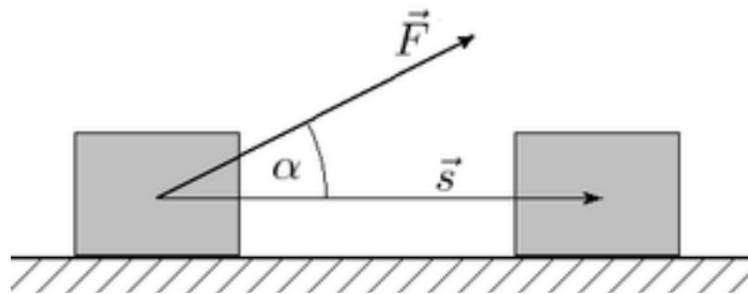


1. Il lavoro meccanico

In meccanica classica il lavoro di una forza costante F lungo un percorso rettilineo s è definito come il prodotto scalare del vettore forza per il vettore spostamento :

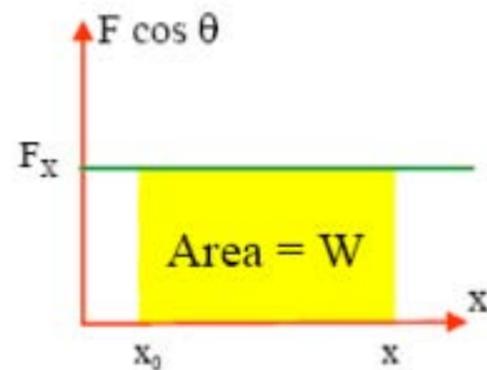
$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

dove L è il lavoro e α l'angolo tra la direzione della forza e la direzione dello spostamento.



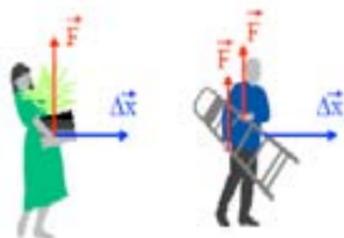
Il termine utilizzato in fisica differisce dalla definizione usuale di lavoro, che è decisamente antropomorfa. Infatti si compie un lavoro se si ha uno spostamento e se questo spostamento non è chiuso (cioè ritorna al punto di partenza). Ad esempio se si spinge contro un muro, naturalmente il muro non si sposta e, quindi, non si ha lavoro.

Graficamente possiamo rappresentare in un piano cartesiano la forza agente su un corpo in funzione dello spostamento. Nel caso di una forza costante il lavoro è rappresentato dalla regione di piano sottesa alla retta orizzontale estesa tra le due posizioni x_0 e x .

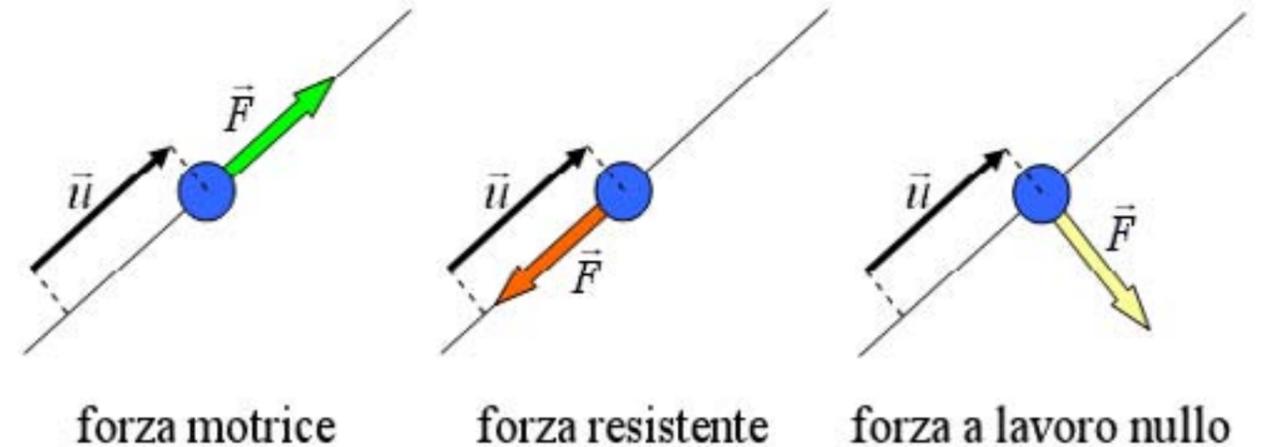


Il lavoro può essere sia positivo che negativo, il segno dipende dall'angolo α compreso tra il vettore forza ed il vettore

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura per il lavoro è il joule che corrisponde allo spostamento di 1 metro di una forza unitaria misurata in newton:
 $J = Nm = kgm^2s^{-2}$
 Tra le altre unità di misura del lavoro ricordiamo il chilogrammetro, l'erg e l'elettronvolt. Ricordiamo che Il chilogrammetro (simbolo kgm) è un'unità di misura ingegneristica adottata comunemente per misurare il lavoro. Un chilogrammetro è pari ad un chilogrammo forza per un metro. $1 kgm = 1 kgf \cdot 1 m \sim 9,81 J$ Equivale al lavoro necessario per sollevare di un metro la massa di un chilogrammo. L'erg è l'unità di misura dell'energia e del lavoro nel sistema di misura CGS. Un erg è pari a $1 g \cdot cm^2 \cdot s^{-2} = 1 dyn \cdot cm = 10^{-7} W \cdot s$.
 1 erg equivale a:
 6,24150975 • 10¹¹ eV
 10⁻⁷ joule
 10⁻⁷ N•m
 2,39 • 10⁻⁸ calorie
 9,48 • 10⁻¹¹ British thermal unit
 2,78 • 10⁻¹⁴ chilowattora



spostamento .
 Il lavoro svolto dalla forza è positivo se $\cos \alpha > 0$ ovvero se $\alpha < 90^\circ$. Un lavoro positivo è definito motore, uno negativo, invece, resistenza. Se l'angolo tra la direzione della forza e lo spostamento è di 90° , allora il coseno è nullo e pertanto la forza non compie lavoro.

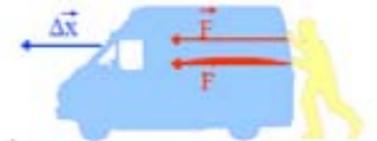


In questi due casi, sia la signora che solleva la pianta che l'uomo con la scala no compiono lavoro perché la direzione della forza è perpendicolare allo spostamento. In questi due casi si compie un lavoro perché si forma un angolo tra la direzione della forza e lo spostamento. Possiamo così schematizzare le situazioni che possono incontrarsi.



Lavoro di una forza variabile

Se la forza F non è costante ma il suo modulo è variabile nel tempo in funzione della posizione x , mantenendo costante la sua direzione, allora si parla di forza variabile. Supponiamo che la forza F vari in funzione della posizione come mostrato nel grafico a. Nel caso della forza costante, il lavoro coincide con l'area del rettangolo individuato dalla retta costante tra due posizioni iniziale e finale; analogamente il lavoro di una forza variabile coincide con l'area della regione di piano sottesa alla curva $F(x)$ tra due posizioni x_i e x_f . Per calcolarla è necessario suddividere l'intervallo $x_f - x_i$ in tanti intervalli Δx abbastanza piccoli da poter considerare la forza F costante in quell'intervallo. In questo modo, è possibile calcolare il lavoro relativo a ciascuno degli intervalli come area sottesa a ciascun rettangolo di base Δx . Il lavoro totale è la somma dei lavori ennesimi. Quanto più alto è il numero degli intervalli individuati tanto più è precisa la misura dell'area totale e quindi del lavoro totale.



$$L = \sum_{i=1}^n A_i$$

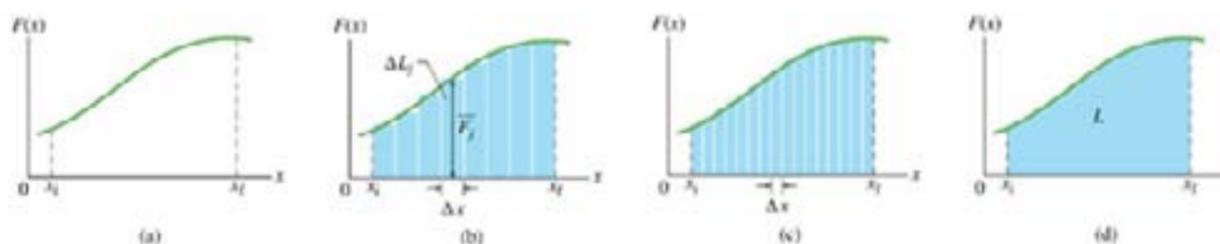
Pertanto se facciamo tendere Δx a zero otteniamo il risultato esatto. Questo concetto matematicamente si esprime dicendo che

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum A$$

Usando convenzioni matematiche con cui si avrà modo di familiarizzare nel corso degli studi:

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx$$

Il lavoro di una forza variabile è l'integrale tra una posizione iniziale x_i e una posizione finale x_f della forza $F(x)$ per lo spostamento infinitesimo dx .



2. Energia e lavoro

L'energia è una grandezza scalare associata allo stato () di uno o più corpi. La parola energia deriva da tardo latino *energĭa*, a sua volta dal greco *ἐνέργεια*, usata da Aristotele nel senso di azione efficace, composta da *ἐν*, particella intensiva, ed *ἐργία*, capacità di agire. Fu durante l'epoca del Rinascimento che, ispirandosi alla poesia aristotelica, il termine fu associato all'idea di forza espressiva. Ma fu solo nel 1619 che Keplero usò il termine nell'accezione moderna di energia fisica.

Dal punto di vista della fisica, ogni sistema fisico contiene (o immagazzina) un determinato quantitativo, di una proprietà scalare continua, chiamata energia; per determinare la quantità di energia di un sistema si devono sommare una serie di equazioni specifiche, ognuna delle quali è designata a quantificare l'energia conservata in un determinato modo (vedi l'elenco delle forme di energia). Non esiste una maniera uniforme di visualizzare l'energia; è meglio pensarla come una quantità astratta, utile per fare delle previsioni.

Il primo tipo di previsioni che l'energia permette di fare, sono legate a quanto lavoro un sistema è in grado di compiere. Svolgere un lavoro richiede energia, e quindi la quantità di energia presente in un sistema limita la quantità massima di lavoro che detto sistema può svolgere. Nel caso unidimensionale, l'applicazione di una forza per una distanza richiede un'energia pari al prodotto del modulo della forza per lo spostamento.

Si noti, comunque, che non tutta l'energia di un sistema è immagazzinata in forma utilizzabile; quindi, in pratica, la quantità di energia di un sistema, disponibile per produrre lavoro, può essere molto meno di quella totale del sistema.

L'energia permette anche di fare altre previsioni. Infatti, grazie alla legge di conservazione dell'energia valida per sistemi chiusi, si può determinare lo stato cinetico di un sistema sottoposto ad una sollecitazione quantificabile. Ad esempio si può prevedere quanto velocemente si muoverà un determinato corpo a riposo, se una determinata quantità di calore viene completamente trasformata in movimento di quel corpo. Similmente, sarà possibile anche prevedere quanto calore si può ottenere spezzando determinati legami chimici.

L'energia esiste in varie forme, ognuna delle quali possiede una propria equazione dell'energia. Alcune delle più comuni forme di energia sono le seguenti:

Energia meccanica, definita classicamente come somma di potenziale e cinetica

Energia cinetica è l'energia posseduta da un corpo a causa del suo movimento

Energia termica è la forma di energia posseduta da qualsiasi corpo che abbia una temperatura superiore allo zero assoluto

Energia potenziale è l'energia posseduta da un corpo in funzione della sua posizione

Energia potenziale gravitazionale è l'energia che possiede





de un corpo ad una certa distanza da un altro corpo dovuta alla presenza della forza di gravità

Energia elettrica è l'energia posseduta da una distribuzione di carica elettrica, ed è legata alla forza esercitata dal campo generato dalla distribuzione stessa



Energia chimica è un'energia che varia a causa della formazione o rottura di legami chimici di qualsiasi tipo negli elementi chimici coinvolti nelle reazioni chimiche

Energia nucleare è una forma di energia che deriva da profonde modifiche della struttura stessa della materia in seguito a trasformazioni nei nuclei atomici



Energia libera è la quantità di lavoro macroscopico che un sistema può compiere sull'ambiente. Essa è funzione della temperatura, della pressione e della concentrazione della specie chimica considerata

Radiazione elettromagnetica è la forma di energia associata all'interazione elettromagnetica, e responsabile della propagazione nello spazio-tempo del campo elettromagnetico



Energia geotermica è l'energia generata per mezzo di fonti geologiche di calore e può essere considerata una forma di energia alternativa e rinnovabile, se valutata in tempi brevi

Energia eolica è l'energia ottenuta dal vento, che viene trasmessa sotto forma cinetica ovvero il prodotto della conversione dell'energia cinetica ottenuta dalle correnti di aria e che è utilizzata in altre energie

Energia solare è l'energia associata alla radiazione solare e rappresenta la fonte primaria di energia sulla Terra che rende possibile la vita

Energia elastica è l'energia che causa o è causata dalla deformazione elastica di un solido o un fluido

Ci occuperemo in particolare di due forme di energia, l'energia cinetica e l'energia potenziale, della relazione esistente tra di esse e della relazione tra energia e lavoro

3. L'energia cinetica

L'energia cinetica K è associata allo stato di moto del corpo. Quanto più veloce è l'oggetto considerato, tanto maggiore è la sua energia cinetica. Quando l'oggetto è a riposo la sua energia cinetica è nulla. Per un corpo di massa m e dotato di velocità v (ben inferiore a quella della luce) definiamo l'energia cinetica attraverso la relazione

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

L'energia cinetica non può essere negativa perché non possono esserlo né m né v^2

Il teorema dell'energia cinetica (o delle forze vive)

Per trovare la relazione che intercorre tra il lavoro della risultante F delle forze agenti su un oggetto puntiforme P e le caratteristiche cinematiche dell'oggetto partiamo dalla seconda legge della dinamica

$$F = m \cdot a$$

Stiamo dunque supponendo che un oggetto si muova su un piano orizzontale privo di attrito soggetto alla forza costante F ; supponiamo che la forza agisca sull'oggetto per uno spostamento s , fornendo una velocità v il cui modulo è ricavabile dall'espressione (moto uniformemente accelerato)

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot s$$

da cui

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

che, sostituita nell'espressione della seconda legge della dinamica, diventa

$$F = m \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$$

Dalla radice del verbo greco $\chi\omicron\mu\omicron\upsilon\sigma\iota$ che significa muoversi

Anticamente si definiva "vis viva", cioè "forza viva", il prodotto della massa per il quadrato della velocità. Da qui la denominazione di "teorema delle forze vive", usata su alcuni vecchi testi di fisica al posto della più recente denominazione di "teorema dell'energia cinetica".

Moltiplicando scalarmente per lo spostamento elementare s , si ha

$$F \cdot s = m \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \cdot s$$

e dunque

$$L = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2$$

che si può anche scrivere

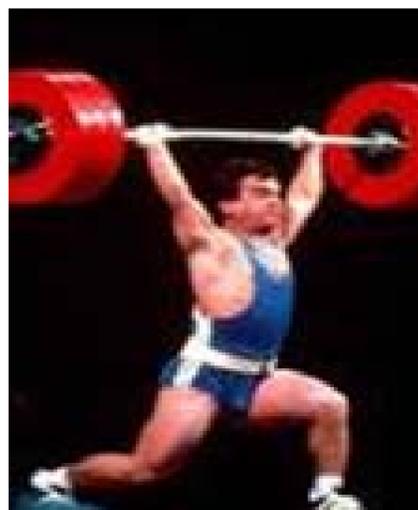
$$L = K - K_0$$

o, ciò che è lo stesso,

$$L = \Delta K$$

Questa espressione rappresenta quello che comunemente viene chiamato teorema dell'energia cinetica (o delle forze vive):

“ quando un oggetto puntiforme si muove lungo una certa traiettoria da un punto iniziale ad un punto P, il lavoro compiuto dalla risultante delle forze su di esso agenti è pari alla variazione di energia cinetica, cioè pari alla differenza tra l'energia cinetica che l'oggetto possiede nella posizione finale e quella che aveva nella posizione iniziale”



4. L'energia potenziale

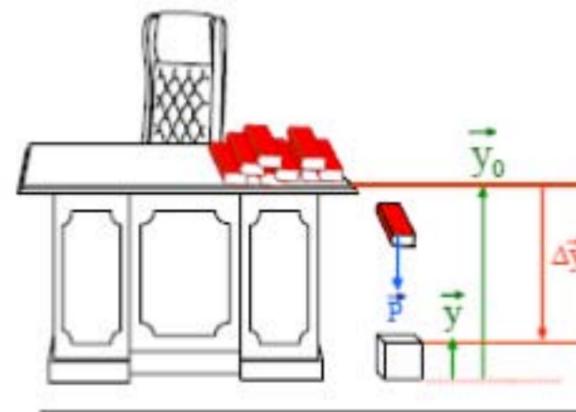
Un'altra forma di energia è l'energia potenziale, che può essere definita come l'energia associata allo stato di separazione fra corpi che si attraggono reciprocamente per effetto della forza di gravità.

Ad esempio, un oggetto posto sopra una mensola oppure una molla compressa sono forme di lavoro accumulato e “potenzialmente” disponibile. Se l'oggetto cade dalla mensola oppure la molla si sgancia, l'energia potenziale si manifesterà appieno realizzando un lavoro.

Se lanciamo verso l'alto un oggetto, durante la salita il suo peso compie un lavoro negativo su di lui diminuendo la sua energia cinetica e trasferendo energia all'energia potenziale gravitazionale del sistema oggetto - Terra. Durante la discesa il suo peso compie un lavoro positivo su di lui aumentando la sua energia cinetica e trasferendo energia dall'energia potenziale gravita-

zionale del sistema.

Facciamo ancora qualche esempio concreto



Consideriamo un oggetto su un piano orizzontale ad una altezza rispetto al suolo che dal bordo cade al suolo soggetto alla sola forza peso. Quando l'oggetto cade la forza peso compie lavoro. Il lavoro è dato da

$$L_p = \mathbf{g} \cdot (y - y_0) \cdot \cos 0^\circ$$

dove $y - y_0$ rappresenta lo spostamento. Di qui si ha:

$$L_p = mgy - mgy_0$$

Il lavoro fatto dalla forza peso ha provocato il cambiamento della quantità mgy che possedeva il corpo inizialmente. Questa quantità rappresenta l'energia potenziale gravitazionale. In altre parole, l'energia potenziale di un corpo è per definizione

$$U = mgh$$

dove h rappresenta l'altezza a cui si trova posizionato l'oggetto

Esempio

Calcolare il lavoro necessario per sollevare un oggetto ad una altezza h dalla superficie terrestre

Soluzione

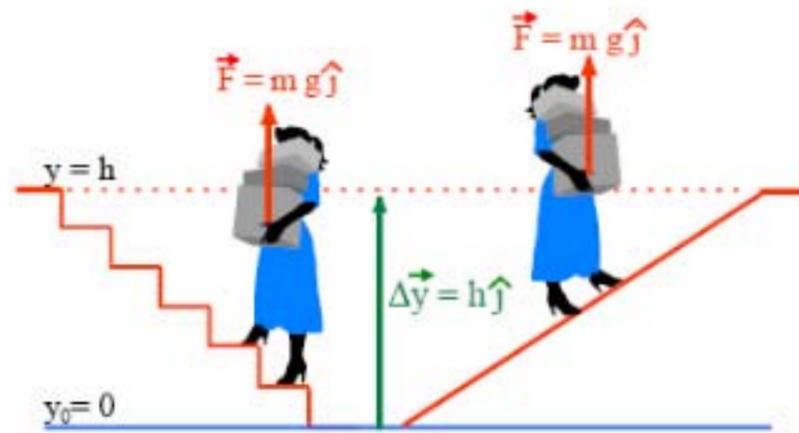
Se consideriamo la superficie terrestre come origine del sistema di riferimento, $y_0 = 0$. Per sollevare l'oggetto fino alla posizione y è necessaria una forza uguale alla forza Peso ma di segno opposto. Pertanto:

$$L = mgy - mgy_0 = mgy = mgh$$

Osservazione importante:

Se solleviamo un oggetto per un tratto non verticale come, ad esempio, un piano inclinato o una scala, compieremo sempre lo stesso lavoro





Questo è dovuto al fatto che la forza peso è una forza conservativa (ma questa è un'altra puntata)

5. Conservazione dell'energia meccanica

L'introduzione dell'energia potenziale e dell'energia cinetica ci permette di formulare un principio potente e universale applicabile alla soluzione dei problemi che sono difficili da risolvere con le leggi di Newton.

Se solleviamo un libro da una altezza y_a ad un'altezza y_b nel sistema libro-Terra è immagazzinata energia potenziale gravitazionale, che possiamo calcolare dal lavoro compiuto da un agente esterno sul sistema. Infatti:

$$L = mgy_b - mgy_a$$

Dal teorema dell'energia cinetica sappiamo, inoltre, che

$$L = \Delta K$$

Quindi, uguagliando queste due espressioni per il lavoro svolto sul libro, si ha:

$$\Delta K = mgy_b - mgy_a$$

La quantità al secondo membro può anche essere scritta in relazione all'energia potenziale posseduta dal sistema. Infatti:

$$mgy_b - mgy_a = -(mgy_a - mgy_b) = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g$$

Dove U_g è l'energia potenziale gravitazionale del sistema. In definitiva potremo scrivere:

$$\Delta K = -\Delta U_g$$

e cioè

$$\Delta K + \Delta U_g = 0$$

In questa equazione il primo membro rappresenta la somma delle variazioni di energia immagazzinata nel sistema e il secondo membro è la somma dei trasferimenti attraverso il contorno del sistema. Questo, nel caso presente, è uguale a zero, perché il nostro sistema libro-terra è isolato dall'ambiente.

Se scriviamo le variazioni di energia esplicitamente si ha:

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0 \quad \rightarrow \quad K_f + U_f = K_i + U_i$$

Definiamo energia meccanica di un sistema la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale possedute dal sistema:

$$E_{mecc} = K + U$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Rappresenta il cosiddetto teorema di conservazione dell'energia meccanica e può essere enunciato come segue:

“In un sistema isolato, l'energia meccanica totale (data dalla somma di energia cinetica ed energia potenziale) si conserva”

Esplicitando ulteriormente la relazione

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

Forze conservative e non conservative

Se si lancia verso l'alto un oggetto e poi lo si osserva ricadere fino al punto di partenza, si dice che compie un cammino chiuso. Su di esso ha fatto lavoro solo la forza di gravità e tale lavoro è facilmente calcolabile

Dall'alto verso il basso il lavoro vale

$$L1 = Ph$$

In fase di salita il lavoro è

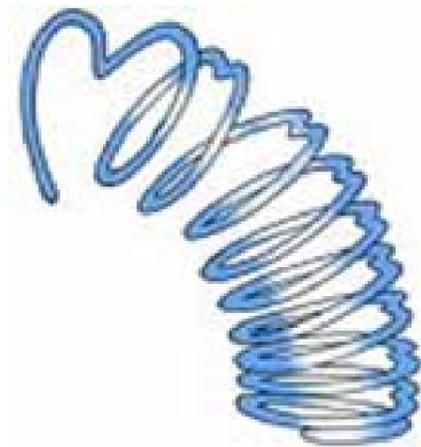
$$L2 = -Ph$$

Il lavoro complessivo vale

$$L = Ph - Ph = 0$$

Riassumendo:

Il corpo ha compiuto un cammino chiuso;

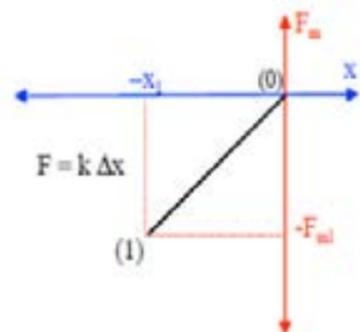
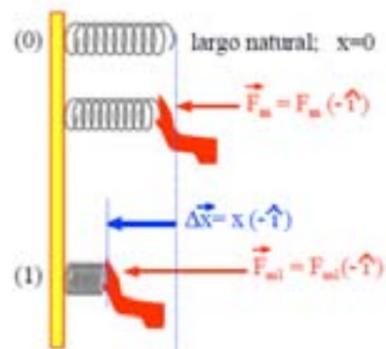


Sul corpo ha agito solo la forza di gravità, che ha fatto su di esso un lavoro complessivamente nullo;

L'energia meccanica del corpo, al termine del cammino chiuso, è risultata uguale a quella iniziale, cioè si è conservata. Per tali motivi la forza di gravità può essere chiamata conservativa e generalizzando, si possono dare le seguenti definizioni:

- una forza si dice conservativa se è nullo il lavoro che essa compie su un corpo lungo un cammino chiuso;
- una forza si dice conservativa se la sua azione su un corpo che compie un cammino chiuso non ne altera il contenuto energetico

E' evidente l'equivalenza delle due definizioni; infatti, se è nullo il lavoro che viene fatto su un corpo, è nulla anche la variazione della sua energia. Anche la forza elastica è conservativa. Tornando all'esempio precedente, se non potessimo considerare trascurabile la resistenza dell'aria, il corpo non tornerebbe nella posizione di partenza ma ad una quota diversa e se volessimo chiudere il cammino dovremmo intervenire su di esso con una forza esterna, per cui il sistema non potrebbe più essere considerato isolato. Gli attriti sono forze di verso sempre contrario a quello del moto; il lavoro che esse fanno su un corpo è sempre negativo e quindi non può essere nullo; di conseguenza tali forze sono non conservative.



6. L'energia potenziale elastica

Consideriamo ora il caso di un corpo che si deforma come una molla. Come abbiamo visto, la forza esercitata da una molla è variabile e dipende dalla deviazione dalla sua posizione di equilibrio,

secondo la legge di Hooke: $F = -kx$. Il segno è dovuto al fatto che la forza elastica è una forza di richiamo, cioè tende a riportare la molla verso la posizione di equilibrio. Si consideri una molla poggiata ad una parete verticale come mostrato in figura.

La molla è nella sua posizione di equilibrio (0). Comprimiamo con la mano imprimendo una forza verso sinistra, fino a raggiungere la posizione (1). Nel stessa figura è mostrato un grafico della forza esercitata dalla mano rispetto allo spostamento ottenuto. Si può osservare che la forza agente è negativa e lo spostamento è negativo. La curva è ottenuta una retta di equazione $F = k(x - x_0)$ con $x_0 = 0$. La forza non è costante, ma aumenta gradualmente fino al valore F_{m1} nel punto (1), quando la molla giunge nella posizione x_1 .

Il lavoro è l'area sotto la curva come mostrato nel grafico:

$$L = \frac{1}{2}(-x)(-F)$$

Tenuto conto del fatto che la forza F è una forza elastica pertanto $F = -kx$, si ha:

$$L = \frac{1}{2}kx^2$$

Man mano che aumenta la compressione della molla o l'elongazione della stessa, aumenta il lavoro che il compio ed aumenta nel contempo l'energia che la molla accumula che prende il nome di energia potenziale elastica.

Se si dispone di una molla la cui costante elastica è di 600 N/m, Quanto dovrebbe essere compressa per immagazzinare una energia potenziale di 50J.

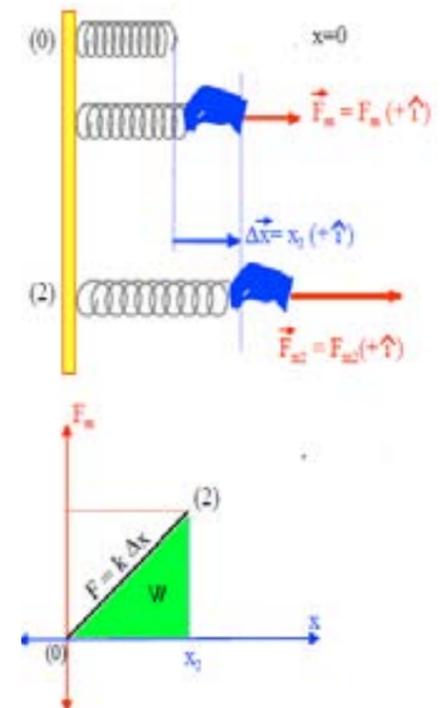
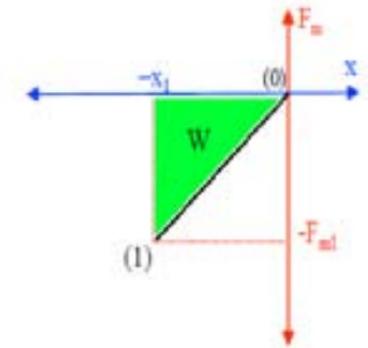
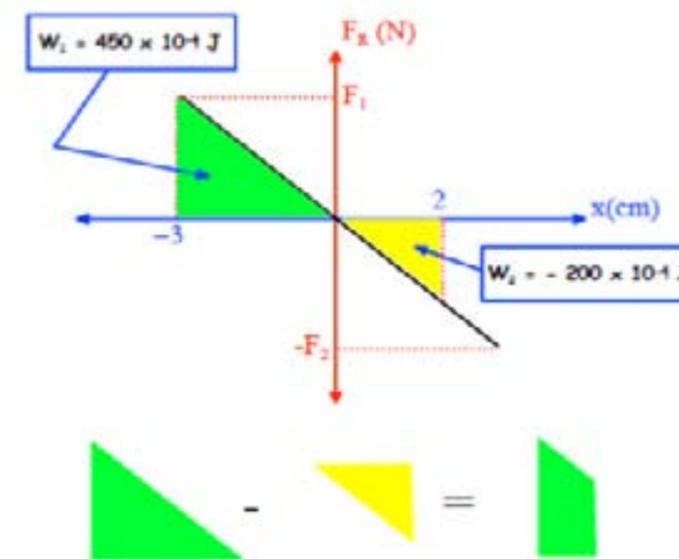
Ricordando che

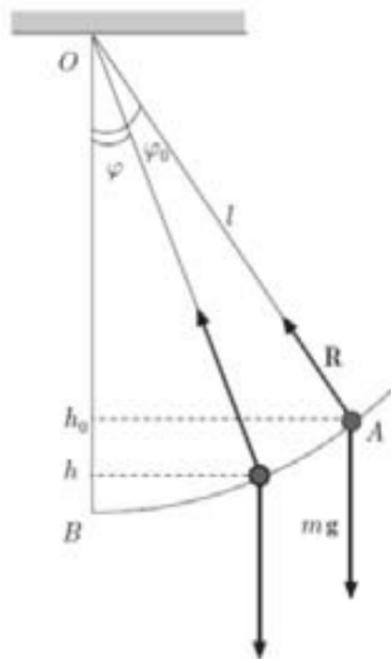
$$L = \Delta U = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

si ha

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta U}{k}} = \sqrt{\frac{2(50J)}{600N/m}} = 0.41m$$

Calcolare il lavoro svolto da una molla la cui costante elastica è $k = 100$ N/m su un corpo di massa 50kg, se il corpo viene spostato di 3cm verso sinistra rispetto alla posizione di equilibrio fino a un punto situato a 2 centimetri alla destra di quest'ultimo.





$$L = \frac{1}{2} kx_0^2 - \frac{1}{2} kx_1^2 = \frac{1}{2} \left(100 \frac{N}{m} \right) [(-3)^2 \text{ cm}^2] - \frac{1}{2} \left(100 \frac{N}{m} \right) (2^2 \text{ cm}^2)$$

Ricordando che $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$ si ha:

$$L = \frac{1}{2} \left(100 \frac{N}{m} \right) (9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) - \frac{1}{2} \left(100 \frac{N}{m} \right) (4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) = 250 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Il pendolo semplice: considerazioni energetiche

Un pendolo inizialmente, viene abbandonato dalla posizione corrispondente all'angolo ϕ_0 , dove possiede l'energia potenziale mgh_0 , e raggiunge la posizione corrispondente a $\phi = \phi$, dove, assumendo che l'energia potenziale sia nulla, possiede energia cinetica massima. Essendo costante l'energia totale, si ha:

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh_0$$

Perché tutta l'energia potenziale posseduta dalla massa nel punto A ad un'altezza h_0 rispetto a come si è scelto il sistema di riferimento, si trasforma in energia cinetica nel punto B in cui la massa assume la massima velocità.

Dalla relazione appena scritta si ricava tale valore

$$v = \sqrt{2gh_0}$$

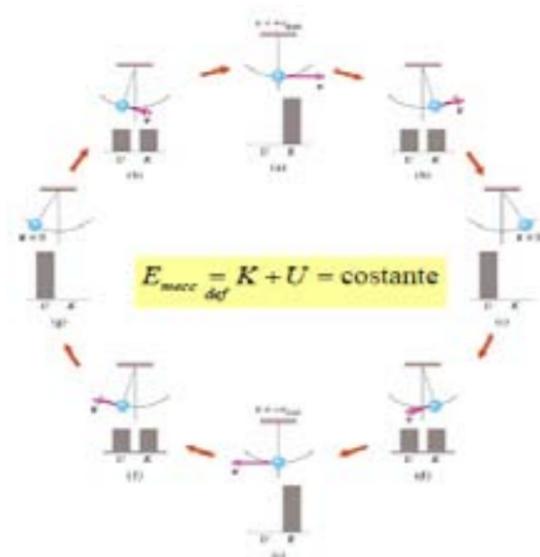
Se il pendolo è in una posizione corrispondente all'angolo ϕ generico, come mostrato in figura, la conservazione dell'energia meccanica impone

$$\frac{1}{2} mv^2 + mgh = mgh_0$$

da cui

$$v = \sqrt{2g(h_0 - h)} = \sqrt{2gl(\cos \phi - \cos \phi_0)}$$

avendo ricavato le due altezze h e h_0 in funzione dell'angolo descritto dal filo



L'oscillatore armonico: considerazioni energetiche

L'energia totale dell'oscillatore armonico è

$$E = K + U = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2$$

Essa deve essere costante, indipendente dal tempo e dalla posizione x . Per determinare il valore di E basta tener presente che l'equazione oraria e la velocità dell'oscillatore sono date dalle relazioni

$$x = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \phi)$$

che, sostituite nella precedente equazione, ci danno:

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \phi)$$

ma $k = m\omega^2$. Pertanto

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 [\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)] = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2$$

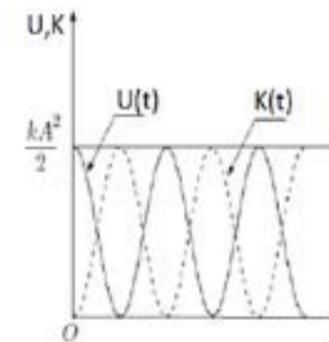
che è la velocità massima con cui l'oscillatore transita nell'origine. Si ha anche

$$E = \frac{1}{2} kA^2$$

energia potenziale massima che l'oscillatore possiede nel punto di massima elongazione; pertanto:

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

L'andamento nel tempo dell'energia cinetica K e dell'energia potenziale U sono mostrate in figura; si osservi che la loro somma è sempre costante ed uguale all'energia totale, indipendente dal tempo. L'energia totale è, inoltre, indipendente da x



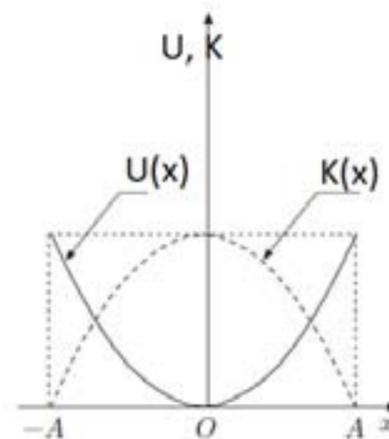
$$E = \frac{1}{2} kA^2 = K + \frac{1}{2} kx^2$$

da cui si ottiene l'energia cinetica in funzione di x :

$$K = \frac{1}{2} kA^2 - \frac{1}{2} kx^2$$

Il grafico di questa funzione è una parabola ad asse verticale, concavità rivolta verso il basso e vertice sull'asse delle ordinate nel punto $1/2 kA^2$

Dalla figura seguente, in cui sono riportate K ed U , si osserva che la loro somma è sempre costante, uguale all'energia totale, indipendente da x . Eseguendo la media dell'energia potenziale in un periodo T , si ottiene l'energia potenziale media:



$$\overline{U(t)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} kA^2 \right) = \frac{1}{2} (m\omega^2 A^2)$$

7. La potenza meccanica

Finora abbiamo calcolato il lavoro svolto da una forza, la sua relazione con le varie forme di energia, il trasferimento di energia ma non abbiamo prestato attenzione alla rapidità con cui questo si verifica. Nella realtà di tutti i giorni si ha a che fare con il lavoro meccanico : lifting, trasferire, deformare, tagliare, sminuzzare, centrifugare e molte altre, sono le attività che richiedono un lavoro. Le attività manifatturiere sfruttavano la forza muscolare di uomini e gli animali. Sono state sfruttate le forze della natura con la costruzione di mulini ad acqua e vento. Oggi si dispone di dispositivi molto sofisticati trasformare l'energia in lavoro.

Da un punto di vista pratico, è interessante conoscere non solo la quantità di energia trasferita al sistema ma anche la rapidità con la quale viene trasmessa. La rapidità con la quale l'energia viene trasmessa si chiama Potenza.

Dal punto di vista analitico, si definisce potenza media la quantità di lavoro per unità di tempo.

$$\bar{P} = \frac{L}{\Delta t}$$

Se vogliamo calcolare la potenza istantanea, così come si è visto per altra grandezze istantanee, è necessario riferire il lavoro a intervalli di tempo talmente piccoli da potersi ritenere istanti. Questo matematicamente si esprime considerando il limite per Δt che tende a zero del rapporto $L/\Delta t$:

La Potenza istantanea è la derivata del lavoro rispetto al tempo.

Tenuto conto che il lavoro si può esprimere come prodotto scalare di forza per spostamento, si può scrivere:

$$\bar{P} = \frac{L}{\Delta t} = F \frac{\Delta s}{\Delta t} = F \cdot v$$

L'unità SI della potenza è il Joule al secondo (J/s) detto anche watt (W)

$$1W = 1 \frac{J}{s} = 1 \frac{Kg \cdot m^2}{s^3}$$

L'unità di misura del sistema britannico degli ingegneri è il cavallo vapore:

$$1hp = 550 \frac{ft \cdot lb}{s} = 746W$$

Adesso possiamo definire una nuova unità di misura dell'energia in funzione dell'unità di potenza: si tratta del chilowattora (kWh) che è l'energia trasferita in un'ora al tasso costante di 1kW. Numericamente:

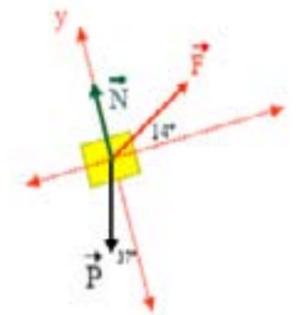
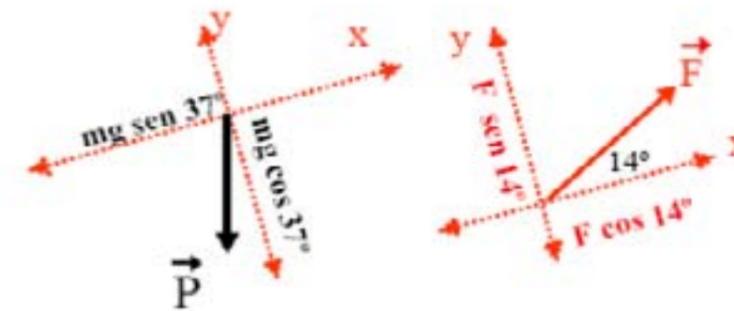
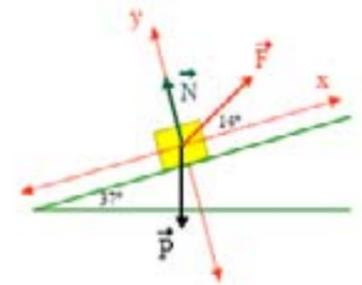
$$1kWh = 10^3 W \cdot 3600s = 3,60 \cdot 10^6 J$$

Problemi svolti

Esercizio 1

Un blocco di 40Kg è spinto per 20 metri su un piano inclinato di 37° rispetto all'orizzontale da una forza che forma un angolo di 14° rispetto al piano inclinato e che ha modulo di 200N. Supponendo trascurabile l'attrito si calcoli:

Il lavoro della forza F; il lavoro della forza peso; il lavoro netto sul blocco parallelamente al piano inclinato; il lavoro netto realizzato dalla normale al piano inclinato



Il lavoro della Forza F è

$$L_F = F \cdot \cos 4^\circ \cdot s = 200N \cdot 0,9 \cdot 20m = 3880J$$

Il lavoro della forza peso P è

$$L_P = P \cdot \cos 233^\circ \cdot s = 200N \cdot (-0,6) \cdot 20m = -4800J$$

Il lavoro lungo y è nullo perché lungo questa direzione non c'è spostamento

Il lavoro netto lungo la direzione parallela al piano è la risultante delle forze per lo spostamento:

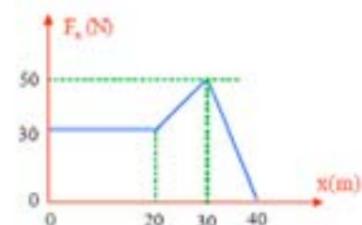
$$L_{||} = (F \cdot \cos 4^\circ - mg \sin 3^\circ) \cdot s = -920J$$

Si tratta di un lavoro resistente.

Esercizio 2

A partire dal diagramma che vede in relazione la forza che agisce su un corpo e lo spostamento si ricavi il lavoro effettuato sul corpo durante i primi 30 minuti

Il lavoro è l'area della regione di piano sottesa alla curva. Da rilievi

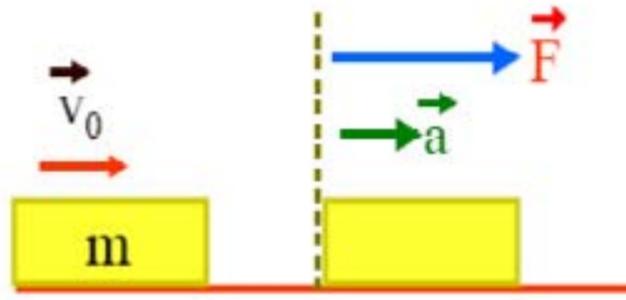


geometrici si ottiene:

$$L = 9 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} + 9 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 9 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} = 1000 \text{ J}$$

Esercizio 3

Un blocco si muove su una superficie orizzontale senza attrito e soggetto a una forza costante F che agisce parallelamente alla superficie stessa. Si calcoli il lavoro della forza F .



Se il corpo è soggetto ad una forza costante, esso si muove con accelerazione costante.

Il lavoro della forza F è pertanto:

$$L = F \cdot \cos 0^\circ \cdot \Delta x$$

La forza F dobbiamo ricavarla dalla seconda legge della dinamica

$$F = m \cdot a$$

Trattandosi di un moto rettilineo possiamo ricavare l'accelerazione:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta x}$$

da cui

$$F = m \cdot \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta x} \right)$$

Sostituendo nell'espressione del lavoro si ottiene la relazione finale

$$L = m \cdot \left(\frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \Delta x} \right) \cdot \Delta x$$

Esercizio 4 Palla in caduta libera

Una palla di massa m cade da un'altezza h . determinare la velocità della palla quando giunge al suolo e quando giunge ad un'altezza y rispetto al suolo

Ragioniamo insieme - Considereremo come sistema la palla e la Terra. Adottiamo il modello semplificato secondo cui la palla non incontra la resistenza dell'aria. Quindi la palla e la Terra non subiscono altre forze da parte dell'ambiente e noi possiamo usare il principio di conservazione dell'energia meccanica.

Inizialmente il sistema ha energia potenziale e non ha energia cinetica (infatti la pallina all'inizio è ferma). Mentre la palla cade, l'energia meccanica totale del sistema (la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale) rimane costante ed è uguale alla sua energia potenziale iniziale. L'energia potenziale del sistema diminuisce e l'energia cinetica aumenta. Due biciclette sono dotate della stessa velocità angolare ma la prima monta delle ruote con raggio di 28 cm mentre la seconda monta ruote del 26. Determinare la velocità della seconda bici sapendo che quella della prima vale $v_1 = 25 \text{ km/h}$.

Scriviamo l'equazione di conservazione dell'energia meccanica

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Nell'equazione $K_i = 0$, perché la palla inizialmente è ferma mentre l'energia potenziale è $U_i = mgh$.

Quando la palla si trova ad un'altezza y rispetto al suolo, la sua energia cinetica sarà $K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$ mentre l'energia potenziale del sistema è $U_f = mgy$, pertanto

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy = 0 + mgh$$

da cui

$$v_f = \sqrt{2g \cdot (h - y)}$$

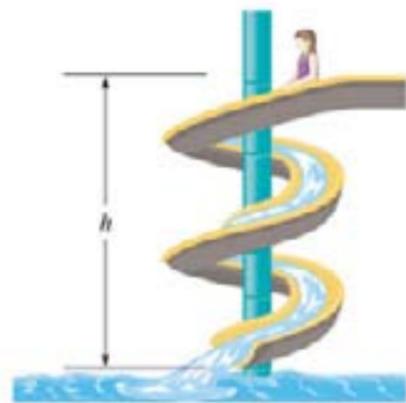
Se la palla arriva al suolo, la sua velocità finale sarà data invece dalla relazione

$$v_f = \sqrt{2g \cdot h}$$

Esercizio 5

Un bambino di massa m si lascia andare, da fermo, dalla cima di uno scivolo tridimensionale, a un'altezza $h = 8.5 \text{ m}$, sopra il livello della piscina. A che velocità starà scivolando quando arriva in acqua? Si supponga lo scivolo privo di attrito.

Ragioniamo insieme - non posso trovare la velocità finale del bambino attraverso la sua accelerazione ($F=ma$) perché non conosco la pendenza dello scivolo. Posso applicare principio di conservazione energia mecca-



nica., infatti ho sistema isolato e forze conservative

Dal teorema di conservazione dell'energia meccanica sappiamo che

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

ovvero

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i$$

da cui

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(y_i - y_f)$$

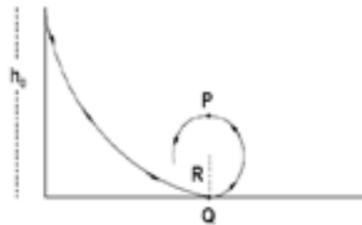
Tenuto conto che la velocità iniziale è nulla perché il bambino parte da fermo, e indicato con $h = y_i - y_f$, si ricava

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

Da cui, sostituendo i valori, otteniamo

$$v_f = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 8,5} = 13 \text{ m/s}$$

Esercizio 6



Uno sciatore scivola senza attrito da un'altezza h_0 lungo un pendio come illustrato in figura. Arrivato nel punto più basso della traiettoria, Q, lo sciatore prosegue lungo una guida che gli fa compiere una traiettoria circolare di raggio R.

- Determinare il valore di R affinché lo sciatore senta nel punto P (il punto più alto della traiettoria circolare) una forza verso l'alto pari alla sua forza peso.
- Determinare la velocità nel punto P.
- Determinare la velocità nel punto Q

ricaviamo il raggio di curvatura risolvendo la relazione rispetto a r

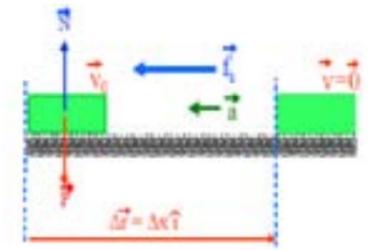
$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{60^2}{0,49} = 7347 \text{ m}$$

Se il raggio viene posto a 1000m, allora, risolvendo rispetto a v, si ha:

Esercizio 7

Calcolare lo spostamento di un oggetto prima che si fermi se attraversa un piano orizzontale scabro. Si supponga che e che la velocità, prima di attraversare la parte rugosa, è costante e di modulo pari a 5m/s

L'unica forza che agisce sull'oggetto è la forza di attrito
Il lavoro della forza di attrito è



$$L = f_k \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta x = \mu_k N \cdot (-1) \cdot \Delta x = -\mu_k mg \cdot \Delta x$$

Applicando il teorema dell'energia cinetica, si ha:

$$-\mu_k mg \cdot \Delta x = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Dividendo tutto per m e tenuto conto che $v=0$ e $x_0=0$ che , si ottiene:

$$-\mu_k g \cdot \Delta x = -\frac{1}{2}v_0^2$$

Da questa relazione posso ricavare

$$\Delta x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g} = 2,5 \text{ m}$$

Esercizio 8.

Una macchina ha massa 1200 kg. Supponendo un piano con coefficiente di attrito $\mu=0.17$, determinare lo spazio di frenata supponendo una velocità iniziale di 40 km/h e di 80 km/h.

La massa è $m=1200$ kg, il piano ha coefficiente di attrito $\mu=0.17$.

Caso 1: $v=40$ km/h=11.1 m/s

L'energia cinetica iniziale è

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

mentre quella finale è nulla.

Perciò il lavoro fatto dalla forze di attrito per fermare la macchina è $L=-73920$ J.

Il lavoro può essere scritto

$$L = \mu mgs$$

dato che forza e spostamento hanno la stessa direzione

Quindi lo spazio di frenata è

$$s = \frac{v^2}{2\mu g}$$

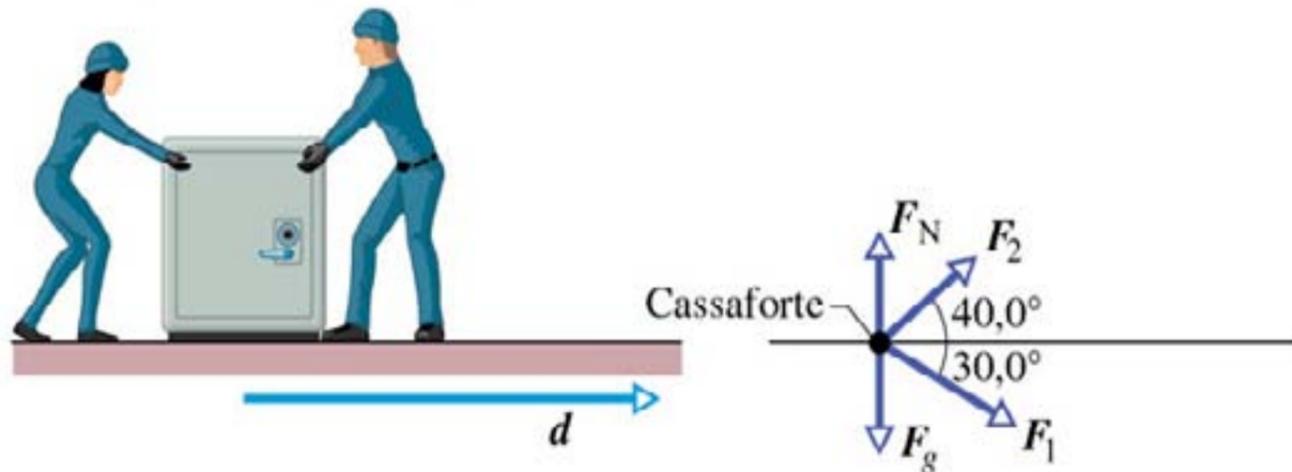
Caso 2: $v=80$ km/h=22.2 m/s

Ad una velocità doppia corrisponderà uno spazio di frenata quadruplo!

Esercizio 9

Due spie industriali fanno scivolare una cassaforte di massa $m = 250$ kg, inizialmente ferma, per una distanza $d = 8.50$ m. La forza con la quale l'agente 001 spinge la cassaforte è di 12.0 N, e la direzione della forza forma un angolo di 30° verso il basso rispetto all'orizzontale. La forza con cui l'agente 002 tira la cassaforte è di 10.0 N, in direzione di 40° verso l'alto rispetto alla linea orizzontale. Si considerino le forze costanti e l'attrito nullo.

- a) quale è il lavoro totale svolto dalle due forze sulla cassaforte durante lo spostamento d ?
- b) quale è il lavoro sviluppato sulla cassaforte dalla sola forza di gravità ed il lavoro compiuto dalla forza normale esercitata dal suolo?
- c) la cassaforte era inizialmente ferma, quale è la velocità finale al termine dello spostamento d ?



Idea chiave:

- Il lavoro totale è pari alla somma dei lavori svolti dalle due forze.
- La cassaforte è assimilabile ad un corpo puntiforme di massa m
- le forze sono costanti, quindi $L=F \cdot d$

a) Osservando il diagramma vettoriale delle forze relativo alla cassaforte, considerata come un corpo puntiforme, possiamo calcolare il lavoro totale svolto dalle due spie trovando il lavoro svolto da ciascuna delle due e

sommando i due valori. Il lavoro svolto dall'agente 001 è

$$L_1 = F_1 \cdot d \cdot \cos \phi_1 \Rightarrow L_1 = 12 \text{ N} \cdot 8,5 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 87,3 \text{ J}$$

e il lavoro sviluppato dall'agente 002 è:

$$L_2 = F_2 \cdot d \cdot \cos \phi_2 \Rightarrow L_2 = 10 \text{ N} \cdot 8,5 \text{ m} \cdot \cos 40^\circ = 64,1 \text{ J}$$

Il lavoro totale è

$$L = L_1 + L_2 = 151,4 \text{ J}$$

b) entrambe le forze, sia quella Normale che la forza Peso, sono perpendicolari al pavimento, di modo che nessuna delle due svolge lavoro sulla cassaforte:

$$L_p = \mathbf{g} \cdot \mathbf{d} \cdot \cos 90^\circ = mgd \cdot (0) = 0$$

$$L_N = N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = N \cdot d \cdot (0) = 0$$

Queste forze non trasferiscono nessuna energia alla cassaforte né viceversa

c) la velocità della cassaforte cambia perché varia l'energia cinetica quando le viene ceduta energia dalle forze applicate.

Possiamo mettere in relazione la velocità col lavoro svolto:

$$L = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

La velocità iniziale sappiamo essere nulla da cui

$$v = \sqrt{\frac{2L}{m}}$$

fai da solo i calcoli

Esercizio 10. (ATTENZIONE c'è l'attrito quindi non vale la conservazione dell'energia)

Una cassa di 3Kg scivola giù lungo una rampa di carico. La rampa è lunga 1 metro e inclinata di un angolo di 30° come in figura. La cassa parte da ferma dalla sommità e subisce una forza di attrito costante di 5N. determinare la velocità della cassa proprio mentre raggiunge la base della rampa.

Ragioniamo insieme – definiamo la cassa, la Terra e la rampa come il nostro sistema. Esso è un sistema isolato. Se scegliessimo la cassa e la Terra come sistema, Dovremmo usare il modello del sistema non isolato perché la forza di attrito tra la cassa e la rampa è un'influenza esterna.

Poiché per la cassa $v_i=0$, l'energia cinetica iniziale del sistema è zero. Se la coordinata y è misurata dal fondo della rampa, allora per la cassa è

$$y_i = 1 \text{ m} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 \text{ m}$$

Quindi, l'energia meccanica totale del sistema cassa-Terra quando la cassa si trova alla sommità della rampa è tutta energia potenziale gravitazionale

$$E_i = U_i = mgy_i$$

Quando la cassa raggiunge la base, l'energia potenziale gravitazionale del sistema è zero poiché la quota della cassa è $y_f=0$. Quindi l'energia meccanica totale quando la cassa si trova alla base è tutta quanta energia cinetica

$$E_f = K_f = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Tuttavia non possiamo dire in questo caso che $E_f=E_i$ poiché agisce una forza non conservativa che è la forza di attrito che sottrae energia meccanica al sistema. In questo caso la variazione di energia meccanica del sistema è

$$\Delta E = -f_d \cdot \Delta r$$

ovvero

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = -f_d \cdot \Delta r$$

Nel nostro caso avremo:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i = -f_d \cdot \Delta r$$

da cui

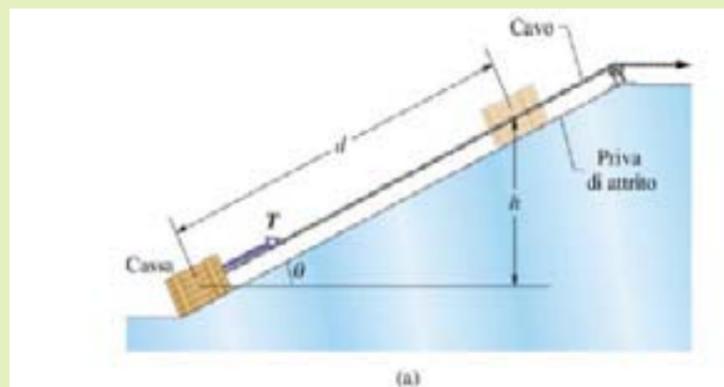
$$\frac{1}{2}mv_f^2 = mgy_i - f_d \cdot \Delta r$$

di qui possiamo ricavare la velocità finale che è pari a 2,54m/s (fare i calcoli)

Esercizio 11

Una cassa di 15 kg è trascinata in salita a velocità costante su una rampa priva di attrito per una distanza $d=5.70m$, fino a un'altezza $h = 2.50 m$ rispetto al suo punto di partenza, quindi si arresta.

- quanto lavoro viene svolto dalla forza peso P?
- quanto lavoro viene compiuto sulla cassa dalla forza T del cavo che tira su la cassa per il piano inclinato?
- cosa succede se sollevo la cassa della stessa quota h ma con rampa più lunga?



a) Se indichiamo con d il valore dello spostamento e notiamo che l'angolo tra la forza peso e lo spostamento è $\theta+90^\circ$ (vedi diagramma delle forze) possiamo scrivere:

$$L_p = \mathbf{g} \cdot \mathbf{d} \cdot \cos(\theta + 90^\circ) = -mgd \sin \theta$$

Dalla figura si riconosce che $d \sin \theta$ è il dislivello h superato dalla cassa. Pertanto si potrà scrivere

$$L = -mgh$$

Questo significa che il lavoro dovuto dalla forza Peso dipende dalla distanza verticale realizzata e non dallo spostamento orizzontale.

Sostituendo i dati otteniamo

$$L = -(5 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot 2,0 \text{ m}) = -368J$$

b) dato che la cassa è ferma prima e dopo lo spostamento, allora la variazione di energia cinetica è nulla. Pertanto, ricordando il teorema dell'energia cinetica, si avrà:

$$\Delta K = L_1 + L_2 + \dots$$

che nel nostro caso diventa:

$$0 = L_p + L_T \text{ da cui } L_T = 368J$$

Esercizio 12

Un secchio di massa M, partendo da fermo, viene calato da nonna Pina verticalmente per mezzo di una fune con accelerazione costante, diretta verso il basso, pari a $g/4$. Trovare, quando è calato di una distanza d, i valori del lavoro fatto sul blocco dalla fune e dal suo peso. Determinare poi l'energia del blocco e la sua velocità.

In questo caso la fune compie un lavoro resistente atto ad impedire al blocco di cadere con accelerazione g. La forza risultante produce un'accelerazione $g/4$. Il peso del blocco è

$$P=Mg$$

Il lavoro da esso compiuto è

$$L=Mgd$$

La tensione sarà

$$T=-P+Mg/4=-3Mg/4$$

Il lavoro da essa compiuto è

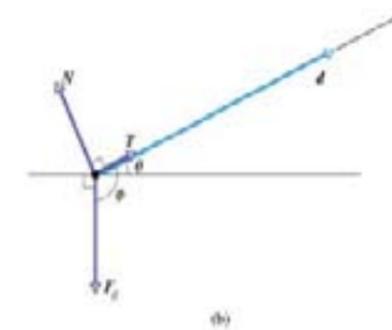
$$L=-3Mgd/4$$

L'energia cinetica è pari al lavoro compiuto dalla forza risultante:

$$K=Mgd/4$$

e la velocità è

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{4} Mgd}{M}} = \sqrt{\frac{gd}{2}}$$



Esercizi proposti

1. Trasformare 250 N/m in Joule e in kW/h.
2. Quanti N/m e quanti Joule rappresentano 25 kW/h?
3. Calcolare il lavoro necessario per spostare un oggetto per 2 metri dalla sua posizione iniziale sapendo che su di esso agisce una forza orizzontale di 10N
4. Calcolare il lavoro necessario a un uomo per sollevare la borsa della spesa di 70N e poggiarla su un tavolo alto 50cm. Esprimi il risultato in:
 - a) N/m
 - b) Joule
 - c) kW/h
5. Un corpo durante la caduta libera impiega 3 secondi per toccare il suolo. Se il suo peso è di 4 N, qual è il lavoro per sollevarlo nuovamente fino al punto in cui è caduto?
6. Un proiettile che pesa 80 N viene lanciato verticalmente verso l'alto e arriva al suolo con una velocità iniziale di 95m/s. Si calcoli:
 - a) qual è l'energia cinetica se il percorso dura 7 secondi?
 - b) qual è l'energia potenziale quando il proiettile raggiunge la sua massima altezza?
7. Che energia cinetica acquisterà un corpo che pesa 38N se il suo moto di caduta libera dura 30 secondi?
8. Che energia cinetica acquisterà un corpo di massa 350Kg se ha una velocità di 40m/s?
9. Con che energia toccherà il suolo un oggetto che pesa 2500g se cade da una altezza $h=12m$
10. Un oggetto di 200N viene abbandonato su un piano inclinato lungo 15 metri e alto 3,5 metri, calcolare:
 - a) l'accelerazione acquistata dall'oggetto
 - b) l'energia cinetica dopo 3 secondi
 - c) lo spazio percorso in questo intervallo di tempo
11. Che energia potenziale possiede un corpo di 5Kg che si trova a 2m di altezza? Che energia cinetica acquisterà quando toccherà il suolo?
12. Sapendo che ciascun piano di un edificio è alto 2,3 metri e il piano più basso 3 metri, calcolare l'energia potenziale di un vaso che, posto sul balcone del quinto piano, ha una massa di 8Kg
13. Un oggetto di 1250Kg cade dall'altezza di 50 metri. Con che energia cinetica arriverà al suolo?
14. Un proiettile di 5 kg di massa è lanciato verticalmente verso l'alto con velocità iniziale 60m/s. Che energia possiede dopo 3 secondi? Che ener-

gia potenziale avrà quando raggiunge la sua altezza massima?

15. Un motore che sviluppa una potenza di 120cv è capace di sollevare un peso di 2 ton fino all'altezza di 25 metri. Calcolare il tempo impiegato.
16. Calcolare la potenza di un motore necessari per sollevare un ascensore di 45000N fino a 8 metri di altezza in 30 secondi. Se il rendimento del motore è 0,65 calcolare la potenza del motore
17. Calcolare la velocità che acquista un'automobile di 1500N in 16 secondi se parte da ferma e ha una potenza di 100HP
18. Un'automobile il cui motore sviluppa una potenza di 200HP e che pesa 1500N si muove su un piano inclinato di 60° a velocità costante. Calcolare l'altezza che l'automobile raggiunge in 20 secondi
19. Calcolare la potenza di una macchina che solleva 20 mattoni di 500g ciascuno fino ad un'altezza di 2 metri e in 1 minuto
20. La velocità di decollo di un aereo è 144Km/h e il suo peso è 15000N. Se la pista di decollo di un aeroporto è 1000m, calcolare la potenza minima che deve erogare il motore affinché l'aereo decolli.
21. Un carrello di 5N si muove su un piano orizzontale privo di attrito per 3 metri mediante una forza di 22N, in seguito agisce una forza di 35N per 2 metri. Calcolare:
 - a) il lavoro effettuato sul carrello
 - b) l'energia cinetica totale
 - c) la velocità acquistata dal carrello
22. Un corpo di 1,5Kg cade da un'altezza di 60 metri. Determinare l'energia potenziale e cinetica dopo 10 metri a partire dall'origine del moto
23. Un oggetto di massa 150g viene lanciato verso l'alto con velocità iniziale di 400m/s. Calcolare:
 - a) l'energia cinetica iniziale
 - b) l'energia cinetica dopo 5 secondi
24. Un eremita sale su una montagna fino a 2000 metri di altezza. Quale sarà la sua energia potenziale se pesa 750N?
25. Un oggetto di 40Kg scivola su un piano inclinato di 20° . Quale sarà la sua energia cinetica se percorre 18 metri partendo da fermo?
26. Un oggetto di 50N di peso è posto sulla sommità di un piano inclinato lungo 20 metri e alto 8 metri. Si determini:
 - a) l'energia potenziale in quella posizione
 - b) l'energia cinetica ai piedi del piano inclinato
27. Una pallina da ping-pong ($m = 30 \text{ g}$) è lanciata verso l'alto con velocità iniziale e raggiunge l'altezza $h = 7,5 \text{ m}$. Quanta energia è stata dissipata per effetto dell'attrito dell'aria?
 $[\Delta E = -1,17 \text{ J}]$

28. Una ragazza trascina una scatola che pesa 40 N a velocità costante per una distanza di 10 m sul pavimento. Quanto lavoro compie se il coefficiente di attrito cinetico vale 0,2?
[W= 80 J]
29. Un bambino su un'altalena raggiunge un'altezza massima di 2 m al di sopra della sua posizione più bassa. Qual è la velocità dell'altalena nel punto più basso? (si trascurino le forze di attrito)
[v= 6,2 m/s]
30. Una lattina di birra viene fatta cadere da una finestra alta 30 m dal livello del suolo. Trascurando la resistenza dell'aria, qual è la sua velocità quando tocca il suolo?
[v=24,2 m/s]
31. Un'automobile che viaggia a 40 m/s urta contro un muro di calcestruzzo. Da quale altezza h avrebbe dovuto essere lasciata cadere la macchina per ottenere lo stesso risultato?
[h =81,6 m]
32. Un bambino siede sulla ruota gigante di un luna-park. Quanto lavoro hanno compiuto le forze gravitazionali su di lui quando la ruota ha fatto un giro completo?
33. Un disco da hockey scivola sul ghiaccio con una velocità iniziale di 4 m/s. Il coefficiente di attrito cinetico vale 0,1. Quanto spazio percorrerà il disco prima di fermarsi?
[s = 80m]
34. Una scatola con una velocità iniziale di 3 m/s scivola sul pavimento orizzontale e si ferma in 0,5 m. Qual è il coefficiente di attrito cinetico?
[μ = 0,91]
35. Una slitta di massa m = 9kg scivola per 100 m giù da una collina che ha pendenza di 30° gradi rispetto alla direzione orizzontale. La slitta raggiunge una velocità finale di 20 ms⁻¹ alla base della discesa. Quanta energia è stata dissipata a causa dell'attrito?
[ΔE = 2615 J]
36. Un uomo di 50 kg scala una montagna alta 3000 m. Quanto lavoro compie? Un chilogrammo di grasso fornisce circa di energia- Se il grasso si trasforma in energia meccanica con rendimento del 20%, quanto grasso x consuma l'uomo nella salita? (x=0,193 kg)
37. Il periodo di una massa di 0,5 kg, sospesa ad una molla, è di 0,3 s. L'ampiezza dell'oscillazione è di 0,1 m. Quant'è la costante elastica? Quant'è l'energia cinetica immagazzinata nella molla quando lo spostamento è massimo? Quant'è la velocità massima della massa?
(k= 219,3 N/m, E=1,1 J, v=2,1 m/s)

Dal testo "la fisica di Amaldi"

38. Un'auto di massa 1000 kg accelera passando da una velocità di 72 km/h a una velocità di 144 km/h. Qual è il lavoro necessario per accele-

- rare l'auto? [6·10⁵ J]
39. Un'automobile di massa 1000 kg viaggia nel traffico urbano a una velocità di 54 km/h. Davanti a lei il semaforo diventa rosso e l'auto frena e si arresta in 16 m. Qual è il valore della forza frenante? [7·10³ N]
40. Un carrello da supermercato di massa 10,0 kg viene spinto per 2,00 m da fermo con una forza di 100 N. La forza di attrito con il pavimento è di 30,0 N. Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza applicata al carrello? Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza di attrito? Qual è la velocità finale del carrello? [2·10² J; -60,0 J; 5,3 m / s]
41. Uno scalatore sta passeggiando lungo un sentiero di montagna con uno zaino di massa 18,2 kg. Affronta una salita alta 10,0 m rispetto al piano. Quanto lavoro compie lo scalatore per trasportare lo zaino?
[1,78·10³ J]
42. In un parco di divertimenti Anna e Alice scivolano su una canoa lungo un percorso composto da tratto inclinato di lunghezza l = 17,2 m e da un tratto rettilineo di lunghezza l=25,1 m. La forza di attrito nel primo tratto è di 564 N e nel secondo tratto è di 652 N. Calcola il lavoro compiuto dalle forze di attrito. [-7,4·10³ J]
43. Valentina, 50,0 kg, sale col suo skateboard su una rampa con la velocità iniziale di 3,90 m/s. L'altezza massima della rampa è 50,0 cm. Calcola:
l'energia cinetica all'imbocco della rampa;
l'energia potenziale gravitazionale (rispetto alla quota di base e con g = 9,80) all'uscita della rampa;
l'energia cinetica all'uscita della rampa;
la velocità con cui esce dalla rampa.
[380 J; 245 J; 135 J; 2,32 m / s]
44. Una mela di 400 g cade da un ramo alto 250 cm.
Quanto lavoro compie la forza-peso sulla mela?
Qual è il valore della variazione di energia potenziale?
[9,80 J; 9,80 J]
45. In un esercizio alla pertica, Fabio che pesa si arrampica fino a un'altezza di 4,0 m e poi scende a terra. Calcola la variazione della sua energia potenziale gravitazionale:
nel tratto in salita;
nel tratto in discesa;
nell'esercizio completo.
[2,6·10³ J; 2,6·10³ J; 0 J]
46. La molla di una bilancia pesa-persone, quando è compressa, si accorcia e mette in movimento l'indice sulla scala della bilancia. Camilla sale su una bilancia di questo tipo e legge il valore di 52 kg. La molla ha una costante elastica di .
Quanta energia potenziale elastica ha accumulato la molla?
[1,1·10² J]



47. Un flacone di detersivo di massa 1,5 kg scivola dal bordo di una vasca da bagno con velocità iniziale di 1,1 m/s fino a raggiungere il fondo della vasca, scelto come livello di zero, a una velocità di 3,1 m/s.

Calcola l'altezza della vasca. (L'effetto dell'attrito è trascurabile.)
[0,43 m]

48. Un carrello di massa 2,0 kg viene trainato lungo un binario rettilineo da una forza costante di 50 N per 10 m.

Che velocità acquista? (Trascura l'effetto dell'attrito.)
A che altezza arriverebbe se venisse lanciato verso l'alto con quella velocità?
[22 m/s; 25 m]

49. David si lancia con il parapendio da una rupe alta 500 m sul fondo della valle. La sua massa complessiva (compresa l'attrezzatura) è pari a 90 kg. Nel momento in cui sta per atterrare la sua velocità è di 5,0 m/s. Quanta energia meccanica si è trasformata in altre forme? [4,4x10⁵ J]

50. Un ciclista di 72 kg, su una bicicletta di 15 kg, sta procedendo alla velocità di 30 km/h, quando inizia a frenare costantemente e si ferma dopo aver percorso 5,0 m. Qual è il valore della forza esercitata dai freni?
[6,0·10² N]

51. A Genova è stato costruito un sistema funicolare per collegare due vie della città poste a diverse altezze rispetto al livello del mare. L'ascensore percorre un tratto verticale lungo 70 m a una velocità di 1,6 m/s. L'ascensore ha una capienza di 23 persone, ognuna considerata di massa in media pari a 75 kg. Calcola:

il lavoro compiuto dall'ascensore per trasportare un passeggero;
la potenza sviluppata per trasportare la cabina a pieno carico dall'inizio alla fine della salita.
[5,1·10⁴ J; 2,7·10⁴ W]

52. Uno sciatore di 80 kg affronta alla velocità di 50 km/h un dosso alto 3,1 m. Durante la salita, l'attrito con la neve e con l'aria trasforma 3,3·10³ J della sua energia meccanica in altre forme di energia. Quanto vale la velocità dello sciatore quando raggiunge la sommità del dosso?
[7,0 m/s]

53. Un'automobile di massa 1200 kg passa da 30 km/h a 100 km/h in 180 s.

Qual è il lavoro compiuto dal motore?
Il lavoro del motore aumenta se la velocità di marcia aumenta in 60 s invece che in 180 s?
[4,2·10⁵ J]

54. Un bambino di massa 30,0 kg si sta dondolando sull'altalena. Le corde a cui è fissata l'altalena sono lunghe 2,00 m. Scegliendo come livello di zero la posizione più bassa che il bambino può assumere, calcola l'energia potenziale gravitazionale del bambino nelle situazioni seguenti:
quando le corde dell'altalena sono orizzontali;
quando le corde dell'altalena formano un angolo di 45,0° rispetto alla verticale;
quando le corde dell'altalena sono perpendicolari al terreno.
[588 J; 172 J; 0 J]

55. Un pattinatore scende lungo una discesa, percorre poi un tratto orizzontale di 10 m e risale lungo una salita. Parte da un'altezza di 4,0 m con una velocità iniziale di 4,2 m/s. Supponi che gli attriti siano trascurabili.

A quale altezza arriva il pattinatore lungo la salita?
L'altezza a cui arriva dipende dalla lunghezza del tratto orizzontale di raccordo? [4,9 m]

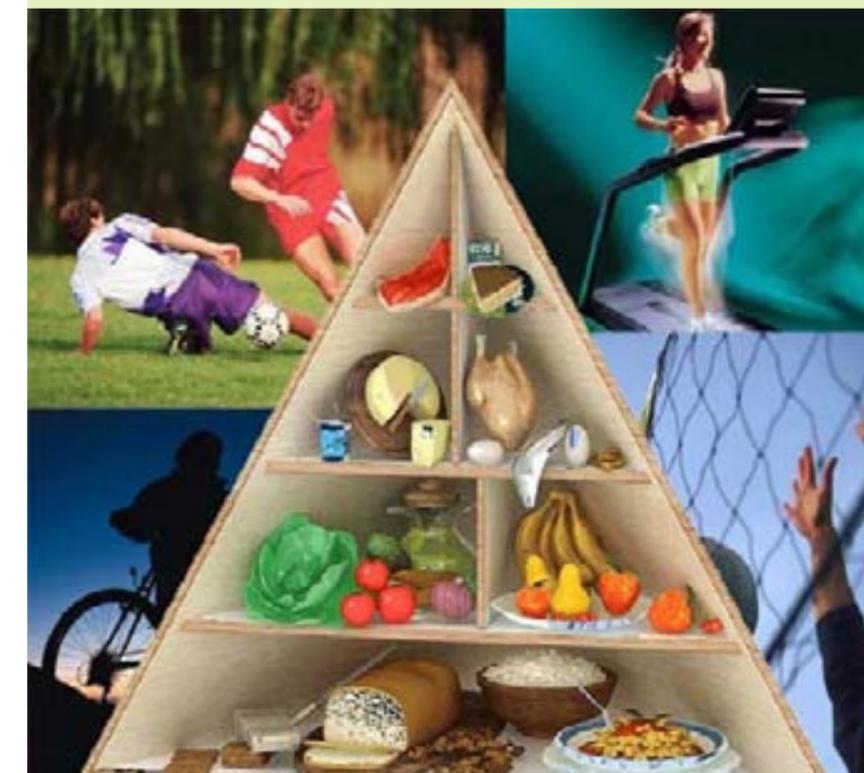
56. Il carrello che trasporta le persone lungo la pista delle montagne russe ha la velocità di 90,0 km/h in un punto all'altezza di 20,0 m dal suolo. Quale sarà la sua velocità dopo essere sceso in un punto posto all'altezza di 11,0 m dal suolo? (Trascura gli attriti.) [102 km/h]

57. Una molla di lunghezza (a riposo) pari a 20cm e costante elastica k=20N/m è attaccata a una massa di 510g. La molla è appesa al soffitto. La massa viene sollevata fino a che la molla si accorcia di 10cm e poi è lasciata andar giù. Di quanto scende la massa prima di fermarsi [70cm]

58. Un carrello di massa m si muove con velocità v lungo una rotaia senza attrito. Alla fine della rotaia c'è una molla di costante elastica k che fa da respingente. La molla si accorcia e frena il carrello. La massima forza esercitata dalla molla si ha nel momento in cui il carrello è fermo. Determina il valore di questa forza

$$F_{\max} = v \cdot \sqrt{k \cdot m}$$

59. Un'automobile di massa 800Kg viaggia a 36Km/h. Vuoi accelerarla di 2m/s² e mantenere l'accelerazione per 5s. Considera trascurabile l'attrito. Qual è la potenza necessaria inizialmente?
Qual è la potenza dopo 5s?



Il corpo umano come una macchina

Durante il lavoro muscolare si verifica un progressivo impoverimento delle scorte di glicogeno che sono presenti nei muscoli e nel fegato (circa 40g. in totale, nei muscoli circa 2 g/100 g di tessuto); già dopo un'ora di gara la diminuzione del glicogeno muscolare può essere del 50%. Inoltre la velocità con cui il glicogeno viene metabolizzato dipende dalla potenza erogata, infatti, se il soggetto usa anche parzialmente la via anaerobica, il consumo di glicogeno è 18 volte più rapido rispetto alla semplice via aerobica. Quindi il fatto di erogare maggior potenza si paga rimanendo con il serbatoio del carburante a secco. Questa rappresenta la causa principale di tutti gli "abbandoni" nelle gare a forte componente aerobica di lunga durata. Ecco, dunque, la necessità di aumentare al massimo le scorte di glicogeno prima della gara.

Ulteriori esercizi per il recupero e il consolidamento

ESERCIZIO N°1

Un blocco si muove per 7 metri grazie all'azione di una forza di 12N. Tale forza agisce in un primo momento orizzontalmente. Calcolare il lavoro della forza nei seguenti casi:

- a) 0° b) 60° c) 90° d) 135° e) 180°



ESERCIZIO N°2

Un blocco di massa $m=6\text{Kg}$ si muove per 12 metri su un piano orizzontale scabro sotto l'azione di una forza di 10N la cui direzione forma un angolo di 53° con l'orizzontale. Il coefficiente di attrito cinematico tra il blocco e il piano è 0,1. Si determini il lavoro realizzato dalle seguenti forze agenti sul blocco:

- a) La forza normale
b) la forza peso
c) la forza di attrito.
d) F
e) la risultante delle forze

ESERCIZIO N°3

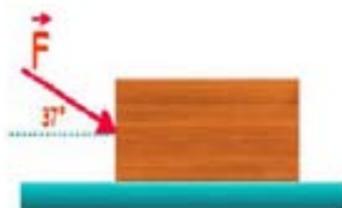
Un uomo trascina un sacco di farina di 80Kg per un tratto di 12 metri con una forza di 30N, poi solleva il sacco di 90cm per caricarlo su un camion. Calcolare:

- a) il lavoro totale che viene esercitato sul sacco
b) la potenza media sviluppata se l'intera operazione dura 90 secondi.

ESERCIZIO N°4

Un blocco di 3Kg viene spinto per 6 metri su un piano orizzontale con velocità costante e con una forza media F che forma un angolo di 37° rispetto al piano orizzontale, come mostrato in figura. Supponendo che agisca una forza di attrito di 20N, si determini:

- a) il lavoro netto effettuato sul blocco
b) il lavoro effettuato da F
c) il coefficiente di attrito cinetico tra blocco e piano.



ESERCIZIO N°5

Un corpo di massa 1Kg scivola lungo un piano inclinato scabro alto 10 metri. Se il coefficiente di attrito cinetico tra il corpo e la superficie è di 0,05, calcolare:

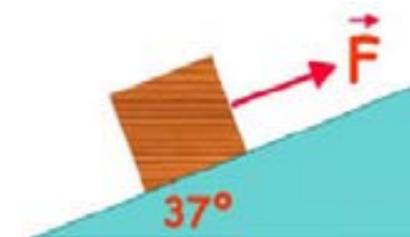
- a) l'energia cinetica alla base del piano inclinato
b) il modulo della velocità del corpo alla base del piano

ESERCIZIO N°6

Un blocco di 50Kg viene spinto su un piano inclinato di 37° rispetto all'orizzontale con una forza di 500N e direzione parallela al piano. Sapendo che il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco e il piano è di 6

metri, si calcoli:

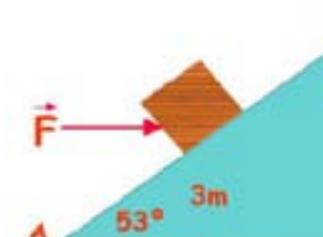
- a) il lavoro esercitato da F
b) il lavoro della forza di attrito
c) la variazione di energia potenziale del blocco
d) la variazione di energia cinetica del blocco
e) la velocità del blocco dopo aver percorso 6 metri, se la velocità iniziale è di 3m/s



ESERCIZIO N°7

Un blocco di 4Kg inizialmente fermo viene spinto su un piano inclinato scabro, alto 1 metro e che presenta un angolo di inclinazione di 53° rispetto al piano orizzontale. Sul blocco agisce una forza costante di 60N parallela al piano orizzontale; sapendo che la velocità del blocco nel punto B è di 1,2m/s, si calcoli il lavoro realizzato tra a e B delle seguenti forze

- a) normale
b) F
c) Peso
d) Forza risultante
e) Attrito

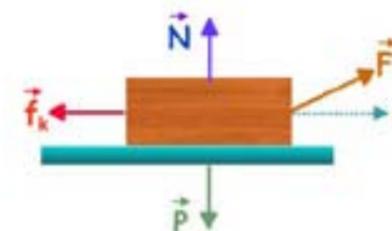


Si calcoli, inoltre, il coefficiente di attrito tra il blocco e il piano

ESERCIZIO N°8

Su un oggetto di massa 2Kg agiscono le forze indicate in figura. L'oggetto si muove su un piano orizzontale scabro con la seguente legge oraria (con x in metri e t in secondi). Il modulo della forza di attrito vale 3N e il coefficiente di attrito cinetico tra il blocco e il piano vale 0,3. Calcolare:

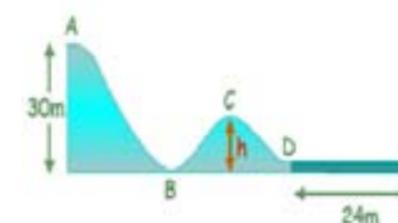
- a) il lavoro della forza risultante valutato nell'intervallo [0-3]s
b) l'energia cinetica al tempo $t=3$ s
c) il lavoro della forza di attrito nell'intervallo [0-3]s
d) il lavoro della forza peso dopo 2 secondi



ESERCIZIO N°9

In figura è rappresentato il percorso di un carro delle montagne russe; il carro parte da fermo nel punto A a 30 metri di altezza. Sapendo che solo il tratto DE presenta attrito, si calcoli:

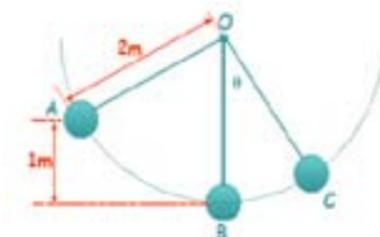
- a) la sua velocità quando passa per il punto B
b) L'altezza h del punto C, sapendo che il carro passa per quel punto alla velocità di 20m/s
c) quando il carro giunge nel punto D inizia a frenare, calcolare il lavoro nel tratto $DE=24\text{m}$
d) qual è il coefficiente di attrito cinetico esistente tra le ruote e la strada?



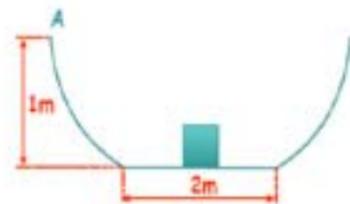
ESERCIZIO N°10

Un oggetto di massa 0,5Kg è collegato al soffitto mediante una corda inestensibile e di massa trascurabile lunga 2 metri come mostrato in figura. Se l'oggetto viene sollevato fino ad un'altezza $h=1\text{m}$ (posizione A) si calcoli:

- a) la tensione della corda quando l'oggetto si trova in B.



- b) l'angolo θ che la corda formerà con la verticale nell'istante in cui la velocità raggiunge 12m/s.
- c) Il lavoro realizzato dalla forza peso quando l'oggetto si porta da B a C.

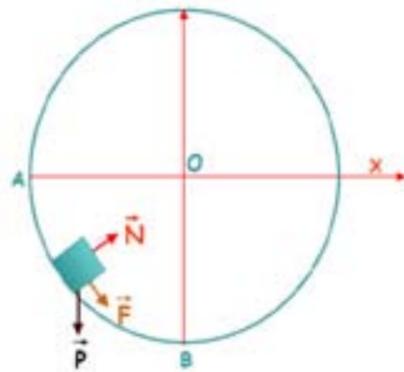


ESERCIZIO N°11

Un blocco scivola lungo una curva liscia partendo da un'altezza di 1 metro, come mostrato in figura, procede su un piano scabro lungo 2 metri che presenta un coefficiente di attrito μ . Si calcoli

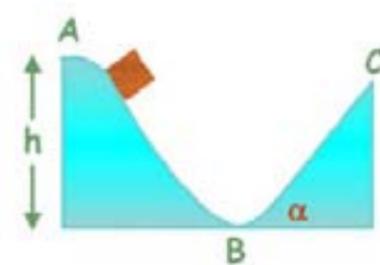
- a) a che altezza risale il blocco
- b) la posizione in cui il blocco si fermerà

ESERCIZIO N°12



La figura mostra un oggetto di massa 10Kg che percorre l'arco AB di una circonferenza di raggio $R=2m$ soggetto solo alla forza peso, a una forza F di modulo costante 8N che si mantiene sempre tangente alla traiettoria e la Normale. Calcolare il lavoro effettuato dalle tre forze singolarmente e poi dalla risultante.

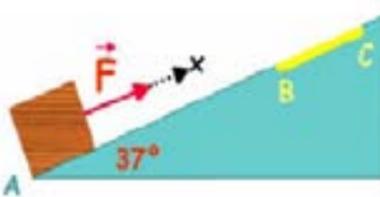
ESERCIZIO N°13



Una slitta di massa 20Kg scivola a partire da una posizione di riposo A ad una altezza $H=15m$ fino a una posizione B (si consideri scabro il piano inclinato AB). Dal punto B risale per una rampa lunga 5 metri e inclinata di 37° rispetto all'orizzontale fino a raggiungere una posizione C con una velocità di 14m/s.

- Calcolare:
- a) il lavoro della risultante nel tratto AC
 - b) il coefficiente di attrito cinetico.
 - c) L'altezza massima che la slitta potrebbe raggiungere se la rampa fosse più lunga e non terminasse in C.

ESERCIZIO N°14



Un blocco di massa 2Kg è inizialmente a riposo nel punto A indicato in figura. Se si applica una forza di 30N e che forma un angolo di 37° con piano inclinato il blocco percorre il tratto AB considerato senza attrito; successivamente attraversa un tratto BC scabro con una velocità di 30m/s e si ferma in C a 30 metri da A.

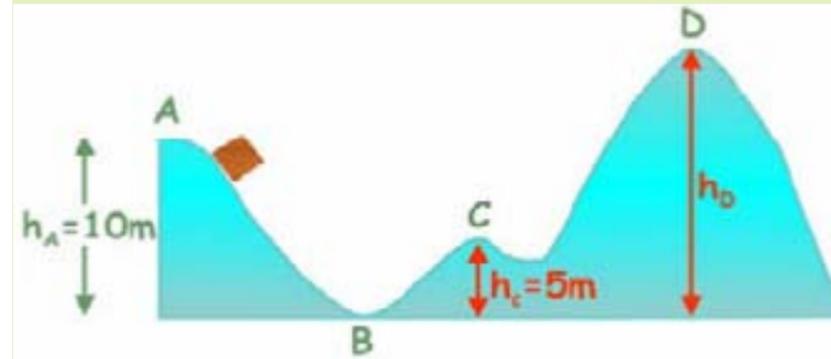
- Calcolare:
- a) il lavoro sul blocco nel tratto AB
 - b) La potenza media sviluppata nel tratto AB.
 - c) la forza di attrito nel tratto BC

ESERCIZIO N°15

Nella figura è rappresentato un punto materiale di massa 1Kg che percorre la traiettoria ABCD senza attrito. Passa per il punto A con velocità v ; per il punto B con una velocità tripla e alla fine si ferma in D. Calcolare:

- a) il modulo della velocità con cui il punto materiale passa per A

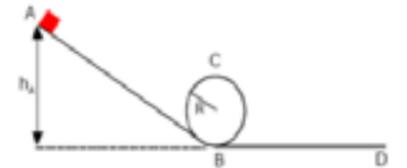
- b) L'energia cinetica nel punto C
- c) L'altezza del punto D, dove si ferma.



ESERCIZIO N°16

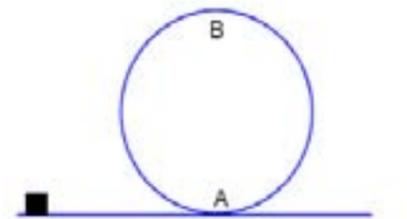
Una particella di massa m scivola su un piano inclinato liscio partendo dalla posizione di riposo A ad un'altezza $h=3R$; prosegue lungo un percorso circolare di raggio R dopodichè prosegue su un piano orizzontale liscio. Si esprimano m e g in funzione di R e si calcoli:

- a) il modulo della velocità nei punti B e C
- b) il valore della normale nel punto C



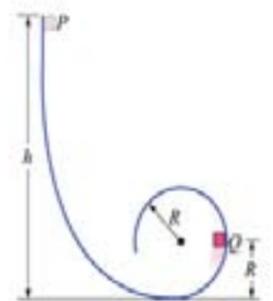
ESERCIZIO N°17

In figura si può osservare un corpo di massa $m=300g$ che si muove da destra verso sinistra alla velocità di $\sqrt{60}$ m/s. Dal punto A inizia a percorrere una circonferenza di raggio $r=1m$ e dopo averla percorsa interamente riprende il suo cammino verso destra. Considerando trascurabili gli attriti si calcoli il valore della Normale nei punti A e B.



ESERCIZIO N°18

Una persona di 79Kg viene sollevata mediante un cavo attaccato a un elicottero del pronto soccorso. Mentre viene sollevata di 11 metri, la persona, che parte da ferma, acquista un'accelerazione di $0,70m/s^2$. Qual è la tensione del cavo? qual è il lavoro compiuto dalla tensione del cavo e dalla forza peso che agisce sulla persona? Usa il teorema dell'energia cinetica per calcolare la velocità finale della persona

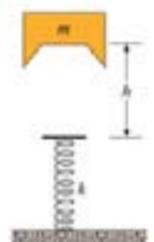


ESERCIZIO N°19

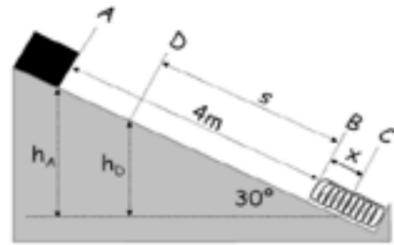
Un blocchetto di massa m può scorrere lungo la pista a spirale mostrata in figura. Se è lasciato cadere da fermo dal punto P quale sarà la forza netta che agisce su di esso nel punto Q? da quale altezza sopra il punto più basso della spirale si dovrebbe lasciare cadere il blocchetto per far sì che stia per perdere contatto con la pista nel punto più alto? [$8,06mg$; $82,9^\circ$ a sinistra della verticale; $5R/2$]

ESERCIZIO N°20

Un blocco di 2Kg cade da un'altezza di 40cm su una molla avente costante $k=1960N/m$. Trovare la massima compressione della molla [$0,10m$]



Esercizi di ricapitolazione

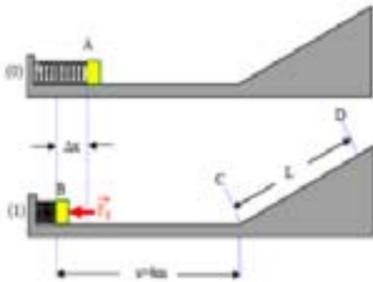


1. Un corpo di massa $m=2\text{Kg}$ (lo si consideri un punto materiale) scivola partendo dalla posizione di riposo A lungo un piano scabro inclinato di un angolo di 30° . Dopo aver percorso il tratto $AB = 4\text{m}$ Quando ha percorso 4m sopra el piano (AB) incontra una molla di massa trascurabile e costante elastica $k=100\text{ Nm}^{-1}$. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico tra corpo e piano è $0,2$, si calcoli:

- la massima compressione della molla (tratto BC);
- di quanto risalirà sul piano inclinato il corpo se la molla si decomprime? (calcolare il valore del tratto BD)

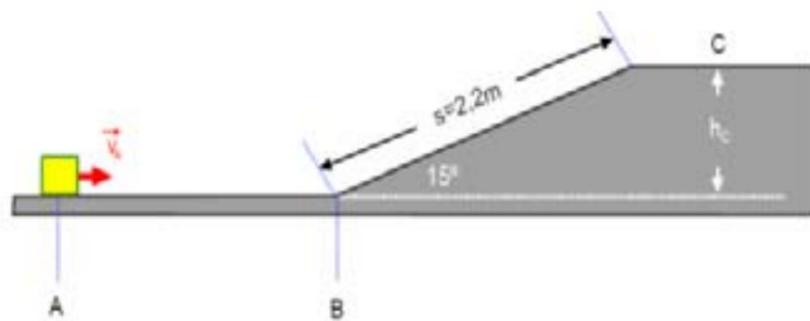
2. Un corpo di massa $m=0,4\text{Kg}$ si trova a riposo collegato ad una molla di costante elastica $k=212\text{N/m}$ su un piano orizzontale soggetto all'azione di una forza che comprime la molla stessa di un tratto $AB=0,4\text{m}$. Supponiamo che il coefficiente di attrito dinamico tra il piano e il corpo è $0,4$. Eliminando la forza esterna che comprime la molla, essa si allunga mettendo in moto il corpo che, partendo dalla sua posizione di riposo, percorre un tratto di 4m e prosegue per un tratto L lungo un piano liscio inclinato di 37° . Si determini:

- la velocità del corpo quando si stacca dalla molla.
- la velocità del corpo all'inizio del piano inclinato.
- la lunghezza L (tratto CD)



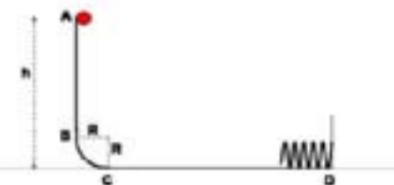
3. Un corpo di massa $m=5\text{Kg}$ passa per il punto A indicato in figura con una velocità di 15m/s e prosegue su un piano orizzontale liscio. Nel punto B incontra un piano inclinato scabro (con coefficiente di attrito dinamico $0,15$) il cui inclinazione rispetto al piano orizzontale è di 15° e la cui lunghezza è $2,2\text{m}$. il blocco, dopo aver percorso tutto il piano inclinato prosegue su un piano orizzontale liscio.

- si calcoli il lavoro delle forze di attrito.
- con che velocità il blocco giunge nel punto C dopo aver percorso $0,5\text{m}$ sul piano orizzontale?



4. Un corpo di massa $m=50\text{ g}$ si muove lungo la guida mostrata in figura partendo dal punto A ad una quota $h = 3\text{ m}$ da terra.

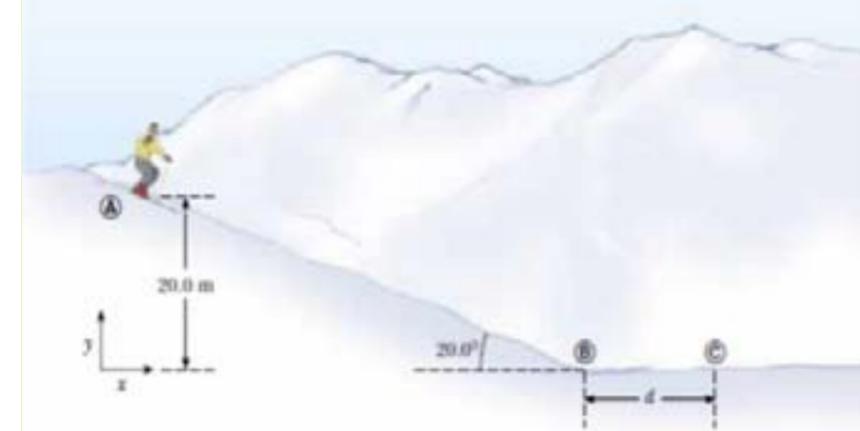
- Calcolare il valore dell'energia cinetica nel punto B, punto in cui la guida si curva andando a formare un quarto di circonferenza di raggio $R = 90\text{ cm}$, e nel punto C, punto terminale del tratto curvilineo.
- Calcolare l'accelerazione centripeta nei punti B e C.
- Sapendo che il corpo comprime la molla posta nel punto D di un tratto $\Delta x = 10\text{ cm}$ nell'istante in cui si ferma momentaneamente, determinare la costante elastica k della molla.



Fisica e realtà

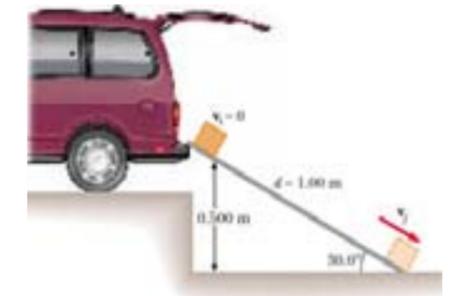
5. Skiing

Uno sciatore parte da fermo dalla sommità di una altura inclinata di 20° rispetto al piano orizzontale, come mostrato in figura. Alla fine dell'altura incontra una superficie orizzontale scabra che presenta un coefficiente di attrito di $0,210$. Quanta strada percorre orizzontalmente prima di arrestarsi?



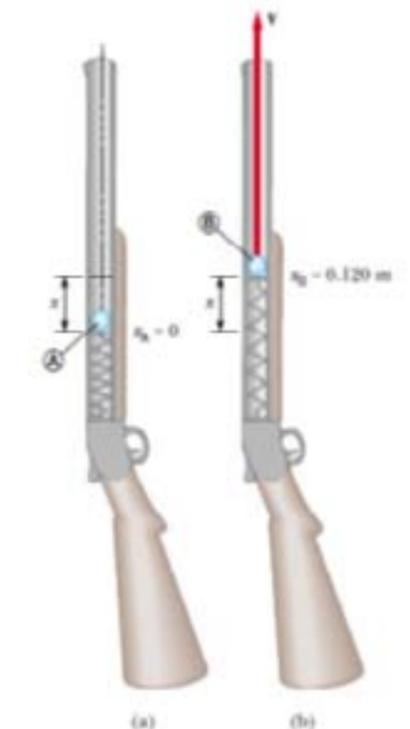
6. Scarichiamo il bagagliaio

Una cassa di 3Kg viene scaricata dal bagagliaio di un'automobile mediante una rampa lunga 1 metro e inclinata di un angolo di 30° . La rampa presenta una superficie scabra che causa una forza di attrito di 5N . Calcolare la velocità alla base della rampa.



7. La pistola giocattolo

Il meccanismo di lancio di una pistola giocattolo è costituito da una molla di costante sconosciuta. Quando la molla è compressa di $0,120\text{ m}$, la pistola, quando si spara verticalmente, è in grado di lanciare un proiettile di 35g ad un'altura massima di $20,0\text{ m}$ sopra la posizione del proiettile prima. (a) Trascurando tutte le forze resistivi, determinare la costante elastica; (b) trova la velocità del proiettile mentre si muove attraverso la posizione di equilibrio della molla (dove $x_B=0,120\text{ m}$) come mostrato in figura; (c) Qual è la velocità del proiettile quando è a un'altura di $10,0\text{ m}$? [953N/m ; $19,7\text{m/s}$; 14m/s]



8. Urto massa-molla

Un blocco avente una massa di $0,80\text{ kg}$ ed una velocità iniziale $v_A = 1,2\text{m/s}$ a destra e si scontra con una molla di massa trascurabile e costante elastica $k=50\text{N/m}$, come mostrato nella Figura (a) Supponendo la superficie priva di attrito, calcolare la massima compressione della molla dopo l'urto. (b) se agisce una forza di attrito tra il blocco e il piano di scorrimento e il coefficiente di attrito è $\mu=0,50$, nota la velocità del blocco al momento dell'impatto $v_A=1,2\text{m/s}$, qual è la massima compressione della molla? [a. $0,15\text{m}$; b. $0,092\text{m}$]

9. Carrucola con molla

Due blocchi sono collegati da una fune inestensibile che passa sopra una pu-

leggia priva di attrito, come mostrato in figura. Il blocco di massa m_1 giace su un piano orizzontale ed è collegato ad una molla di k forza costante. Il sistema viene rilasciato dal riposo quando la molla non è ancora deformata. Se il blocco appeso di massa m_2 cade da un'altezza h prima di fermarsi, calcolare il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco di massa m_1 e la superficie.

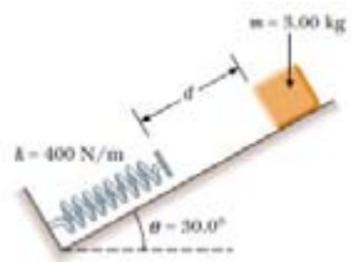
$$\left[\mu_k = \frac{m_2 g - 1/2kh}{m_1 g} \right]$$

10. Sull'altalena

Un bambino di 400N si trova su un'altalena tenuta in sospensione mediante funi lunghe 2m. Calcolare l'energia potenziale gravitazionale del sistema bambino-Terra relativa alla posizione più bassa del bambino quando (a) le funi si trovano in posizione orizzontale; (b) le funi formano un angolo di 30° con la verticale; (c) il bambino si trova sul fondo della traiettoria circolare

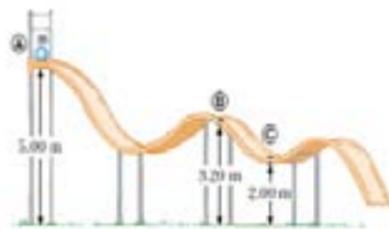
11. Piano inclinato con molla

Un oggetto di massa $m=3\text{Kg}$ parte da fermo e scivola giù lungo un piano inclinato privo di attrito che forma un angolo $\theta=30^\circ$. Dopo essere scivolato per un tratto d , esso incontra l'estremità di una molla in equilibrio di massa trascurabile e costante elastica $k=400\text{N/m}$. L'oggetto continua a scivolare per un ulteriore tratto x fino a quando si ferma momentaneamente comprimendo la molla. Calcolare il tratto iniziale d tra l'oggetto e l'estremità della molla.



12. L'acquascivolo

Una pallina di massa $m=5\text{Kg}$ è lasciata andare dalla posizione A e scivola attraverso il percorso indicato in figura privo di attrito. Si determini la velocità della pallina nei punti B e C e il lavoro netto della forza peso nel tratto A-C



13. Le montagne russe

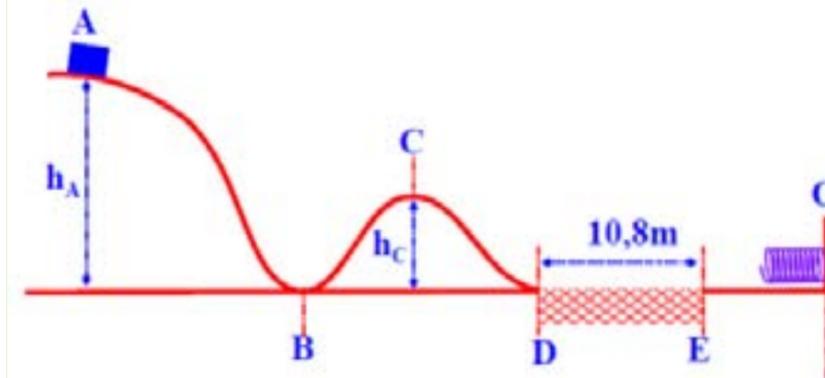
Un vagoncino delle montagne russe viene rilasciato da fermo alla sommità della prima salita e poi si muove liberamente con attrito trascurabile. Il percorso mostrato in figura ha una giravolta circolare di raggio R sul piano verticale. Supponiamo prima che il vagoncino percorra semplicemente la giravolta: alla sommità del giro gli occupanti sono sottosopra e si sentono privi di peso. Trovare l'altezza di partenza al di sopra del punto più basso del giro, in funzione di R . Assumiamo ora che il punto di partenza sia l'altezza necessaria o al di sopra. Mostrare che la forza normale sul vagoncino nel punto più basso del giro è maggiore della forza normale nel punto più alto di sei volte il peso del vagoncino. La forza normale su ciascun viaggiatore segue la stessa regola. Una tale grande forza normale è pericolosa e molto disagiata per i viaggiatori. Le montagne russe non sono perciò progettate con giri circolari sul piano verticale [2,5R]



14. Ancora su e giù per le montagne russe

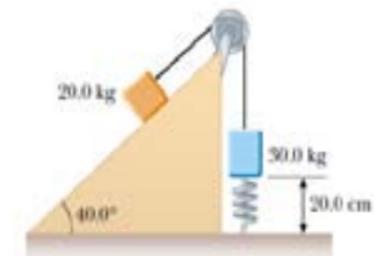
In figura è mostrato un blocco di massa 2 Kg assimilabile a un punto materiale che passa dalla posizione A posta a 6,4 m dal suolo con una velocità di 4m/s . Sapendo che nel tratto DE il piano di scorrimento è scabro, si calcoli:

- a) L'altezza h del tratto nella posizione C sapendo che la velocità del blocco in C è 8m/s.
- b) Si calcoli il lavoro nel tratto AC.
- c) Alla fine il blocco giunge nel punto D dove incontra il tratto scabro DE. Se la velocità con cui arriva nel punto E situato a 10,8m da D è 6m/s. Qual è il valore del coefficiente di attrito cinetico tra le ruote e la strada nel ramo DE?
- d) Se nel tratto EG non esiste attrito quanto vale la compressione massima della molla se la sua costante elastica è $k=450 \text{ N/m}$?



15. Carrucola, molla, piano inclinato

Un blocco di 20Kg è connesso ad un altro blocco di 30Kg da una corda di massa trascurabile che passa intorno a una puleggia priva di attrito. Il blocco di 30Kg è collegato ad una molla di massa trascurabile, di costante elastica 250N/m come mostrato in figura. Il blocco di 20Kg viene tirato in giù lungo il piano inclinato di 20cm in modo tale che il blocco di 30Kg è 40cm al di sopra del pavimento ed è lasciato libero da fermo. Trovare la velocità di ciascun blocco quando quello di 30Kg si trova a 20cm dal pavimento cioè quando la molla non è in tensione . [1,24m/s]



16. A child's pogo stick

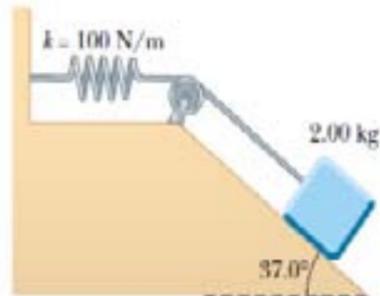
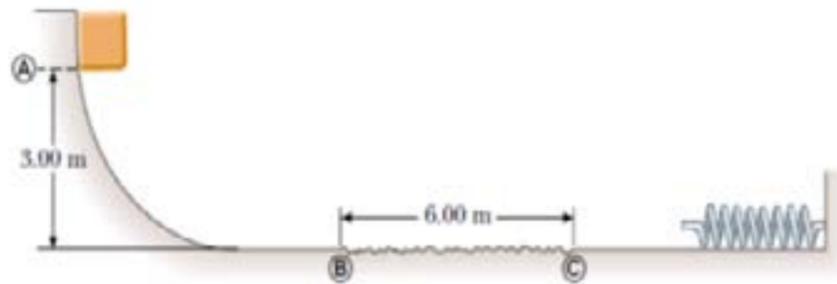
Un trampolo a molla ($k=2,50 \times 10^4 \text{ N/m}$) per bambini è un accumulatore di energia. Nella posizione A ($x_A = -0,100\text{m}$) la compressione della molla è massima e il bambino è momentaneamente fermo. Nella posizione B ($x_B = 0$) la molla non è in tensione e il bambino sta spostandosi verso l'alto. Nella posizione C il bambino si trova momentaneamente fermo alla massima altezza del salto. La somma delle masse del trampolo e del bambino è di 25Kg. Si determini (a) l'energia totale del sistema, se entrambe le energie potenziali (gravitazionale ed elastica) sono nulle per $x=0$; (b) il valore di x_C ; (c) la velocità del bambino in B; (d) il valore di x per il quale l'energia cinetica del sistema è massima; (e) la velocità massima del bambino verso l'alto.



17. Piano inclinato, molla, attrito

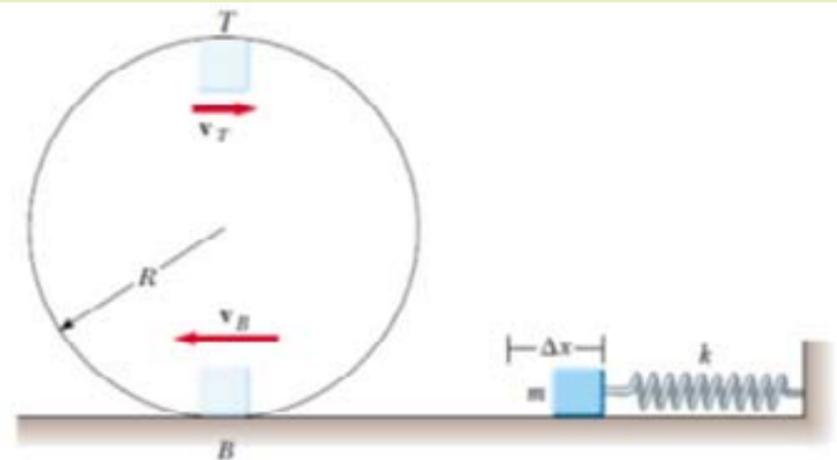
Un blocco di 10Kg è lasciato libero da un punto A di una pista mostrata in figura. La pista è priva di attrito tranne che per il tratto BC lungo 6m. Il blocco scende lungo la guida colpisce la molla di costante elasti-

ca $k=2250\text{N/m}$ determinandone una compressione di $0,3\text{m}$ rispetto alla lunghezza di equilibrio prima del momentaneo arresto. Determinare il coefficiente di attrito nel tratto BC della pista.



18. Un blocco di $2,00\text{ kg}$ situato su un piano inclinato di 37° scabro è collegato ad una molla di massa trascurabile di costante elastica 100 N/m (vedi figura). La puleggia è senza attrito. Il blocco viene rilasciato dal riposo, quando la molla è stirata. Il blocco si muove $20,0\text{ cm}$ giù per il pendio prima di fermarsi. Trovare il coefficiente di attrito cinetico tra blocco e piano inclinato.

19. Un blocco di massa $0,500\text{ kg}$ viene spinto contro una molla orizzontale di massa trascurabile finché la molla è compressa di un tratto Δx (vedi figura). La costante della molla è 450 N/m . Quando viene rilasciato, il blocco viaggia lungo una superficie orizzontale priva di attrito fino al punto B, sul fondo di una pista circolare verticale scabra di raggio $R=1\text{m}$ e continua a risalire la pista. La velocità del blocco sul fondo della pista è $v_B 12,0\text{ m/s}$ quando il blocco viene sottoposto a una forza media di attrito di $7,00\text{ N}$ mentre scorre lungo la pista. (a) qual è la compressione iniziale della molla? (b) Che velocità si prevede per il blocco nella parte superiore della guida circolare? (c) il blocco in realtà raggiungerà il punto più alto della guida, o cadrà prima di raggiungerla?



DALLE OLIMPIADI DELLA FISICA 2009

20. Una palla da tennis, lanciata in alto con velocità v , raggiunge l'altezza h . A che altezza si trova la palla nell'istante in cui la velocità vale $v/2$?

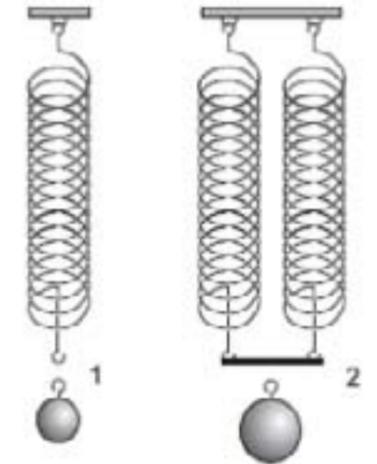
- a. $h/4$
- b. $h/3$
- c. $h/2$
- d. $2h/3$
- e. $3h/4$

21. Per mantenere una massa premuta contro una molla occorre applicare una forza di 250N . La molla è stata compressa di $0,60\text{m}$ e poi viene lasciata andare. Supponendo che tutta l'energia impiegata per comprimere la molla venga trasferita alla massa al momento del lancio, quanta sarà l'energia acquistata dalla massa?

- a. 75J
- b. 90J
- c. 150J
- d. 420J
- e. 22000J

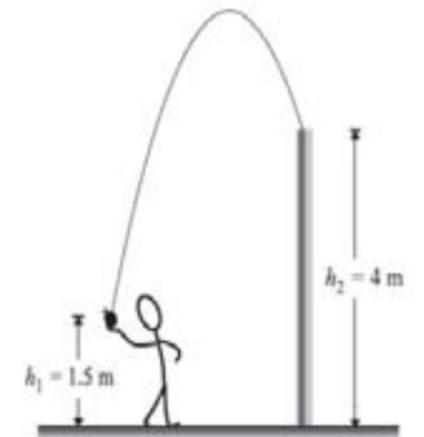
22. La molla in figura si allunga di 4cm quando ad essa si appende il corpo di peso 8N rispetto al quale la massa della molla è trascurabile. Due molle identiche a questa sono connesse tra loro con un'asticella pure di massa trascurabile, al centro della quale verrà appeso un carico di 24N . quale sarà l'allungamento del sistema costituito dalle due molle?

- a. 2cm
- b. 6cm
- c. 12cm
- d. 24cm
- e. Le informazioni non sono sufficienti a rispondere



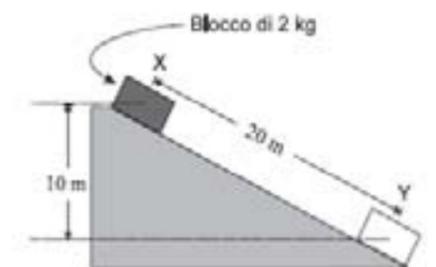
23. In una prova di abilità un ragazzo deve lanciare un sacchetto di sabbia facendolo arrivare in cima ad un palo verticale alto 4m . Il ragazzo ci riesce imprimendo al sacchetto una velocità iniziale di $7,5\text{m/s}$ quando questo sta a $1,5\text{m}$ di altezza sul suolo. Nell'ipotesi che la resistenza dell'aria sia trascurabile, con che velocità il sacchetto va a cadere sulla sommità del palo?

- a. 0m/s
- b. $0,3\text{m/s}$
- c. $1,4\text{m/s}$
- d. $1,9\text{m/s}$
- e. $2,7\text{m/s}$



24. Un blocco di 2Kg , partendo da fermo, scivola per 20m lungo un piano inclinato privo di attrito da X a Y scendendo in verticale per 10m come mostrato in figura. Approssimativamente qual è l'intensità della forza risultante che agisce sul blocco mentre scivola?

- a. $0,1\text{N}$
- b. $0,4\text{N}$
- c. $2,5\text{N}$
- d. $5,0\text{N}$
- e. 10N



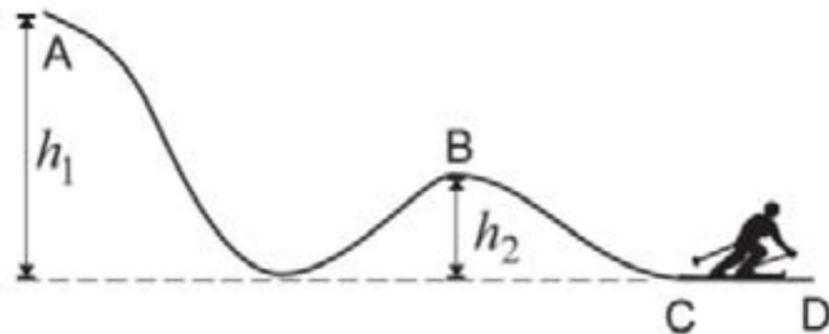
Dalle Olimpiadi della Fisica 2000

25. Un pallone di massa m urta contro una parete a velocità v e rimbalza lungo la stessa direzione, con la stessa velocità.

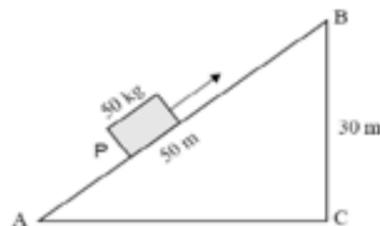
Il lavoro compiuto dal pallone sulla parete è ...

- A. mv^2
- B. $mv^2/2$
- C. mv

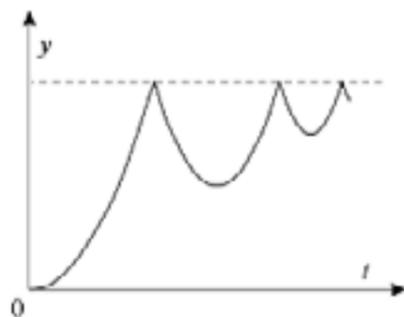
- D. 2mv
E. zero
26. Una particella viene spostata dalla posizione $2i - j$ nella posizione $3i + 2j$ sotto l'azione della forza $2i + j$. Il lavoro fatto dalla forza (in unità arbitrarie) è ...
- A. 5
B. 7
C. 9
D. 11
E. 13



27. Una sciatrice di 50Kg si lascia andare dal fianco di una collinetta (punto A in figura) ad un'altezza $h_1=20,4m$, superando un secondo rilievo alto $h_2=8m$ ed arrivando in piano nel punto C. In tutto questo percorso l'attrito si può considerare trascurabile. Qual è la velocità della sciatrice nel punto più alto (B) del secondo rilievo?
- a. 9,64m/s
b. 11,2m/s
c. 12,5m/s
d. 15,6m/s
e. 23,6m/s



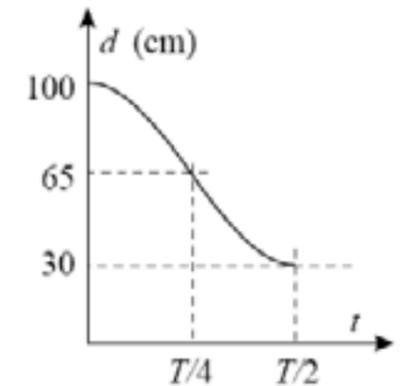
28. La figura mostra un piano inclinato sul quale un corpo P viene trascinato a velocità costante, da A fino a B. Il coefficiente di attrito è 0,4. Il lavoro che deve essere compiuto è:
- A. 10kJ
B. 15 kJ
C. 23kJ
D. 25kJ
E. 28kJ



29. Una palla, lasciata cadere da ferma a una certa altezza dal pavimento, rimbalza diverse volte. Il grafico mostra come varia nel tempo una grandezza (indicata col simbolo y) relativa al moto della palla. Che cosa rappresenta la grandezza y ?
- A. L'accelerazione
B. Lo spostamento
C. L'energia cinetica
D. La velocità
E. L'energia meccanica totale
30. Un satellite con la massa di 1000Kg è in un'orbita circolare di raggio

- R. All'altezza dell'orbita il potenziale gravitazionale della Terra è pari a $-60MJ/kg$. Il satellite viene poi spostato su un'altra orbita il cui raggio è $2R$. quale fra i valori indicati di seguito rappresenta il guadagno di energia potenziale del satellite, espresso in Joule, quando avviene questo cambiamento di orbita?
- A. $3,0 \times 10^7$
B. $6,0 \times 10^7$
C. $-1,2 \times 10^8$
D. $3,0 \times 10^{10}$

31. Una molla, la cui lunghezza a riposo è l_0 , viene appesa al soffitto; all'altra estremità viene fissato un corpo che, dopo essere stato tirato e poi abbandonato, comincia ad oscillare secondo un moto armonico di periodo T . il grafico indica come varia nel tempo la sua distanza d dal soffitto. Dal grafico si può ricavare che ...
- A. ... l'ampiezza del moto armonico è 70cm
B. ... l'energia cinetica ha un massimo in $t = T/2$
C. ... il modulo della forza di richiamo sul corpo aumenta fra $t = 0$ e $t = T/4$
D. ... il modulo della velocità ha un massimo in $t = T/4$
E. ... il valore è l_0 è 65cm.



32. Un cannone di massa 1000Kg montato su ruote, spara orizzontalmente un proiettile di massa 10Kg con una velocità di $100ms^{-1}$, verso est. La velocità di rinculo del cannone, subito dopo lo sparo, è:
- A. 0
B. 1m/s verso est
C. 1 m/s verso ovest
D. 10m/s verso est
E. 10m/s verso ovest

Test di autovalutazione

1. Una forza F è applicata su un oggetto che subisce uno spostamento s . Il vettore forza e il vettore spostamento sono separati da un angolo θ . Quale delle seguenti affermazioni descrive correttamente tutte le condizioni in cui la forza produce un lavoro nullo?

- A. la forza è nulla, o è nullo lo spostamento.
- B. la forza è nulla, o è nullo lo spostamento, o l'angolo vale 90° .
- C. lo spostamento è nullo, o l'angolo vale 90° .
- D. la forza è nulla, o l'angolo vale 90° .
- E. la forza è nulla, o è nullo lo spostamento, o l'angolo vale 180° .

2. Un modellino di aereo di massa $3,00\text{ kg}$ vola con una velocità che ha una componente di $5,00\text{ m/s}$ verso est e una di $8,00\text{ m/s}$ verso nord. Quanto vale l'energia cinetica del modellino?

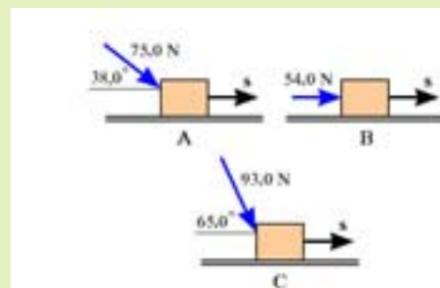
- A. 96 J.
- B. 38 J.
- C. 254 J.
- D. 134 J.

3. Una particella è sottoposta all'azione di due forze, F_1 ed F_2 . Di conseguenza, il modulo della velocità della particella aumenta. Quale delle seguenti affermazioni NON è compatibile con la situazione descritta?

- A. Il lavoro fatto da F_1 è positivo e il lavoro fatto da F_2 è nullo.
- B. Il lavoro fatto da F_1 è positivo e il lavoro fatto da F_2 è negativo.
- C. Il lavoro fatto da F_1 è nullo e il lavoro fatto da F_2 è positivo.
- D. Il lavoro fatto da ciascuna forza è negativo.
- E. Il lavoro fatto da ciascuna forza è positivo.

4. Tre forze agiscono simultaneamente su un blocco da $2,70\text{ kg}$. Per chiarezza, i disegni mostrano le tre forze separatamente. Il blocco parte da fermo e, per effetto dell'azione combinata delle tre forze, subisce uno spostamento s , il cui valore assoluto è $6,50\text{ m}$. A che velocità si muove il blocco alla fine dello spostamento?

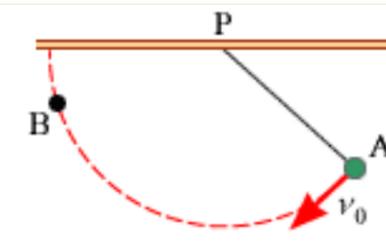
- A. 27,1 m/s
- B. 21,8 m/s
- C. 16,9 m/s
- D. 23,3 m/s



5. La resistenza dell'aria è una forza non conservativa che si oppone al moto di un oggetto. Un aeroplano vola da Palermo a Milano e poi torna al punto di partenza. Il lavoro netto fatto dalla resistenza dell'aria durante il tragitto è:

- A. negativo per le velocità più grandi e positivo per le velocità più piccole
- B. negativo.
- C. negativo per le velocità più piccole e positivo per le velocità più grandi
- D. positivo
- E. zero

6. Una pallina è fissata a un capo di uno spago che è legato, all'altro capo, a un anello P sporgente dal soffitto. Come mostra il disegno, la pallina è lanciata in avanti dal punto A, con una velocità iniziale v_0 . Dopo una traiettoria di forma circolare, la pallina rallenta e si ferma nel punto B. Che cosa rende possibile alla pallina raggiungere il punto B che è più in alto di A? Trascura gli attriti e la resistenza dell'aria

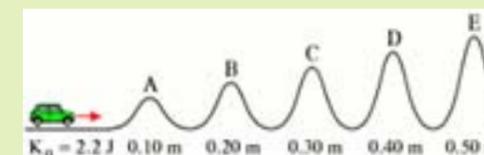


- A. L'energia cinetica iniziale della pallina
- B. L'energia potenziale gravitazionale iniziale della pallina.
- C. Il lavoro fatto dalla forza gravitazionale
- D. Il lavoro fatto dalla tensione dello spago

7. Un ciclista sta correndo alla velocità di $19,0\text{ m/s}$ ad un'altezza di $55,0\text{ m}$ sopra il livello del mare, quando inizia a scendere lungo un pendio. La massa del ciclista e quella della bicicletta unite valgono $88,0\text{ kg}$. Puoi utilizzare il livello del mare come livello zero dell'energia potenziale gravitazionale. Trascurando gli attriti e la resistenza dell'aria, quanto vale l'energia meccanica totale quando il ciclista raggiunge l'altezza di $25,0\text{ m}$ sopra il livello del mare?

- A. $4,74 \times 10^4\text{ J}$.
- B. $6,33 \times 10^4\text{ J}$.
- C. $4,18 \times 10^4\text{ J}$
- D. $1,59 \times 10^4\text{ J}$.

8. Un modellino di auto ($0,50\text{ kg}$) corre su una pista senza attriti e ha un'energia cinetica iniziale di $2,2\text{ J}$, come mostra il disegno. I numeri sotto ciascuna collina indicano l'altezza della vetta. Quali colline è in grado di superare il modellino?



- A, B, C, D ed E
- A, B e C.
- A e B.
- A, B, C e D
- A

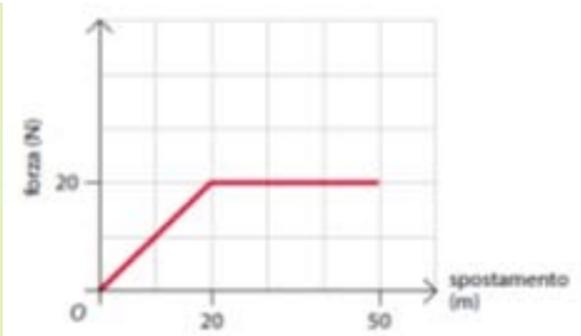
9. Una mongolfiera sollevata da terra di $11,0\text{ m}$ si sta ulteriormente alzando alla velocità di $7,00\text{ m/s}$. Una palla viene lanciata orizzontalmente dalla cesta della mongolfiera a una velocità di $9,00\text{ m/s}$. Ignora gli attriti e la resistenza dell'aria e trova il modulo della velocità della palla nel momento in cui tocca il suolo.

- A. 18,6 m/s
- B. 21,7 m/s
- C. 16,3 m/s.
- D. 17,2 m/s.
- E. 14,7 m/s

10. Quando su un corpo viene fatto un lavoro negativo, la forza applicata al corpo:

- A. è variabile;
- B. è costante;
- C. è parallela allo spostamento
- D. si oppone allo spostamento

11. Nella figura è illustrata una forza variabile che agisce per 50 m su un corpo. Quanto lavoro compie questa forza?



- A. 400 J B. 800 J C. 1000 J D. 1600

12. Due motori che hanno potenze diverse possono compiere lo stesso lavoro?

- A. Sì, se sono uguali.
 B. Sì, se impiegano lo stesso tempo.
 C. Sì, se impiegano un tempo diverso.
 D. No, in nessun caso

13. Una motocicletta di 200 kg si muove con velocità di 36 km/h. Quanto vale la sua energia cinetica?

- A. $7,2 \cdot 10^3$ J B. $3,6 \cdot 10^4$ J C. $2,0 \cdot 10^4$ J D. $1,0 \cdot 10^4$ J

14. Una forza applicata a un corpo che si sta già muovendo modifica la sua energia cinetica

- A. Sì, in ogni caso.
 B. Sì, ma solo se la forza non è perpendicolare alla velocità.
 C. Sì, ma solo se la forza non è parallela alla velocità.
 D. Sì, purché la forza sia abbastanza intensa.

15. Un cameriere di massa 70 kg sale dal piano terra al quarto piano di un edificio. Ogni piano è alto 5 m. Di quanto varia la sua energia potenziale?

- A. 350 J B. 1400 J C. 13 720 J D. Non ci sono elementi sufficienti per rispondere.

16. Che cosa si ottiene se si rappresenta l'energia elastica di una molla in funzione dell'allungamento?

- A. Una semiretta uscente dall'origine degli assi.
 B. Una semiretta non uscente dall'origine degli assi.
 C. Una parabola con vertice nell'origine degli assi.
 D. Un'iperbole passante per l'origine degli assi.

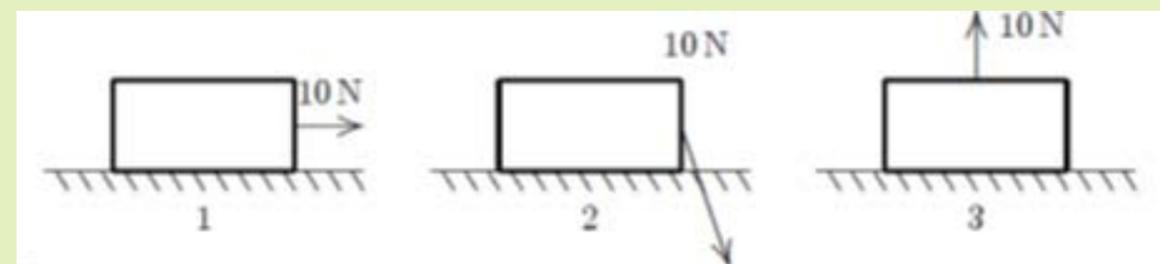
17. Quale dei seguenti gruppi NON contiene una quantità scalare?

- A. velocità, forza, potenza
 B. spostamento, accelerazione, forza
 C. accelerazione, velocità, lavoro
 D. energia, lavoro, distanza
 E. pressione, peso, tempo

18. Un ragazzo tiene in mano un oggetto del peso 40-N per 10 s. Il suo braccio è a 1,5 m dal suolo. Il lavoro fatto dalla forza del ragazzo sul peso, mentre tiene in mano l'oggetto è:

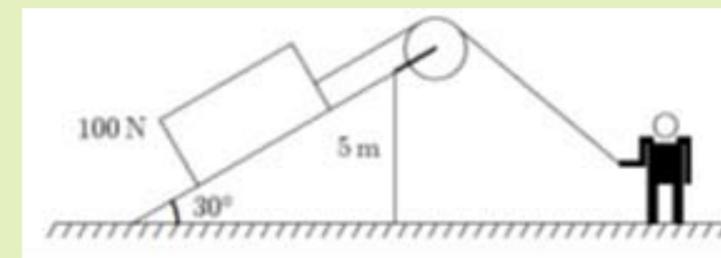
- A. 0 B. 6.1J C. 40 J D. 60 J E. 90 J

19. Una cassa di 10 m si muove verso destra su un piano orizzontale, poiché una donna esercita su di esso una forza di 10-N. metti in ordine crescente il lavoro svolto a seconda dei tre casi mostrati in figura



- A. 1, 2, 3 B. 2, 1, 3 C. 2, 3, 1 D. 1, 3, 2 E. 3, 2, 1

20. Un uomo esercita una forza su una cassa di 100-N; fino a 5 m di altezza su un piano inclinato di 30°, come mostrato. Supponendo che la cassa si muove a velocità costante, il lavoro svolto dall'uomo è il seguente:



- A. -500 J B. -250 J C. 0 D. 250 J E. 500 J