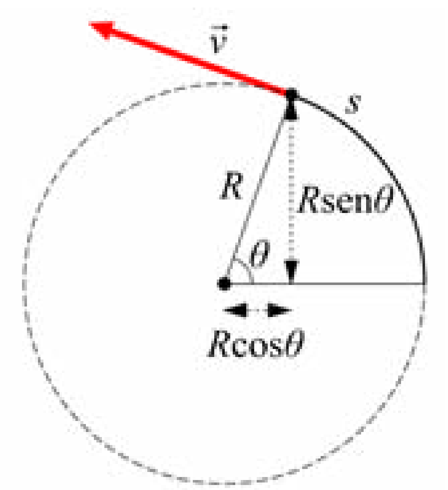
Il moto circolare



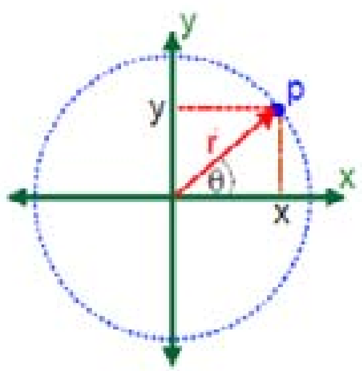
1. Il moto circolare

Il moto circolare è il moto di un punto materiale vincolato a muoversi su una circonferenza di raggio R che giace nel piano xy con centro nell'origine. Se il punto materiale percorre archi uguali in tempi uguali, il suo moto si dirà circolare uniforme. Come prima cosa ci proponiamo di scrivere la legge oraria in coordinate cartesiane.

Grandezza scalare
Una grandezza scalare è una grandezza fisica espressa da un numero accompagnato da un'unità di misura.

Si supponga che il punto P si muova sulla circonferenza in figura in senso antiorario. Il tempo necessario affinché il punto materiale, percorrendo un giro completo, assume le stesse condizioni indiali, prende il nome di periodo T ed è misurato in secondi. Il suo reciproco rappresenta il numero di giri che il punto materiale percorre al secondo e prende il nome di frequenza f; essa viene misurata in Hertz o in giri al secondo

$$T = \frac{1}{f}$$



Grandezza vettoriale
Una grandezza vettoriale è una grandezza fisica rappresentata matematicamente da un vettore.
Un vettore è un ente matematico definito da un modulo (che è un numero non negativo), una direzione e un verso.

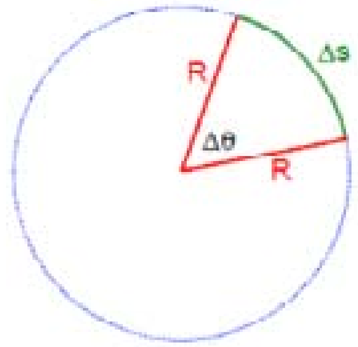
Il moto circolare assume importanza per il fatto che la velocità e l'accelerazione variano in funzione del cambiamento di direzione del moto. Tale cambiamento si può misurare comodamente usando le misure angolari per cui le equazioni del moto, introdotte con il moto rettilineo, vanno riviste e rielaborate con misure angolari.
La retta passante per il centro della circonferenza e perpendicolare alla stessa prende il nome di asse di rotazione. Per semplificare l'analisi di questo tipo di moto, infatti, consideriamo che l'osservatore si ponga sull'asse di rotazione. Ciò è possibile per l'isotropia e omogeneità dello spazio.
Il vettore posizione r che ha punto di applicazione nell'origine degli assi ha modulo costante R pari al raggio della circonferenza descritta tuttavia la sua direzione varia e tale variazione

è descritta dall'angolo θ che il raggio vettore forma con l'orizzontale. Pertanto il raggio vettore r può essere espresso in funzione dell'angolo che forma e del suo modulo:

$$\vec{r} = R\cos\theta\hat{i} + R\sin\theta\hat{j}$$

Quindi possiamo descrivere la posizione di un punto materiale che si muove su una circonferenza in relazione all'angolo che forma il suo raggio vettore; la grandezza fisica che descrive tale comportamento prende il nome di posizione angolare.
Il comportamento della posizione angolare nel tempo può essere descritto dalla funzione θ = θ (t) e misurato in radianti.
La posizione angolare può variare nel tempo; la grandezza fisica che descrive tale cambiamento prende il nome di velocità angolare media e definita come

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$



e misurata in radianti al secondo (rad/s)
La velocità angolare istantanea si definisce, analogamente a quanto visto per la velocità (lineare) come:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

ovvero come la derivata temporale della posizione angolare.
Per studiare in modo completo il moto circolare è conveniente trovare le relazioni tra variabili cinematiche lineari e variabili angolari
Se un punto P che si muove lungo una circonferenza percorre un arco Δs in un tempo Δt, il raggio vettore descrive un angolo Δθ come mostrato nella figura, allora si può scrivere:

$$\Delta s = R\Delta\theta$$

Dividendo entrambi i termini per Δt, si ottiene:

$$\Delta s/\Delta t = R\ \Delta\theta/\Delta t$$

Al primo termine corrisponde la velocità lineare o tangenziale, mentre al secondo membro abbiamo la velocità angolare moltiplicata per il raggio. Pertanto:

$$v = \omega R$$

Ciò fisicamente sta a significare che, in un moto circolare, quanto maggiore è la distanza del punto materiale dal centro della circonferenza, tanto maggiore è la velocità tangenziale v

Dimostrazione che la legge oraria del moto circolare è una circonferenza.

Il sistema più comodo per analizzare un moto circolare fa uso delle coordinate polari. Infatti nel caso particolare di movimento che avviene su di una circonferenza di raggio R, in coordinate cartesiane si ha:

$$x(t)=R\cdot\cos\theta(t)$$
$$y(t)=R\cdot\sin\theta(t)$$

Il moto circolare è un moto piano; pertanto nelle equazioni sopra riportate vediamo come variano x e y separatamente in funzione del tempo. Tuttavia va notato che, poiché il punto materiale è vincolato a percorrere una traiettoria fissa, ha un solo grado di libertà, dunque i due parametri della sua legge oraria non possono variare col tempo in maniera fra di loro indipendente.
Per scrivere la legge oraria del moto, basta ricavare il tempo da una delle due equazioni e sostituirlo nella seconda (la qual cosa è piuttosto laborioso) oppure quadriamo e sommiamo ottenendo:

$$x^2=R^2(\cos\theta(t))^2$$
$$y^2=R^2(\sin\theta(t))^2$$

$$x^2+y^2=R^2\,(\cos\theta(t))^2+R^2\,(\sin\theta(t))^2$$

da cui si ottiene:

$$x^2+y^2=R$$

che è proprio l'equazione della circonferenza con centro nell'origine degli assi e raggio 1.

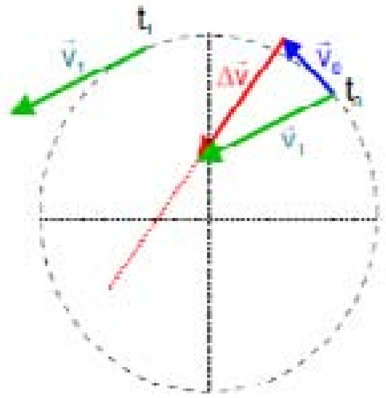
La legge oraria del moto circolare è una circonferenza
$x^2+y^2=R^2$

Velocità e accelerazione nel moto circolare

Se il moto circolare è uniforme, esiste un preciso legame tra la velocità angolare ω e il periodo temporale T.

Il moto circolare

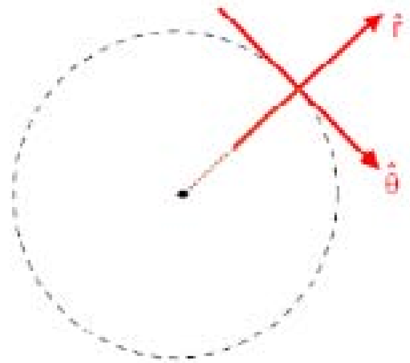
$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{2\pi}{T}$$



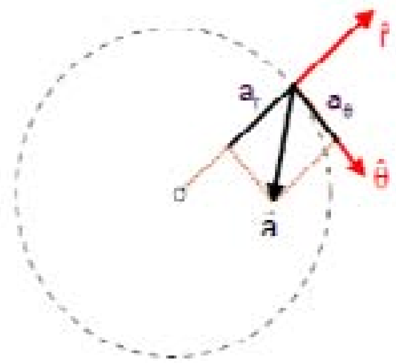
Avendo considerato che Δθ in un giro completo è pari a 2π e che il tempo per percorrere un'intera circonferenza è stato indicato con T e chiamato periodo.
Pertanto:

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

Il vettore velocità lineare può variare in direzione e verso o entrambi. La figura seguente mostra il comportamento della velocità istantanea di un punto materiale che si muove lungo una circonferenza in senso antiorario.
Si può osservare come tra gli istanti t1 et2 varia sia il modulo sia la direzione della velocità. La variazione $\Delta v = v_1 - v_2$ è diretta verso il centro della circonferenza; pertanto l'accelerazione media che ha la stessa direzione di Δv è diretta verso il centro della circonferenza.



Si noti che tale accelerazione, detta centripeta, ha direzione rivolta verso il centro della circonferenza anche nel caso il cui il modulo della velocità dovesse essere costante, perché rappresenta la variazione della sua direzione rispetto al tempo.
Per descrivere meglio il comportamento del vettore accelerazione introduciamo un sistema di riferimento come mostrato in figura indicando con r e θ rispettivamente le direzioni radiale e tangenziale corrispondenti ai due assi coordinati x e y.

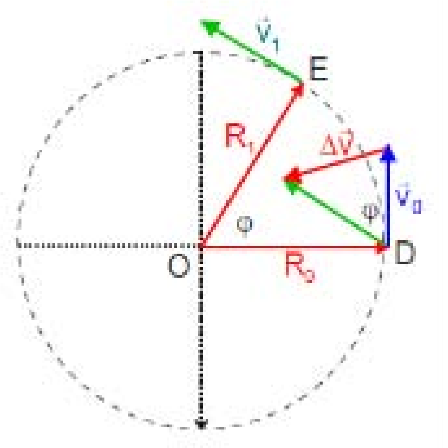


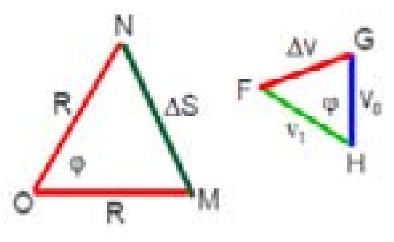
Si noti che se la grandezza velocità istantanea aumenta, questo fa sì che il vettore accelerazione stia nel quarto quadrante come mostrato nella figura.

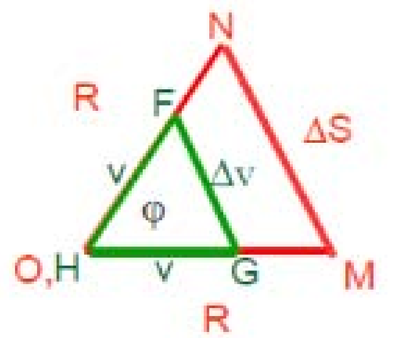
Di conseguenza, si ottiene che, rispetto al sistema di riferimento introdotto, l'accelerazione si possa esprimere come:

$$\vec{a}=a_\theta\hat{\theta}+a_r\hat{r}$$

La componente dell'accelerazione diretta radialmente verso il centro prende il nome di accelerazione radiale, mentre la componente dell'accelerazione diretta tangenzialmente alla circonferenza prende il nome di accelerazione tangenziale.
L'accelerazione tangenziale è, dunque, dovuta alla variazione del modulo della velocità, mentre l'accelerazione centripeta è dovuta alla variazione di direzione della velocità.







Sulla base di queste osservazioni possiamo ricavare le espressioni analitiche dell'accelerazione e la relazione con le grandezze angolari.
Per quanto riguarda l'accelerazione tangenziale possiamo scrivere:

$$a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{R\omega - R\omega_o}{\Delta t} = R\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = R\alpha$$

dove abbiamo indicato con α l'intensità dell'accelerazione angolare media.
L'accelerazione centripeta può essere ricavata a partire da una costruzione geometrica.

Consideriamo le velocità v_0 e v_1 rispettivamente negli istanti t_0 e t1; trasliamo il vettore v1 in modo tale che il suo punto di applicazione coincida con il punto di applicazione di v0; da semplici considerazioni geometriche si evince che l'angolo φ tra i due vettori è uguale all'angolo che il raggio vettore R1 forma con l'orizzontale. Rinominiamo i triangoli che hanno per dimensioni rispettivamente R_0,R_1 e Δs e v_0, v_1 e Δv.

Si tratta di due triangoli simili come meglio si può osservare se sovrapponiamo le due figure

Pertanto essi avranno i lati in proporzione:

GF/HF=MN/NO → Δv/v=Δs/R

da cui

Δv=v/R Δs

Dividendo entrambi i termini per Δt si ottiene

Δv/Δt=vΔs/RΔt

Il primo termine corrisponde all'accelerazione centripeta, mentre a secondo membro al posto di Δs/Δt possiamo sostituire v.

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

In conclusione l'accelerazione è

$$\vec{a} = a_\theta\hat{\theta} + a_r\hat{r} = R\alpha\hat{\theta} + \omega^2 R\hat{r}$$

e il suo modulo vale:

$$|a| = \sqrt{(\alpha R)^2 + (\omega^2 R)^2} = R\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

2. Il moto circolare uniforme (MCU)

Quando un punto materiale percorre una circonferenza descrivendo archi uguali in tempi uguali, il suo moto si dice circolare uniforme. In questo moto esiste una proporzionalità diretta tra l'angolo descritto e il tempo trascorso

$$\Delta\theta \propto \Delta t$$

La costante di proporzionalità coincide con la velocità angolare ω per cui si può scrivere

$$\Delta\theta = \omega\Delta t$$

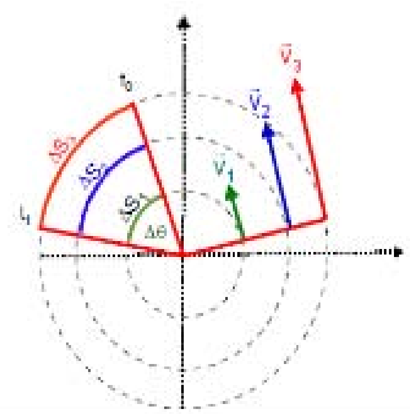
Da questa espressione è possibile ricavare la relazione:

$$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)$$

che permette di conoscere come varia la posizione angolare θ in funzione del tempo. Poiché la velocità angolare è costante, si ha che la velocità lineare sarà costante per tutte le particelle che sono equidistanti dall'asse di rotazione, per cui deve essere soddisfatta la relazione:

$$v = \omega R$$

Nella figura seguente si vede che se consideriamo l'intervallo di tempo Δt man mano che ci allontaniamo dal centro, cioè al crescere di R, aumenta la velocità v ma non aumenta la velocità angolare



Un'altra conseguenza del fatto che ω è costante è che α è pari a zero, perché dipende dalle variazioni di velocità angolare.

Se l'accelerazione angolare è nulla, di conseguenza sarà nulla anche l'accelerazione tangenziale, mentre l'accelerazione centripeta sarà costante e pari a $a_r=v^2/R=\omega^2 R$.

3. La seconda legge di Newton applicata al moto circolare

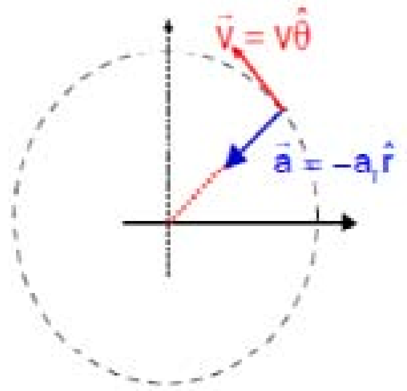
Consideriamo ora una situazione molto comune associata ad una particella che si muove con moto circolare uniforme. Si è visto che una particella che si muove con velocità costante in modulo su una circonferenza di raggio r ha un'accelerazione di modulo

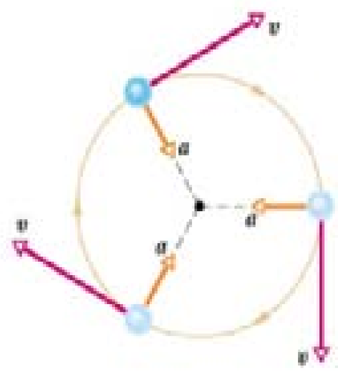
$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Il vettore accelerazione con questo modulo è diretto verso il centro della circonferenza ed è sempre perpendicolare a v.
In accordo con la legge di Newton, se c'è un'accelerazione vi deve essere una forza netta diretta verso il centro della circonferenza perché l'accelerazione ha quella direzione. Indipendentemente dalla natura della forza agente sulla particella in moto circolare, possiamo applicare la seconda legge di Newton alla particella lungo la direzione radiale :

$$\sum F = m \cdot a_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

In generale, un oggetto si può muovere lungo una traiettoria circolare sotto l'azione di vari tipi di forze o una composizione di forze. Se la forza agente sull'oggetto divenisse nulla, l'oggetto non si muoverebbe più sulla traiettoria circolare ma si muoverebbe lungo una linea retta tangente alla circonferenza. Se, ad esempio facciamo ruotare una pallina legata a un filo, essa descriverebbe una circonferenza finché è in moto ma non appena il filo si spezza la palla continua a muoversi lungo una linea retta tangente alla circonferenza nel punto dove il filo si è spezzato.

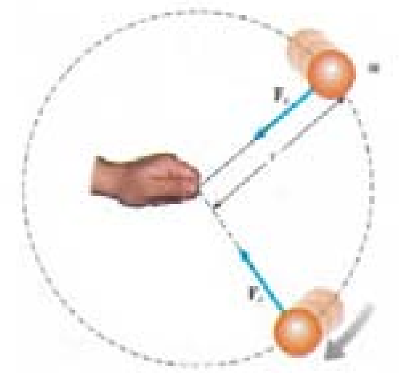




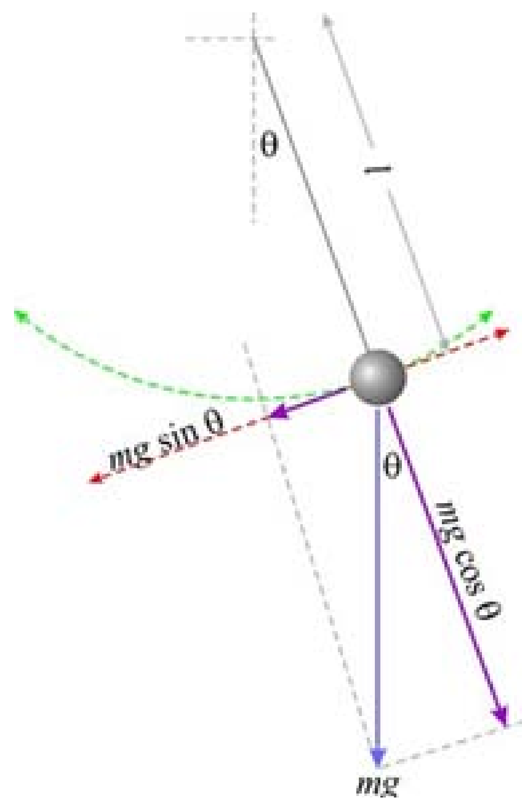
Si sente spesso parlare di forza centrifuga, descritta come una forza che spinge verso l'esterno un oggetto che si muove su una traiettoria circolare. Ciò è simile all'effetto che puoi aver provato probabilmente in un parco di divertimenti oppure durante una curva stretta sulla tua automobile. Tuttavia essa non è una forza reale, perché le forze sono sempre interazioni tra corpi. Si tratta allora di una forza "fittizia" che si manifesta come conseguenza del fatto che non ti trovi in un sistema di riferimento inerziale

Il moto circolare

Il Pendolo semplice



Il pendolo semplice o pendolo matematico è un sistema fisico costituito da un filo inestensibile e da una massa puntiforme m fissata alla sua estremità e soggetta all'attrazione gravitazionale (che supponiamo uniforme nello spazio e costante nel tempo). Questo sistema apparentemente banale è stato reso celebre dall'impegno sperimentale e teorico profuso da Galileo Galilei, che ne ha correttamente descritto la proprietà principale, ovvero l'isocronismo.



Analizziamo nel dettaglio la dinamica di questo sistema.
Il sistema è in equilibrio quando la massa m occupa la posizione verticale (centro di oscillazione) cioè quando si trova sulla verticale passante per O1(centro di sospensione).
La pallina, se spostata dalla posizione di equilibrio e poi lasciata, compie delle oscillazioni. Se si considera la posizione in figura (massimo spostamento positivo) e si scompone il peso P della pallina nelle due componenti perpendicolare e parallela allo spostamento, si osserva che solo la componente parallela produce moto, dato che la componente perpendicolare è equilibrata dalla tensione del filo.
L'intensità della forza è massima nella posizione in figura diminuisce man mano che la pallina si sposta verso la posizione di equilibrio O, diventa nulla in quest'ultima posizione.
La pallina, giunta in O, prosegue per inerzia, però rallentando (in O la forza cambia verso e diventa opposta al moto), e

Stai girando su una ruota panoramica con velocità costante. La cabina nella quale siedi si mantiene sempre nella corretta orientazione verticale. Qual è la direzione della tua accelerazione centripeta quando stai nella sommità della ruota? Nel punto più basso della ruota? Qual è la direzione della forza normale che il sedile applica su di te quando ti trovi nel punto più alto della ruota? E nel punto più basso della ruota?

raggiunge la posizione di massimo spostamento negativo che è pressoché simmetrica di quella in figura rispetto alla posizione di equilibrio.
In questa nuova posizione la forza che produce moto ha intensità massima, ma tale intensità diminuisce man mano che la pallina, invertito il senso di moto, si sta riportando verso la posizione di equilibrio.
La massa dunque oscilla da entrambe le parti rispetto alla sua posizione di equilibrio realizzando un moto armonico semplice. Per descrivere il moto dal punto di vista dinamico supponiamo innanzitutto che

- Il filo è inestensibile e privo di massa
- Non si considera l'attrito dell'aria

Le forze che agiscono sulla massa nella posizione in figura sono:
la forza peso mg rappresentata da un vettore di colore azzurro decomposta secondo una componente parallela al moto $mg\sin\theta$ e perpendicolare al moto $mg\cos\theta$

Applichiamo la ben nota legge di Newton

$$F = ma$$

Poichè la massa è obbligata a muoversi su un percorso circolare non vi è necessità di considerare nessun'altra forza che sia responsabile di accelerare la massa. Pertanto possiamo scrivere

$$F_{//} = mg\sin\theta = ma$$

cioè la massa è soggetta ad una accelerazione

$$a = g\sin\theta$$

che non dipende dalla massa del pendolo

La forza perpendicolare, equilibrata dalla tensione del filo è, invece,

$$F_{\perp} = mg\cos\theta$$

Se vogliamo ricavare la velocità con cui la massa m passa per la posizione di equilibrio, dobbiamo tenere presente che l'accelerazione a a cui essa è sottoposta è una accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{l}$$

Dove l è la lunghezza del filo, ovvero il raggio dell'arco di

circonferenza descritto dal punto materiale.
Pertanto, sostituendo nella relazione $a = g\sin\theta$ si ha:

$$\frac{v^2}{l} = g\sin\theta$$

e cioè

$$v = \sqrt{lg\sin\theta}$$

Si tratta di un moto periodico ovvero del moto di un punto materiale che dopo un certo intervallo di tempo (che prende il nome di periodo) torna nelle condizioni iniziali. Tale periodo vale:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Proprietà del moto pendolare

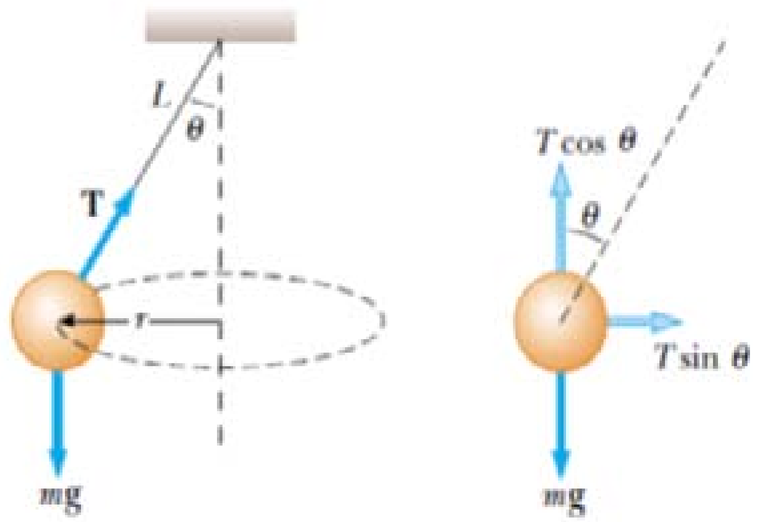
Le piccole oscillazioni sono isocrone (durano tutte uno stesso intervallo di tempo) – Infatti, per uno stesso pendolo, tutti i termini al secondo membro della * sono delle costanti e quindi T è costante.
Le oscillazioni avvengono tutte su uno stesso piano – Questa proprietà venne utilizzata da Foucault per dimostrare che la Terra gira su se stessa. Una grossa massa oscillante, legata a una lunga corda fissata in alto alla cupola del Pantheon di Parigi, terminava con una punta, la quale, oscillando, tracciava un segno su uno strato di sabbia. Se la Terra non avesse ruotato, essendo il piano di oscillazione invariabile, la punta avrebbe dovuto ricalcare sempre lo stesso segno sulla sabbia; dato invece che i segni si intersecavano tra loro, Foucault ne dedusse che la Terra ruotava.
Il periodo di oscillazione non dipende dalla massa oscillante – Ciò risulta evidente dalla *, nella quale non compare la grandezza massa.

L'isocronismo (dal greco isos uguale e khronos tempo) è la caratteristica di un fenomeno che si svolge in un tempo costante. Nel caso del pendolo, si osserva che le oscillazioni si svolgono (all'incirca) tutte nello stesso tempo, a prescindere dalla loro ampiezza. Il periodo di oscillazione cresce con la radice quadrata della lunghezza del pendolo: dunque, un pendolo lungo oscilla più lentamente di uno corto. La legge dell'isocronismo del pendolo fu formulata da Galileo Galilei durante il suo periodo pisano, dunque prima del 1592, secondo la testimonianza di Vincenzo Viviani (1622-1703), primo biografo dello scienziato. Siccome l'osservazione del fenomeno (in assenza dei moderni cronometri) è tanto più facile quanto più lenti sono i movimenti del pendolo, e cioè la sua lunghezza, Galileo fece le sue osservazioni nella lucerna della Cattedrale di Pisa. Nella Cappella Aulla del Camposanto Monumentale si può oggi osservare la lampada votiva che era sospesa nella Cattedrale al tempo di Galileo. Vedendo il lampadario che oscillava dopo un intervento di accensione o spegnimento delle candele, ne misurò il tempo utilizzando il battito del polso. Curiosamente, nelle vecchie banconote da 2000 lire, da un lato c'era il ritratto di Galileo, dall'altro una lampada appesa che però risulta essere quella attuale che si trova nel Museo del Duomo di Pisa.

Il pendolo conico

Un piccolo corpo di massa m sospeso a un filo di lunghezza L ruota su una circonferenza di raggio r con velocità costante in modulo v descrive la superficie di un cono e pertanto prende il nome di pendolo conico
Ci proponiamo di calcolare la velocità del corpo e il periodo di rotazione ovvero del tempo necessario a completare una ri-

voluzione.



Il diagramma di corpo libero per l'oggetto di massa m è mostrato in figura, dove la forza T esercitata dalla fune è stata scomposta nella sua componente verticale Tcosθ e nella sua componente orizzontale Tsinθ agente verso il centro di rotazione. Poiché l'oggetto non accelera nella direzione verticale, il modello da utilizzare è quello di una particella in equilibrio nella direzione verticale:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg$$

Nella direzione orizzontale, abbiamo un'accelerazione centripeta. Pertanto possiamo scrivere:

$$\sum F_x = ma_c \Rightarrow T\sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

Dividendo membro a membro si ottiene:

$$tg\theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow v = \sqrt{r \cdot g \cdot tg\theta}$$

Dalla figura si può notare che r=Lsinθ, quindi, in definitiva:

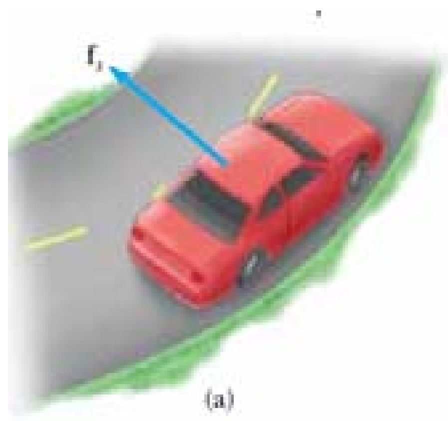
$$v = \sqrt{L \cdot g \cdot \sin\theta \cdot tg\theta}$$

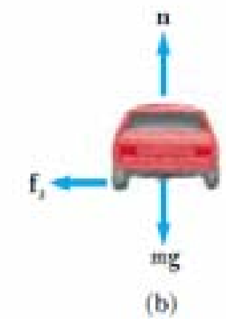
L'oggetto si muove con velocità costante lungo la traiettoria circolare percorrendo un percorso di 2πr in u tempo pari al periodo di rivoluzione T.

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{r \cdot g \cdot tg\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}$$

Qual è la velocità massima dell'automobile in curva?

Un' automobile di 1500Kg si muove su una strada orizzontale piana affrontando una curva di raggio 35m. Se il coefficiente di attrito tra gli pneumatici e il terreno asciutto è 0.5, calcolare la velocità massima con cui l'automobile può affrontare la curva senza uscire fuori strada.





L'automobile, pur essendo un oggetto esteso, può essere assimilata in questo caso ad un punto materiale. Dalla legge di Newton si può scrivere:

$$\sum F_x = ma \Rightarrow A = m\frac{v^2}{r}$$

dove abbiamo indicato con A la forza di attrito che può essere scritta come:

$$A = \mu_s n$$

Nella direzione verticale non cè accelerazione; pertanto possiamo scrivere:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow n - mg = 0$$

Il modulo della fora Normale è pertanto:

$$A = \mu_s n = \mu_s mg$$

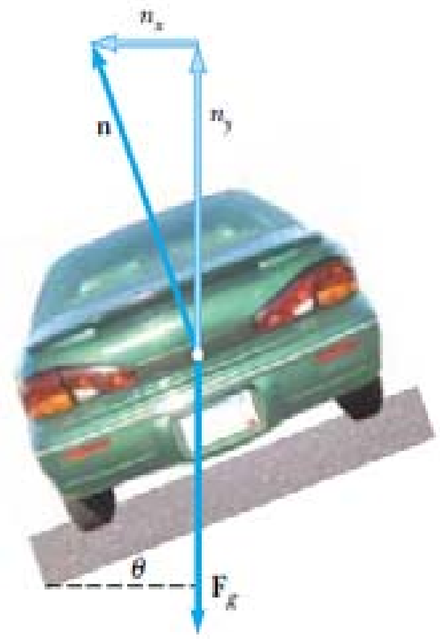
Sostituendo il risultato ottenuto nella legge di Newton lungo x, si ha:

$$\mu_s mg = m\frac{v_{max}^2}{r} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\mu_s \cdot g \cdot r}$$

Qual è la massima velocità se la curva è sopraelevata?

Un ingegnere vuole progettare una rampa sopraelevata per la strada, tale che le macchine non debbano fare affidamento sull'attrito per affrontare la curva senza slittare. Si supponga che l'auto percorra la curva a 48 km/h e che il raggio della curva sia 50.0 m. Con quale angolazione deve essere sopraelevata la curva ?

$$n \cdot \sin\theta = \frac{m\;^{2}}{r}$$



Poiché la somma delle forze lungo y è pari a zero, si ha

$n \cdot \cos\theta = mg$

Dividendo membro a membro si ottiene:

$$tg\,\theta = \frac{v^2}{r \cdot g}$$

Da cui

$$\theta = arctg\left(\frac{v^2}{r \cdot g}\right) = 20{,}1°$$

4. Le forze apparenti

Una forza apparente è una forza che un osservatore solidale con un sistema di riferimento non inerziale (cioè che si muove di moto non rettilineo uniforme rispetto ad un altro sistema di riferimento inerziale, che ruota o accelera rispetto ad esso.) vede come agenti, al pari delle altre forze (forze effettive o forze reali), ma che non derivano da alcuna interazione fisica diretta, ma trae piuttosto origine dall'accelerazione del sistema di riferimento medesimo. Come prescritto dalla legge F = ma, le forze apparenti sono proporzionali alle masse e alle accelerazioni dei corpi su cui agiscono.

Talvolta può essere conveniente risolvere problemi fisici considerando sistemi di riferimento non inerziali; in ognuno di questi casi sarà allora necessario tenere in considerazione la presenza di forze apparenti dovute all'accelerazione del sistema. Ad esempio, la superficie della Terra non costituisce un valido sistema inerziale, per via della sua rotazione; nell'analisi di ogni sistema fisico situato sulla Terra sarà dunque necessario prevedere l'esistenza di due forze apparenti, la forza di Coriolis e la forza centrifuga. Queste forze, sebbene non evidenti nelle attività umane di ogni giorno, sono alla base di fenomeni quali il pendolo di Foucault.

Le forze apparenti sono ancora più evidenti, ad esempio durante un viaggio in treno, quando il mezzo frena o accelera bruscamente (o curva); in questo caso la superficie terrestre può essere considerata approssimativamente inerziale, e pertanto il sistema di riferimento interno al treno (in accelerazione rispetto ad essa) è sicuramente non inerziale. I passeggeri e gli oggetti collocati a bordo del mezzo avvertiranno forze apparenti particolarmente evidenti.

La forza di Coriolis è una delle forze apparenti a cui risulta soggetto un corpo quando si osserva il suo moto da un sistema di riferimento non inerziale, e segnatamente quando il sistema di riferimento è in moto circolare rispetto a un sistema di riferimento inerziale

Meno comunemente (ma più correttamente) ci si riferisce al manifestarsi di questa forza apparente anche con l'espressione effetto Coriolis.

In termini matematici, la forza di Coriolis ha la forma seguente:

$$\mathbf{F}_C = -2m\,\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$$

dove FC è la forza di Coriolis, m è la massa del corpo che si muove con velocità v rispetto al sistema di riferimento non inerziale rotante, al quale è dovuto il manifestarsi della forza, × rappresenta il prodotto vettoriale e ω è la velocità angolare del sistema non inerziale misurata rispetto ad un sistema fisso (inerziale). L'entità della forza di Coriolis dipende quindi dalla massa del corpo, dalla velocità di rotazione del sistema di riferimento non inerziale, dalla velocità del corpo misurata in quest'ultimo sistema e dall'angolo α formato dall'asse di rotazione del sistema di riferimento con la direzione della velocità del corpo. L'intensità della forza vale infatti:

$$F_c = 2m\omega v|\sin\alpha|$$

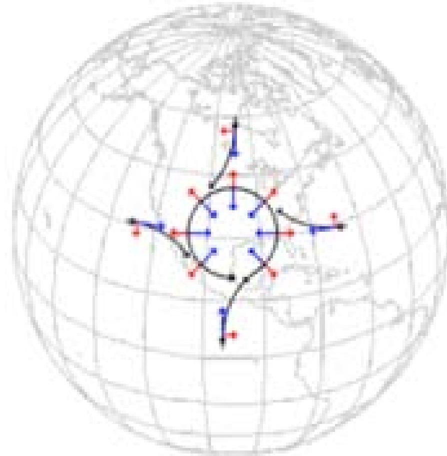
L'effetto Coriolis ha un ruolo molto importante nella dinamica atmosferica e sulla meteorologia, poiché influisce sui venti, sulla formazione e rotazione delle tempeste, così come sulla direzione delle correnti oceaniche (spirale di Ekman).

Masse d'aria si riscaldano all'equatore, diminuiscono in densità e salgono, richiamando aria più fredda che scorre sulla superficie terrestre verso l'equatore. Poiché non c'è abbastanza attrito tra la superficie e l'aria, questa non acquisisce la velocità necessaria per mantenersi in co-rotazione con la terra.

I venti che normalmente scorrerebbero verticalmente dai poli verso l'equatore sono quindi deviati dalla forza di Coriolis e danno origine a quei venti costanti noti con il nome di alisei. Nell'emisfero nord questi venti soffiano da nord-est verso sud-ovest e nell'emisfero sud soffiano da sud-est verso nord-ovest. I flussi d'aria che si sollevano all'equatore non giungono fino ai poli, poiché la forza di Coriolis costringe le correnti d'aria a muoversi in circolo intorno alle regioni polari.

Nella parte superiore dell'atmosfera l'attrito ha scarsa influenza sui venti e le particelle di aria sono soggette esclusivamente

Descritta per la prima volta in maniera dettagliata dal fisico francese Gaspard-Gustave Coriolis nel 1835, si differenzia dalla forza centrifuga (anch'essa forza apparente dovuta alla rotazione del sistema di riferimento) poiché mentre quest'ultima dipende dalla posizione del corpo ed è sempre diretta radialmente (rispetto all'asse istantaneo di rotazione del sistema di riferimento), la forza di Coriolis dipende invece (anche come direzione) dalla velocità del corpo rispetto al sistema di riferimento rotante.[1] È alla base della formazione dei sistemi ciclonici o anticiclonici nell'atmosfera ed entra in gioco in tutti i casi in cui un corpo sulla superficie terrestre si muove ad alta velocità su lunghi percorsi, come ad esempio succede nel caso dei proiettili sparati da una nave da guerra e più in generale per i missili a lunga gittata.



alla forza dovuta al gradiente di pressione ed all'effetto Coriolis Queste due forze tendono a compensarsi, e per questo motivo le correnti d'aria ad alta quota tendono a scorrere parallelamente alle isobare. I venti generati con questa dinamica sono chiamati geostrofici.
Nell'emisfero settentrionale un sistema di bassa pressione ruota in senso antiorario, mentre un sistema di alta pressione ruota in senso orario, come stabilito dalla legge di Buys-Ballot; l'opposto avviene nell'emisfero meridionale.
Per ricordare il senso di rotazione del fenomeno si può ricordare questo semplice schema (valido nell'emisfero settentrionale)
Anticiclone (alta pressione) - Senso orario
Ciclone (bassa pressione) - Senso antiorario

Effetto sugli scarichi dei lavandini

È un'idea diffusa che l'effetto Coriolis determini il senso di rotazione dei vortici che si creano quando si stappa lo scarico di un lavandino: nell'Emisfero boreale la rotazione sarebbe in un senso (antiorario), mentre sarebbe opposta nell'Emisfero australe (orario). I

n alcuni Paesi a cavallo dell'Equatore viene a volte presentato ai turisti un esperimento che dimostrerebbe come spostandosi di pochi metri a nord o a sud della linea equatoriale cambierebbe il senso di rotazione di un vortice in una vaschetta.

Si tratta in realtà di una leggenda metropolitana. Sebbene l'effetto che si ottiene calcolando l'azione della forza di Coriolis in un sistema ideale l'effetto di questa è infatti diversi ordini di grandezza inferiore rispetto a molti altri contributi, come la geometria della vasca e dello scarico, l'inclinazione del piano e soprattutto il movimento che aveva inizialmente l'acqua (è facile trarre in inganno i turisti di cui sopra imponendo un leggero movimento rotatorio nel senso desiderato muovendo opportunamente ed impercettibilmente la vaschetta). Ripetere più volte l'esperimento su un singolo lavandino può trarre in inganno, in quanto esiste un errore sistematico dovuto alla geometria specifica della vasca.

Se si prende una vasca piatta e circolare, con uno scarico piccolo e liscio, avendo cura di attendere che l'acqua sia perfettamente ferma e stappando con cura, è possibile comunque osservare l'influenza della forza di Coriolis.

Tuttavia, data la grandezza del fenomeno, bisognerebbe lasciare a riposo l'acqua per alcuni giorni, in una stanza sigillata e lontano dal passaggio di mezzi pesanti, perché le correnti d'aria barometriche, i moti vorticosi interni del liquido e le vibrazioni indotte da un camion hanno all'incirca lo stesso ordine di grandezza del fenomeno che si vorrebbe osservare.

Problemi svolti

Esercizio 1

In un modello di atomo di idrogeno, un elettrone orbita attorno al protone su un cerchio di raggio 5,28·10^{-11} m, alla velocità di 2,18·10^{6} m/s. Calcolare l'accelerazione dell'elettrone.

L'esercizio presuppone che la velocità dell'elettrone rimanga sempre costante in modulo, in modo che il moto possa essere descritto dalle leggi del moto circolare uniforme. La velocità cambia ogni istante la propria direzione, ed essendo la velocità una grandezza vettoriale, tale variazione deve essere descritta dall'azione di una accelerazione, l'accelerazione centripeta, diretta cioè verso il centro. (tale accelerazione è dovuta alla forza elettrica tra la carica del nucleo e dell'elettrone).

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(2.18\cdot10^6\right)^2 m^2/s^2}{5.28\cdot10^{-11} m} = 9.00\cdot10^{22} m/s^2$$

Esercizio 2

Un satellite terrestre viaggia su un'orbita circolare alla quota di 640 km sopra la superficie terrestre. Il periodo di rivoluzione è di 98,0 min. Calcolare la velocità del satellite e l'accelerazione di gravità a quella distanza.

In questo moto circolare, l'accelerazione di gravità è l'accelerazione centripeta che tiene vincolato il satellite nell'orbita. I dati sono forniti con diverse unità di misura e nel calcolo bisogna eseguire prima le opportune equivalenze. Nel calcolare la distanza bisogna tener conto anche del raggio terrestre, essendo la Terra un corpo solido esteso e l'ipotetico centro di rotazione si trova, appunto, nel centro della Terra

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(6.37\cdot10^6 + 6.40\cdot10^5)m}{98.0\cdot60s} = 7491 m/s$$

l'accelerazione è data da

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(7491)^2 \, m^2/s^2}{6.37\cdot 10^6 + 6.40\cdot 10^5} = 8.00 m/s^2$$

Esercizio 3

Determinare la velocità angolare di una centrifuga che compie n = 104 giri al minuto.

Poichè n=60f dove con f abbiamo indicato la frequenza, si ha:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{n}{60} = 0.109\cdot 10^2 rad/s$$

Esercizio 4

Due biciclette sono dotate della stessa velocità angolare ma la prima monta delle ruote con raggio di 28 cm mentre la seconda monta ruote del 26. Determinare la velocità della seconda bici sapendo che quella della prima vale v1 = 25 km/h.

Poiché si sta operando tramite rapporti non ha importanza l'unità di misura scelta e pertanto lavoreremo direttamente con le unità del problema.

fissato ω si ha che v è proporzionale a r e pertanto:

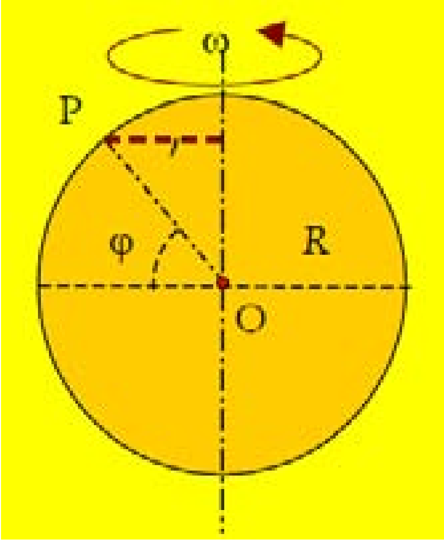
$$v_2 = v_1 \cdot \frac{r_2}{r_1} = 25 \cdot \frac{26}{28} = 23.2 Km/h$$

Esercizio 5

La Terra, con buona approssimazione può essere considerata una sfera di raggio R = 6.38×10⁶ m dotata di moto circolare uniforme con periodo T = 24 h. La velocità periferica dei diversi punti della superficie terrestre è la stessa? Scrivere la relazione che lega la velocità periferica a R, T e all'angolo

Il moto circolare - Esercizi

formato dal punto con il piano equatoriale. Calcolare il vettore risultante tra i vettori A e B di modulo rispettivamente 4 e 3 e che formano tra loro un angolo di 60°.



Alle diverse latitudini è diversa la distanza dall'asse di rotazione e pertanto, essendo costante la velocità angolare, si può affermare che la velocità periferica, che è proporzionale alla distanza dall'asse di rotazione, sia massima all'equatore e minima ai poli. La distanza di un generico punto dall'asse di rotazione vale:

$$r = R\cos\phi$$

dove ϕ indica la latitudine, mentre la velocità angolare è ω = 2π/T pertanto:

$$v = \omega r = 2\pi R \cos\phi / T$$

All'equatore, dove cos ϕ = 1, assumendo per $R = 6.38\times 10^6$ m e per $T = 24 \times 60 \times 60 = 8.64\times 10^4$ s si ottiene:

$$v = 2\pi R/T = 464 \text{ m/s}$$

Esercizio 6

Un treno viaggia alla velocità media di 216 km/h. Se abborda una curva a questa velocità e la massima accelerazione tollerabile dai passeggeri è 0,050g, determinare il minimo raggio ammissibile per le curve dei binari. Se una curva ha un raggio di 1,00 km a quale valore deve essere ridotta la velocità del treno per rispettare il limite dell'accelerazione?

Un'accelerazione di 0.050g corrisponde a

$$0.050\cdot 9.8 m/s^2 = 0.49 m/s^2$$

La velocità in m/s vale $v = \frac{216}{3.6} m/s = 60 m/s$

Poiché l'accelerazione vale

$$a = \frac{v^2}{r}$$

ricaviamo il raggio di curvatura risolvendo la relazione rispetto a r

$$r = \frac{v^2}{a} = \frac{60^2}{0.49} = 7347m$$

Se il raggio viene posto a 1000m, allora, risolvendo rispetto a v, si ha:

Esercizio 7 Curva pericolosa a destra.

Un'auto di 1000 kg impegna una curva di raggio 80 m a 100 km/h. La forza centripeta necessaria per curvare è fornita dalla forza di attrito statico tra gomme e strada. Riuscirà l'auto a chiudere la curva senza uscire di strada se il coefficiente d'attrito vale 0,8?

La forza centripeta necessaria per mantenere la curva vale:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{1000\,Kg \cdot 27,8\,m/s^2}{80\,m} = 9645N$$

La massima forza d'attrito statico è proporzionale alla forza normale, cioè al peso della macchina

$$A_{max} = \mu \cdot P = 7840N$$

La forza d'attrito non riesce a fornire la forza centripeta necessaria alla curva, ne consegue che l'auto curva ma non abbastanza, con un raggio di curvatura maggiore di R e quindi esce di strada.

Cosa dovrebbe fare l'autista per evitare l'incidente?

La forza centripeta dipende dalla massa, dalla velocità e dal raggio di curvatura. L'autista può agire solo sulla velocità dell'automobile e diminuirla fino ad ottenere una forza centripeta almeno uguale al massimo attrito disponibile.

$$\frac{m v_{max}^2}{r} = \mu \cdot P$$

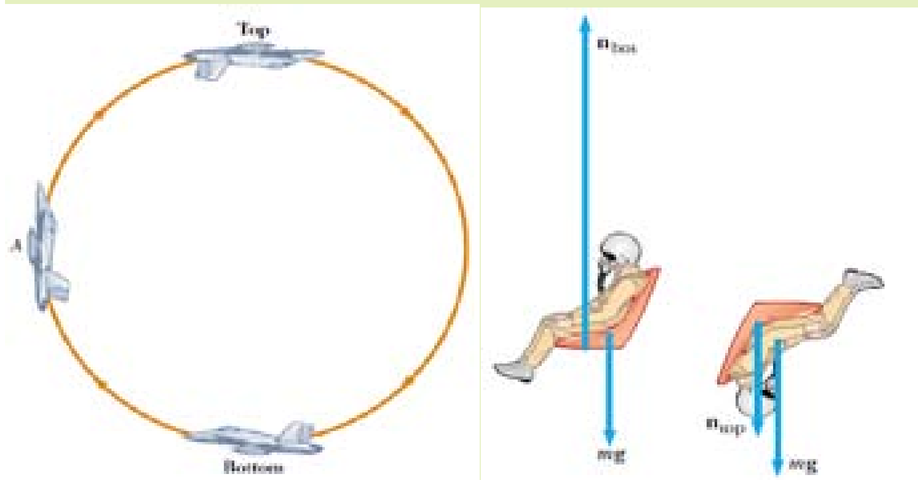
Quindi:

$$v_{max} = 25\,m/s = 90\,Km/h$$

Decelerando fino a 90 km/h la forza necessaria per curvare uguaglia la forza di aderenza tra gomme e strada. Per una maggiore sicurezza l'autista dovrebbe tenersi a velocità inferiore a 90 km/h.

Esercizio 8. Il giro della morte

Un pilota di massa m, esegue, a bordo di un jet, il "giro della morte". In questa acrobazia, l'aereo percorre una circonferenza verticale di raggio 2.70Km, alla velocità, di modulo costante, pari a 225m/s. Determinare la forza esercitata dal sedile sul pilota a) nel punto più basso della circonferenza; b) nel punto più alto.



Scomponiamo la forza peso mg in una componente tangenziale mgsinθ e in una componente radiale mgcosθ. Applicando la seconda legge di Newton per la direzione tangenziale otteniamo:

$$\sum F_t = ma_t \Rightarrow mg\sin\theta = ma_t \Rightarrow a_t = g\sin\theta$$

Questa componente causa la variazione di v nel tempo.

Applicando la seconda legge di Newton alle forze che agiscono nella direzione radiale, si ottiene:

$$\sum F_r = ma_r \Rightarrow mg\cos\theta - T = -ma_c = -m\frac{v^2}{r}$$

Da cui si ottiene:

$$T = m\left(\frac{v^2}{r} + g\cos\theta\right)$$

Nel punto più basso dove θ=0, si ha cos0=1 e la tensione diventa:

$$T_{basso} = m\left(\frac{v_{basso}^2}{r} + g\right)$$

LA VELOCITÀ E IL PERIODO DEI SATELLITI

Envisat è un satellite artificiale della Terra, che effettua misure per il monitoraggio ambientale, mentre la Luna è un suo satellite naturale. Entrambi stanno in orbita a causa della forza di gravità della Terra.

Il secondo principio della dinamica, F = ma, consente di prevedere il periodo e la velocità di un satellite che si muove su un'orbita circolare (figura a destra).
Indichiamo con

- v il valore della velocità del satellite,
- m la massa del satellite,
- R la distanza tra il satellite e il centro del pianeta,
- M la massa del pianeta.

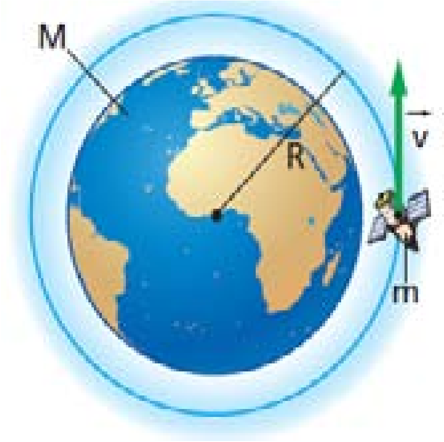
A un'altezza di 800 km dal suolo, Envisat impiega un'ora e quaranta per compiere un giro completo.

A una distanza di 384 000 km la Luna impiega 27 giorni per compiere un giro completo.

Nel secondo principio della dinamica sostituiamo al posto di F la forza di gravità che agisce sul satellite e al posto di a la sua accelerazione centripeta:

$$F = \underbrace{ma}$$

$$G\frac{mM}{R^2} \qquad m\frac{v^2}{R}.$$



da cui, con opportune sempolificazioni, otteniamo

$$v^2 = \frac{GM}{R}$$

Estraendo la radice quadrata, otteniamo l'espressione della velocità del satellite:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Nel moto circolare uniforme vale la relazione

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

da cui ricaviamo

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

Siccome R è a denominatore, i satelliti più lontani dal centro del pianeta ruotano più lentamente.
Questo risultato si spiega pensando che la forza di gravità diminuisce con la distanza. Poiché la forza di attrazione è molto intensa vicino al pianeta, un satellite su un'orbita bassa, come Envisat, deve sfuggire rapidamente lungo la tangente per evitare di cadere e quindi deve essere molto veloce.

Sostituendo in questa formula l'espressione che fornisce la velocità del satellite, ricaviamo la relazione

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

che fornisce il valore del periodo dell'orbita di un satellite.
La comparsa di R^3 sotto radice si spiega con due argomenti:

- la velocità diminuisce quando il raggio R dell'orbita aumenta;
- inoltre, se il raggio R è grande, l'orbita da percorrere è più lunga.

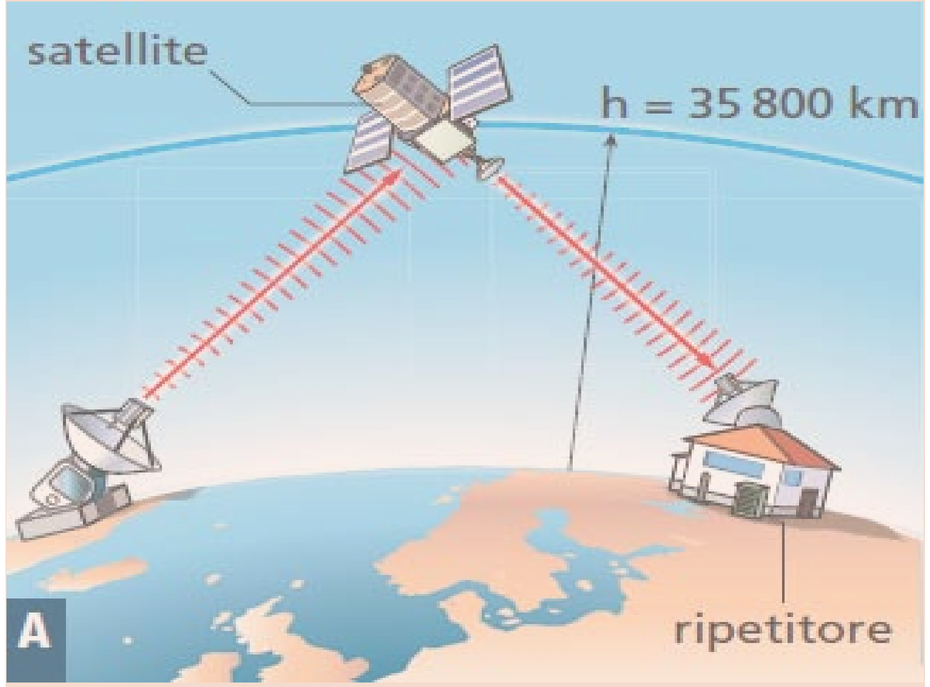
Siccome R è a numeratore, i satelliti più lontani dal centro del pianeta, impiegano più tempo per compiere un'orbita intera.

FISICA E REALTA’

I satelliti geostazionari

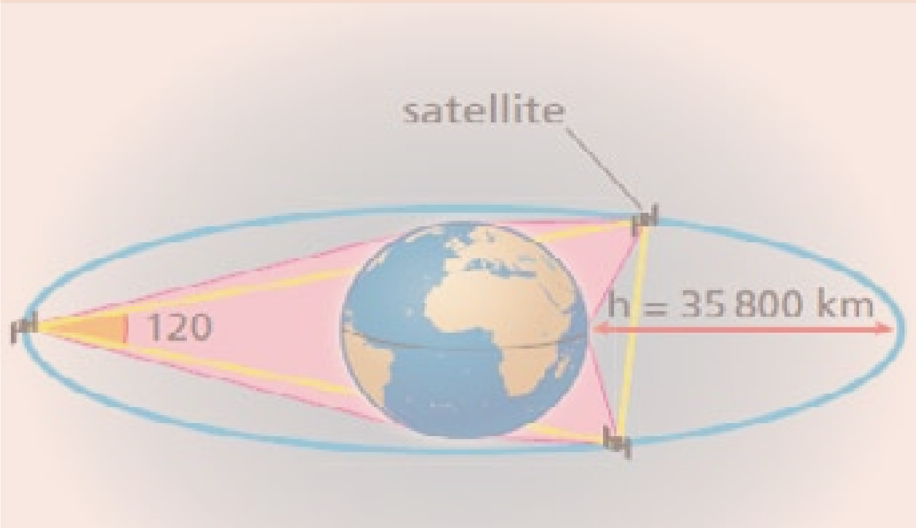
Un satellite apparentemente fermo rispetto alla superficie terrestre si dice geostazionario.

Alcuni satelliti meteorologici e per le comunicazioni sono messi in orbita in modo da trovarsi sempre al di sopra dello stesso punto posto sull’equatore terrestre. Per ottenere tale effetto, il periodo dell’orbita del satellite deve essere uguale al periodo del moto di rotazione della Terra attorno al suo asse, cioè ventiquattro ore.



Un satellite in orbita geostazionaria riceve i segnali televisivi emessi da una stazione emittente, li amplifica e li emette di nuovo verso la Terra.

Si può calcolare che un satellite, per essere geostazionario, deve trovarsi a una distanza di 35 800 km dalla superficie terrestre.

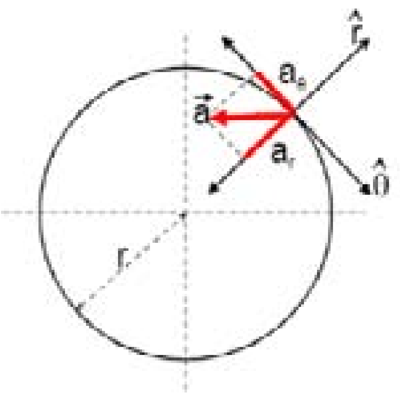


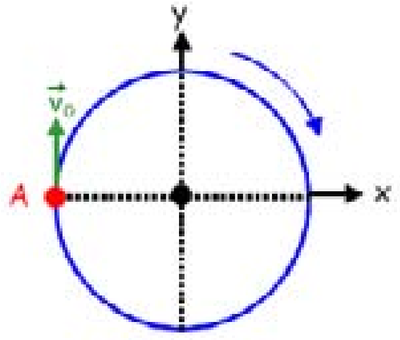
Bastano tre satelliti geostazionari, posti a 120° l’uno rispetto all’altro, per riuscire a inviare i segnali su quasi tutta la superficie terrestre.

Esercizi.

1. Un satellite artificiale di massa pari a 24 kg viene portato su un’orbita di raggio pari a 50x106 m. Qual è la velocità con cui il satellite percorre la sua orbita?
Quale sarebbe la velocità di un satellite di massa doppia?

2. I satelliti artificiali del sistema GPS sono posti su un’orbita circolare di raggio 2,66 × 107 m.
Calcola il periodo di rivoluzione dei satelliti GPS in secondi e in ore.





Esercizi proposti

Cinematica del moto circolare

1.Una ruota che gira con accelerazione angolare costante ha una frequenza che diminuisce a causa dell'azione frenante che dura un minuto e passa da 300 a 180 giri al minuto. Si calcoli:
a) l'accelerazione angolare della ruota
b) l'accelerazione lineare di una particella posta a 0,5m dall'asse di rotazione nell'istante in cui la frequenza è è 180 giri al minuto

2. Una particella descrive una circonferenza di raggio 0,5m con una frequenza costante di 10 giri al minuto. Se al tempo t=0 la particella si trova nella posizione A, muovendosi in senso orario, calcolare:
a) il periodo T e la velocità lineare
b) la velocità media e l'accelerazione media nell'intervallo tra 0 e 0,75T
c) l'accelerazione istantanea quando t=T/2

3. La velocità angolare di una ruota diminuisce in modo uniforme da 24000 giri al minuto fino a 18000 giri al minuto in 10 secondi. Si determini:
a) l'accelerazione angolare
b) il numero di giri effettuati dalla ruota in quel tempo
c) l'accelerazione della punta di un chiodo conficcatosi nella ruota a 10cm dal centro dal tempo t=5s fino alla sosta.

4. Un disco del raggio di 5m gira con una velocità angolare costante e con la frequenza di 5 giri al minuto. Si determini:
a) la velocità angolare in rad/s.
b) L' accelerazione centripeta di un punto posto sul bordo del disco
c) L' accelerazione angolare costante che ha quando, cessato di funzionare il motore, impiega 4 minuti per fermarsi

5. Un orologio ha tre lancette: quella delle ore lunga 1 cm, quella dei minuti lunga 1.4 cm e quella dei secondi lunga 1.6 cm. Considera il punto estremo di ogni lancetta. Calcola il periodo di ogni punto estremo. Calcola la velocità tangenziale e angolare dei tre punti estremi e le rispettive accelerazioni centripete.

6. Un satellite televisivo gira su un'orbita circolare intorno alla Terra a un'altezza di 36000 km e compie un giro ogni 24 ore. Supponi che l'orbita sia circolare. Sapendo che il raggio della Terra è 6370 km, calcola la velocità angolare, la velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta.

7. Una ruota di bicicletta ha un diametro di 40 cm e gira alla velocità tangenziale di 1.4 m/s. Quanti giri compie la ruota in 2 minuti? Con quale frequenza gira? Qual è l'angolo descritto dalla valvola della ruota in 0.2 secondi?

8. Il cestello di una lavatrice ha un diametro di 40 cm e ruota a 500 giri

al minuto. A quale accelerazione centripeta è sottoposta la biancheria?

9. Titano, una delle 18 lune di saturno, si muove su una circonferenza di raggio 1222000 km e ha un periodo di rivoluzione di 15 giorni e 23 ore. Calcola la velocità tangenziale e angolare. Calcola l'accelerazione centripeta. Calcola la frequenza del moto espressa in Hz.

10. Un corpo gira con una frequenza di 10 Hz. Quale angolo descrive il raggio in 1 secondo?

11. Un punto mobile descrive una traiettoria circolare di raggio 12 cm con velocità angolare costante di 2.4 rad/s. Calcola la frequenza del moto. Calcola la velocità tangenziale.

12. Una pallina gira con un'accelerazione centripeta costante di 5 m/s2 su una circonferenza di raggio 20 cm. Calcola: la velocità tangenziale; il periodo e la frequenza del moto; la velocità angolare.

13. Un disco ruota intorno a un asse passante per il centro e compie 250 giri al minuto. Quanti radianti descrive un punto del disco in 0.1 secondi? La risposta data dipende dalla distanza del punto dall'asse di rotazione?

14. Sapendo che il raggio medio della Terra è 6370 km e che essa compie un giro su se stessa in circa 24 ore, calcola la velocità tangenziale e l'accelerazione centripeta di un punto sulla superficie terrestre che si trova all'equatore.

15. Un volantino ha un raggio di 10cm e gira intorno al suo asse con la velocità di 300 giri al minuto. Un freno lo ferma in 20s con accelerazione angolare costante. Si calcoli:
a) L' accelerazione angolare.
b) Il numero di giri fino a quando si ferma.
c) Le componenti tangenziale e normale dell' accelerazione di un punto alla periferia nell'istante in cui la ruota ha fatto 40 giri.
d) trovare l'accelerazione risultante in quello stesso momento
16. Determinare modulo, direzione e verso dell'accelerazione di un velocista che corre a 10 m/s su una curva di raggio 25m

17. Un velocista corre alla velocità di 9,2 m/s su una pista circolare, con un'accelerazione centripeta di 3,8 m/s2. Determinare il raggio della pista e il periodo del moto.

18. Se una sonda spaziale è in grado di sopportare un'accelerazione di 20 g, calcolare il minimo raggio di curvatura del percorso che può affrontare a una velocità pari a un decimo di quella della luce; determinare inoltre il tempo per compiere un quarto di giro.

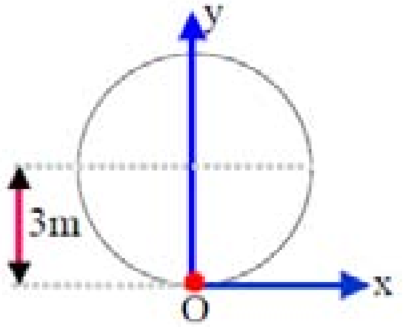
19. Un ventilatore compie 1200 giri al minuto. consideriamo un punto sul bordo esterno di una pala di raggio 0,15m. Trovare la distanza che percorre questo punto ad ogni giro, la sua velocità e accelerazione.

20. Il treno Frecciarossa 9603 Milano - Roma – Napoli parte alle ore 6:00 dalla stazione di Milano e arriva alle ore 10:20 a Napoli centrale percor-

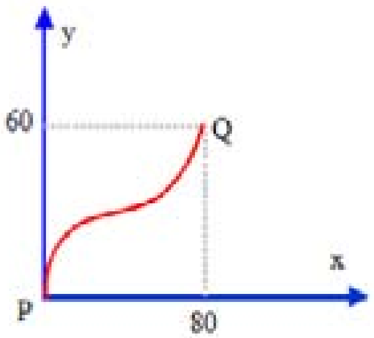
rendo 776Km. Se il treno abborda una curva alla sua velocità media e la massima accelerazione tollerabile dai passeggeri è 0.050g, determinare il minimo raggio ammissibile per le curve dei binari. Se una curva ha un raggio di 1.50 km a quale valore deve essere ridotta la velocità del treno per rispettare il limite dell'accelerazione?

21. Un astronauta sta girando in una centrifuga su un raggio di 5,0m. Determinare la velocità se la sua accelerazione è di 7,0 g e la frequenza e il periodo corrispondenti.

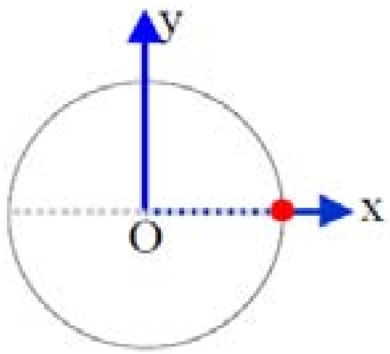
22. Un ragazzino fa ruotare un sasso legato a una corda lunga 1,5m su un cerchio orizzontale a 2,0m dal suolo. La corda si rompe, e il sasso si muove ora orizzontalmente andando a cadere a 10m di distanza. Calcolare l'accelerazione centripeta del sasso nel suo moto circolare.



23. Un punto materiale si muove con velocità costante in senso antiorario una circonferenza di raggio r=3m, percorrendo un giro intero in 20s a partire dalla posizione O come mostrato in figura. Si calcoli:
a. il vettore spostamento dall'istante t=5s all'istante t=10s
b. il vettore velocità media nello stesso intervallo



24. Un'automobile viaggia dal punto P al punto Q impiegando 4 ore per l'andata e il ritorno, fermandosi la metà del tempo in ciascun tragitto. La lunghezza delle curva percorsa PQ è 144Km. Si calcoli:
a. la velocità media durante tutto il tragitto;
la velocità media nel viaggio di andata



25. Si conduce un'automobile in senso antiorario su una pista circolare il cui perimetro è 200m a velocità costante di 20m/s. Supponendo che all'istante t=0 si trova nel semiasse positivo delle x, si calcoli:
a. Il vettore posizione rispetto al centro della circonferenza al tempo t=0s;
b. La sua posizione al tempo t=5s;
c. La sua posizione al tempo t=2,5s;
d. La sua velocità istantanea al tempo t=0;
e. La sua velocità istantanea al tempo t=5s;
f. La sua velocità media tra gli istanti t=0s e t=2.5s;
g. La sua accelerazione media tra gli istanti t=2,5s e t=5s.

26. Qual è l'angolo espresso in radianti sotteso ad un arco di lunghezza 91,44cm di una circonferenza di raggio r = 70cm? Qual è il suo valore il gradi? L'angolo al centro di una circonferenza di raggio 200cm è 0.6 radianti, qual ' è la lunghezza dell'arco?
[120cm]

27. Si calcoli la velocità angolare nei seguenti casi:
a. di rotazione della terra;
b. del giro di lancetta oraria di un orologio;
c. del giro di lancetta dei minuti di un orologio;
d. di un satellite artificiale che abbia un periodo di rota
zione di 88 minuti

28. AEREO IN VIRATA. Un aereo viaggia alla velocità, costante in modulo, di 980 Km/h. Qual è il tempo che impiega per compiere una virata di 180° lungo una rotta semicircolare, sapendo che l'accelerazione centripeta cui è sottoposto l'aereo è 8 volte l'accelerazione di gravità?

29. La luna gira attorno alla Terra facendo un giro completo in 27,3 giorni. Assumendo che l'orbita sia circolare con raggio 385.000 Km, qual è il modulo dell'accelerazione della Luna verso la Terra?

30. Un pneumatico di R = 0.5 m ruota con ω= 200 giri al minuto. Trovare il modulo della velocità e l'accelerazione di un sassolino attaccato al battistrada.

31. Un punto si muove in un orbita circolare con R = 0.2 m con velocità angolare ω= 15 rad/s. A partire dall'istante t=0 fino a t1 = 16s. la sua accelerazione vale 0.1 t rad/s2. Per t>t1 l'accelerazione vale 1.6 rad/s2 fino a fermarsi. Calcolare il modulo dell'accelerazione a quando t = t1 e in quale istante il punto si ferma.

32. Un punto percorre in senso orario una circonferenza di R = 2.5m con una a = 15 m/s2 che forma un angolo di 30° con il raggio. Trovare:
a) L'accelerazione radiale;
b) Il modulo del vettore velocità;
c) l'accelerazione tangenziale

33. Un treno rallenta da 90 Km/h a 50 Km/h nei 15 secondi che impiega a percorrere una curva orizzontale di R = 150 m. Trovare l'accelerazione nell'istante in cui il treno ha v = 50 Km/h, nell'ipotesi che la decelerazione del treno sia costante durante i 15 s.

FISICA SPAZIALE.
34. Un astronauta si esercita ruotando in una centrifuga di raggio 5.2 m. (a) Con un'accelerazione pari a 6.8 g, quanto vale la velocità scalare? (b) Per ottenere questa accelerazione quanti giri al minuto si richiedono?

35. Due ciclisti partendo contemporaneamente percorrono 10 volte un pista circolare piana e circolare di raggio R=50 m. Il primo ciclista accelera con accelerazione periferica 1/6 m/sc e costante per 1' 30"e poi prosegue a velocità costante. Il secondo ciclista accelera a 1/7 m/s2 in modo costante per 1' 40" e poi prosegue a velocità costante. Calcolare le velocità raggiunte dai due ciclisti. Determinare il vincitore con il suo distacco in tempo e spazio e determinare se è avvenuto il distacco. Calcolare la velocità media dei due ciclisti nella fase di accelerazione, nella fase a velocità costante e nell'intera gara.
Circonferenza della pista C = 314 m
Spazio percorso S = 3140 m
Tempo accelerazione 1 = 90 sec.
Tempo accelerazione 2 = 100 sec.

36. Alle ore 12 le lancette dei minuti e delle ore sono sovrapposte. Dopo quante ore, minuti e secondi le lancette si sovrappongono nuovamente?

37. La centrifuga di una lavatrice che gira a 900 giri al minuto rallenta uniformemente fino a 300 giri al minuto nel compiere 50 giri su se stessa.

© Roberto Capone 2011

Trovare l'accelerazione angolare e il tempo richiesto per compiere questi 50 giri.

38. Un disco ruota con una velocità angolare costante intorno ad un asse passante per il suo centro e perpendicolare al disco stesso. Un raggio di questo, nel moto di rotazione, descrive un'area. Si sa che la superficie descritta dal raggio in 5 giri completi del disco è 13.203,7dm2. Calcolare:
A - il raggio del disco; [r = 29dm]
B - la sua velocità angolare sapendo che 2/3 di giro sono compiuti in 8/3 di secondo; [$\omega = \pi/2$ rad/ s]
C - la velocità periferica del bordo del disco.
[$29\pi/2$dm/ s]

39. Un disco che ha raggio 25cm ruota con velocità angolare costante intorno ad una retta perpendicolare ad esso e passante per il suo centro. Si sa che il punto A appartenente al bordo del disco percorre un arco di 5 cm in 1/10 di secondo. Si calcoli:
A - la velocità lineare del bordo del disco in cm/ s; [v = 50cm/ s]
B - la velocità angolare in rad/ s; [ω = 2rad/ s]
C - il tempo necessario affinché A compia il percorso di 175π cm. [t = 3, 5 s]

40. Due ruote dentate, ingranate una sull'altra, hanno rispettivamente 38 e 45 denti. Sapendo che la prima ha un raggio pari a 3 cm ed una velocità angolare pari a 1000 giri al minuto, calcolare la velocità periferica e la velocità angolare della seconda.
[v = πm/ s, ω = 78, 5 rad/ s]

41. Un disco ruota con velocità angolare costante intorno ad un asse fisso perpendicolare ad esso e passante per il suo centro O. Si sa che un punto posto a distanza 8 cm da O ha una velocità di 2, 8 cm/ s. Si domanda quale sia la distanza da O di un punto del disco la cui la velocità è di 7 cm/ s. [d = 20cm]

42. Qual è la velocità angolare con cui la Terra ruota attorno al proprio asse? Qual è la velocità di un punto situato sull'equatore della Terra? Qual è la velocità di un punto con latitudine

43.Esprimere gli ultimi due risultati in km/ s.
[$\omega = 7,3 \cdot 10^{-5}$ rad/ ; v_1 = 0, 47km/ ; v_2 = 0, 33km/ s]

44. Un volano di diametro 1m ruota a 720 giri al minuto. Dopo lo sganciamento del motore ruota di moto decelerato e si ferma in 10 min. Calcolare:
A - la decelerazione del volano,
B - quanti giri farà prima di fermarsi completamente,
C - l'accelerazione centripeta di un punto del bordo del volano al tempo t = 5min.

50. Due auto A e B corrono su una pista circolare di lunghezza l = 500m. All'istante t = 0s esse sono affiancate e le loro velocità sono rispettivamente di 25m/ s e di 30m/ s. Calcolare dopo quanto tempo la macchina

più veloce raggiungere per la seconda volta la macchina più lenta. Quanti giri hanno percorso in quell' istante le due auto?

45. La velocità angolare di un disco diminuisce uniformemente in 16 s da 12 rad/ s a 4 rad/ s. Calcolare il numero di giri compiuti in questo intervallo di tempo. Calcolare inoltre il tempo necessario per descrivere un angolo di 80 rad.

46. Un orologio analogico segna le ore 14.00. Dopo un certo intervallo di tempo l'angolo formato tra la lancetta dei minuti e quella delle ore è di 300°. Stabilire quale ora segna l'orologio.

47. Una particella si muove su una circonferenza secondo la legge $\theta(t) = 3t^2+2t$ dove θ è misurato in radianti e t in secondi. Determinare la velocità angolare dopo 4 s e dopo 6 s.
[ω_1 = 26rad/ s, ω_2 = 38rad/ s]

48. Un motore che ruota a 1800 giri al minuto rallenta uniformemente a 1200 giri al minuto in 2 s. Calcolare:
A - l'accelerazione angolare, [$\alpha = -10\,\pi$ rad/ s^2]
B - il numero di giri che compie in questo lasso di tempo.
[θ = 50 giri]

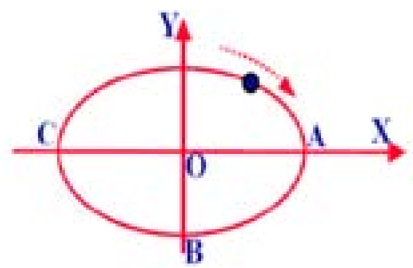
49. Trovare la velocità angolare ω di una ruota di raggio 25 cm la cui velocità lineare è 400m/ min. Esprimere il risultato in giri/ min e in rad/ s.
[$\omega = 800/\pi$ giri/ min = 26, 67 rad/ s]

50. Un disco parte da fermo e accelera in modo tale che la sua velocità angolare cresce uniformemente fino a 60 giri al minuto in 10 s. Dopo aver ruotato per un certo tempo con questa velocità angolare, viene frenato e si ferma in 20 s. Se il numero totale di giri compiuti è 165, calcolare il tempo totale di rotazione. [t = 180 s]

51. Calcolare modulo, direzione e verso dell'accelerazione centripeta dovuta alla rotazione terrestre per un corpo posto all'equatore. [a = $3,38 \cdot 10^{-2}$ m/ s^2, costantemente diretta verso il centro del pianeta]

52. La velocità angolare di un disco aumenta uniformemente da 20 rad/ s a 30 rad/ s in un tempo di 5 s. Calcolare l'accelerazione angolare e l'angolo totale descritto. [α = 2rad/ s^2, θ = 125 rad]

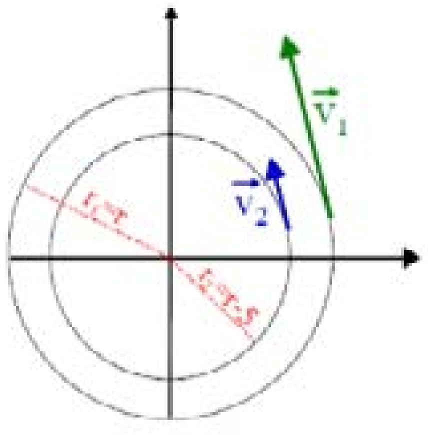
53. Una particella si muove lungo una ellisse in un piano XY in senso orario come mostrato in figura. Il semiasse maggiore dell'ellisse OA è 18m e il semiasse minore OB è 12m. la particella impiega 20s per andare da A a B
a) si calcoli la velocità media tra A e B
b) se la velocità in A ha modulo 8m/s e in B è 14m/s, si calcoli l'accelerazione media tra A e B



54. La velocità angolare di una ruota diminuisce in modo uniforme da 24000 giri al minuto fino a 18000 giri al minuto in 10 secondi. Si determini:
a) l'accelerazione angolare

b) il numero di giri effettuati dalla ruota in quel tempo
c) l'accelerazione della punta di un chiodo conficcatosi nella ruota a 10cm dal centro dal tempo t=5s fino alla sosta.

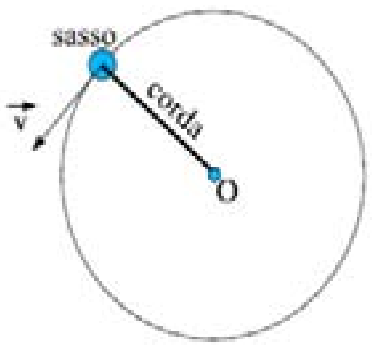
55. Una particella si muove lungo una circonferenza di raggio 10cm con una accelerazione tangenziale costante. Si calcoli il valore di tale accelerazione sapendo che dopo cinque giri la sua velocità è 79.2cm/s
[10cm/s]



56. La velocità tangenziale appropriata per la lavorazione della ghisa, è di circa 61 cm / s. Quante [rpm] deve essere ruotato su un tornio un pezzo di 5 [cm] di diametro? [233.4rpm]

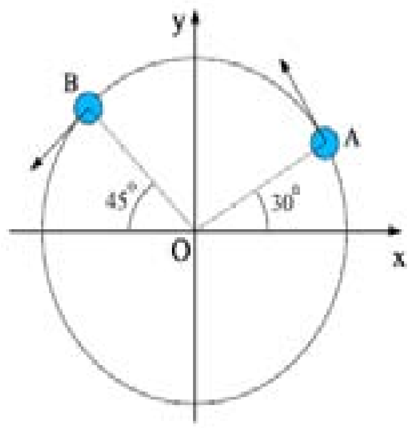
57. Un cilindro di 7,5cm di diametro ruota in un tornio a 1500 r.p.m. Qual è la velocità tangenziale sulla superficie del cilindro?
[588.75cm/s]

58. Trovare il raggio di una ruota girevole, sapendo che la velocità V1 lineare dei punti sulla superficie del pneumatico è 2,5 volte maggiore della velocità V2 lineare dei punti che sono a 5cm dall'asse di rotazione.
[8.33cm]



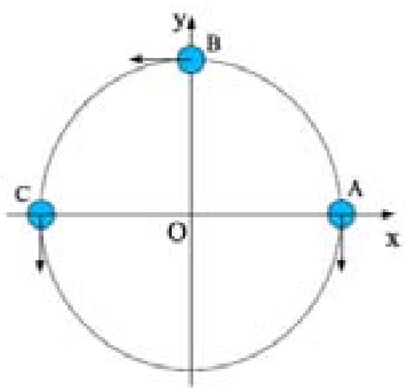
59. Una ruota del diametro di 92cm parte da fermo e accelera uniformemente ad una velocità angolare di 100rad/s a in 20 secondi. Si calcoli:
a) L'accelerazione angolare. [5rad/s2]
b) l'arco descritto da un punto sul bordo. [460m]

61. Un corpo percorre una circonferenza di raggio 6 m a velocità scalare costante; sapendo che impiega 10 s per compiere 25 giri completi determina la velocità angolare, la velocità scalare e il modulo dell'accelerazione centripeta.



62. Uno shuttle è in orbita a 400 km dalla superficie della Terra; l'accelerazione centripeta ha modulo pari a 8,8 m/s2. Determina la velocità scalare e il periodo dello shuttle

63. Un sasso, legato ad una corda lunga 60 cm, ruota attorno ad un punto fisso con frequenza 2 Hz, percorrendo una circonferenza su un tavolo privo di attrito. Ad un certo istante la corda si rompe; si calcoli la distanza del sasso dal punto O dopo che sono trascorsi 4 secondi dall'istante di rottura.



64. Un corpo A e un corpo B si muovono, entrambi in senso antiorario, sulla circonferenza di centro O e raggio 5 m. Il corpo A percorre 3 giri completi in 5 secondi mentre B percorre 4 giri completi in 7,5 secondi. All'istante t = 0 s i corpi si trovano nella posizione indicata in figura:
a) si calcoli i primi quattro istanti per i quali A raggiunge B;
b) quante volte si incontreranno in 5 giorni?

65. Tre corpi si muovono lungo una circonferenza di raggio 7 m; le posizioni di partenza all'istante t =0 s e i sensi di rotazione sono indicati dalla figura. Il corpo A percorre 3 giri in 6 secondi, B percorre 2 giri in 1 s, mentre C ha un periodo pari a 1 s. Dire se esiste almeno un istante

per cui i corpi si trovano tutti e tre nella stessa posizione. Motivare la risposta.

Dinamica del moto circolare

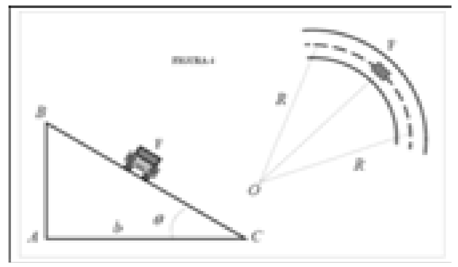
1. Un'auto di 1500Kg che si muove su una strada orizzontale piana, affronta una curva di 35,0m di raggio. Se il coefficiente di attrito statico tra pneumatici e terreno asciutto è 0,500, trovare la velocità massima che l'auto può mantenere per affrontare con successo la curva [13,1m/s]

2. In un giorno piovoso l'auto descritta nell'esercizio precedente comincia a sbandare nella curva quando la sua velocità raggiunge 8,00m/s. In questo caso, qual è il coefficiente di attrito statico? [0,187]

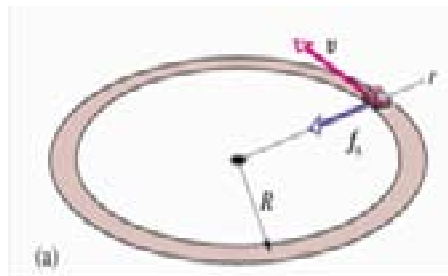
3. Un oggetto di massa 0,500Kg è attaccato all'estremità di una fune di lunghezza 1,50m. L'oggetto ruota su una circonferenza orizzontale. Se la fune può sopportare una tensione massima di 50,0N, qual è la massima velocità dell'oggetto prima che la fune si spezzi? [12,2m/s]

4. Calcolare la tensione della fune se la velocità dell'oggetto è 5,00m/s?
[8,33N]

5. La curva sopraelevata di un'autostrada è stata progettata per una velocità . Il raggio della curva è r. In una brutta giornata il traffico percorre l'autostrada alla velocità v.
A- Quanto vale l'angolo di sopraelevazione?
B- Quanto deve essere il minimo coefficiente d'attrito che consente di superare la curva senza scivolare verso il basso?
C- Usando tale coefficiente, con quale velocità massima è possibile percorrere la curva senza scivolare verso l'alto?
[= 95 km/h; r = 210 m; v = 52 km/h]



6. Calcolare la velocità periferica di un corpo di massa m = 0,5 kg che si muove con velocità angolare ω= 0,6 rad/s lungo una circonferenza di raggio r = 1m. Quanto valgono l'accelerazione e la forza centripeta?
Ris.: v = 0,6 m/s, a = 0,36 , F = 0,18N



7. Un disco con raggio R = 25 cm ruota con velocità angolare costante intorno ad una retta perpendicolare ad esso e passante per il suo centro. Un punto materiale A appartenente al bordo percorre un arco di 5 cm in 0,1 s. Calcolare:
a) la velocità periferica e la velocità angolare
b) l'accelerazione centripeta
c) il periodo e la frequenza del moto
d) il valore della forza che impedisce al punto di staccarsi, se la sua massa è pari a 2 g
Ris.: a) v = 0,5 m/s; ω= 2 rad/s; b) T = 3,14s; f = 0,32Hz; c)

8. Lungo la curva sopraelevata disegnata in figura, supposta circolare e di raggio R=200m, in una strada larga 12m (lato BC del triangolo BAC in figura) e realizzata in modo tale da avere coefficiente di attrito trascurabile, il limite di velocità è di 100 km/h. Calcolare di quanto il bordo ester-

no della strada, lato BA, debba essere rialzato rispetto a quello interno, affinché l'autovettura, procedendo alla massima velocità consentita, non sbandi uscendo fuori strada.

9. Un'automobile di massa m=1000 kg percorre una curva piana di raggio costante r=80 m con una velocità costante di 60 km/h. Determinare il minimo coefficiente di attrito statico tra asfalto e ruote dell'automobile necessario perché l'automobile si mantenga la traiettoria curva.

10. Un'automobile sta percorrendo una curva di raggio 30 metri. Il coefficiente di attrito tra pneumatici e fondo stradale è 0,7.
Qual è la massima velocità con cui l'automobile può percorrere la curva senza pericolo? Se nevica e il fondo stradale è viscido, il coefficiente di attrito si riduce a 0,2. In queste condizioni qual è la massima velocità che l'automobile può raggiungere senza slittare? Che cosa accade se l'automobile supera la massima velocità? [51Km/h; 27,6Km/h]

11. Una curva ha il fondo stradale inclinato di 30° rispetto al piano orizzontale. Se l'automobile di massa 900Kg percorre la curva, a quale forza centripeta è soggetta? Se il raggio della curva è di 150m, a quale velocità massima può viaggiare l'automobile senza slittare? Se la curva fosse piana quale dovrebbe essere il coefficiente di attrito per mantenere l'automobile sulla strada a parità di velocità? [; v=105Km/h; k=0,58]

12. Alida si diverte a far ruotare a 10 giri/s intorno al dito una catenina con un ciondolino di massa 20g su una circonferenza orizzontale di raggio 12cm. La catena supporta al massimo la tensione di 9N senza spezzarsi. Qual è la massima velocità che può avere il ciondolino (trascurando il peso)? Un ciondolino di massa doppia a quale velocità potrebbe ruotare? (suggerimento: la tensione nella catenina è la forza centripeta) [7,35m/s; 5,2m/s]

13. Una pallina di massa 200g ruota su una circonferenza verticale di raggio 30cm, trattenuta da un filo di nylon teso durante la rotazione. Qual è la minima velocità che deve avere la pallina nel punto più alto della traiettoria perché il filo non si allenti? Se la pallina passa per il punto più alto con una velocità doppia, qual è la tensione del filo? [v=1,7m/s; T=15,4N]

14. Una pallina di 150g, trattenuta da un filo di nylon, viene fatta ruotare su una circonferenza verticale di raggio 40cm. La massima tensione che il filo può sopportare è 2N Qual è la massima velocità che può avere la pallina nel punto più alto della circonferenza? E nel punto più basso?

15. Un'automobile percorre una curva in piano di raggio R = 150m. L'attrito tra i pneumatici e la strada è fd = 1.4. Trovare quale è la massima velocità che può avere la macchina per non slittare. L'attrito è di tipo statico o dinamico? Serve aumentare la massa della macchina per non slittare? Per eliminare sbandamenti, se l'attrito diminuisce per pneumatici lisci o presenza di acqua, le curve sono sopraelevate (o inclinate). Determinare l'angolo di sopraelevazione α per la curva in caso di attrito nullo se la velocità dell'automobile è quella determinata precedentemente.

16. Un blocchetto di massa m = 200 g è fatto girare, da una corda ancorata nel centro della circonferenza, su una circonferenza orizzontale di raggio R = 20 cm. Il piano su cui ruota è ruvido ed è presente attrito tra la massa e il piano. La velocità iniziale della massa è v0 = 10 m/s e diminuisce costantemente di a = 0.5 m/s2. Determinare il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano. Determinare quanti giri fa il blocchetto prima di fermarsi. Calcolare la tensione nel filo all'inizio del moto (t = 0 s) e dopo un tempo t' = 3 s dall'inizio del moto. Scrivere l'equazione oraria per l'angolo descritto durante il moto .

Il pendolo semplice

1. Se una massa oscillante su una molla impiega 3 s per completare un ciclo, qual è il suo periodo?

2. Una massa attaccata a una molla oscilla su e giù coprendo una distanza di 20 cm dalla parte superiore a quella inferiore. La massa percorre questo cammino due volte al secondo. Calcola l'ampiezza e il periodo delle oscillazioni.

3. Una massa oscilla attaccata a una molla verticale. Calcola la sua frequenza sapendo che il periodo del suo moto è pari a 0,5 s.

4. Un pendolo a filo con una lunghezza di 9 m ha un periodo di 6 s. Calcolane la frequenza.

5. Se un pendolo a molla ha una frequenza di 5 Hz, qual è il suo periodo?

6. Se un pendolo a filo molto lungo ha una frequenza di 0,2 Hz, quanto tempo impiega per completare un ciclo?

7. Un pendolo semplice, costituito da una massa puntiforme m = 30 g, appesa ad un filo flessibile inestensibile di lunghezza l = 50 cm, viene portato ad un angolo θ = 5° e abbandonato da fermo. Con quale velocità passa dalla posizione verticale?

8. Un pendolo semplice è costituito da una massa puntiforme m = 30 g, appesa ad un filo flessibile inestensibile di lunghezza l = 50 cm. Determinare il periodo delle piccole oscillazioni. Sapendo che il pendolo viene portato inizialmente a formare un angolo θ = 4° rispetto alla verticale, e abbandonato con velocità iniziale nulla, esplicitare la funzione che descrive la legge oraria.

9. Un pendolo semplice viene utilizzato per misurare l'accelerazione di gravità sulla luna, dove il suo periodo è 4.9 s. Sapendo che il suo periodo misurato sulla Terra è pari a 2 s, stimare l'accelerazione di gravità lunare.

10. Un pendolo semplice oscilla con un periodo di 4s: calcola la sua lunghezza. Se raddoppiassimo la lunghezza del filo, quale sarebbe il suo periodo? 4m; 5,7s

11. Un pendolo lungo 1m è sospeso al soffitto di un ascensore in movimento verso l'alto con accelerazione costante pari a 1m/s2. Si calcoli il periodo di oscillazione nel caso dell'ascensore in salita e nel caso in cui l'ascensore è fermo 1,9s; 2s

FISICA E REALTA'

Sino a pochi anni fa erano molto diffusi i dischi musicali in vinile, detti LP, che effettuavano 33 giri al minuto. Sapreste dire la frequenza in hertz e il tempo che impiegavano a compiere un giro completo?

I moderni CD invece girano in media 11 volte più veloci. Sapreste trovare anche in questo caso il periodo di rotazione?

Per gli LP la frequenza è

$$f = \frac{33giri}{1minuto} = \frac{33giri}{60secondi} = 0.55giri/s = 0.55Hz$$

Dunque il periodo corrispondente è

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.55Hz} = 1.82s$$

Per i CD, dal momento che il periodo è l'inverso della frequenza, se la frequenza di rotazione è 11 volte quella degli LP, il periodo di rotazione è 1/11 del periodo degli LP, ossia circa 160 ms.

Le oscillazioni di un'altalena

L'altalena compie delle oscillazioni grazie a una forza di eccitazione (un impulso esterno o il corpo della bambina). Se la forza viene esercitata con una frequenza pari a quella di oscillazione si ha un aumento dell'ampiezza, che in tal modo può crescere enormemente.

Esercizi di ricapitolazione

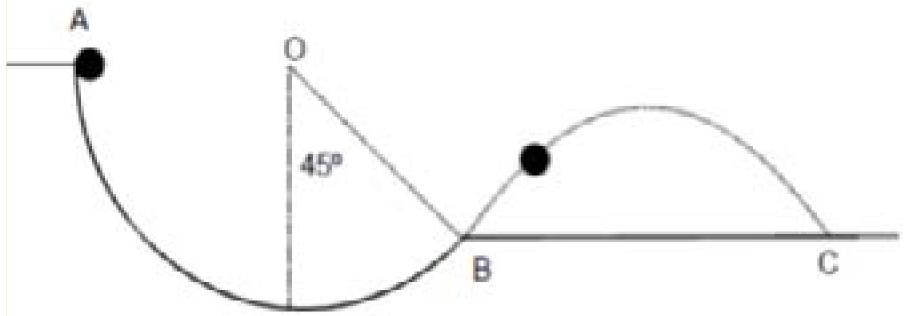
Una pallina di massa m viene lasciata libera di scivolare dal punto A indicato in figura e si muove accelerando su una superficie liscia di raggio R fino al punto B. Da questo punto la pallina si comporta come un proiettile fino a toccare il suolo nel punto C. si determini:

a. La reazione normale nel punto più basso della superficie circolare;

b. La velocità nel punto B;

c. La velocità nel punto più alto della parabola;

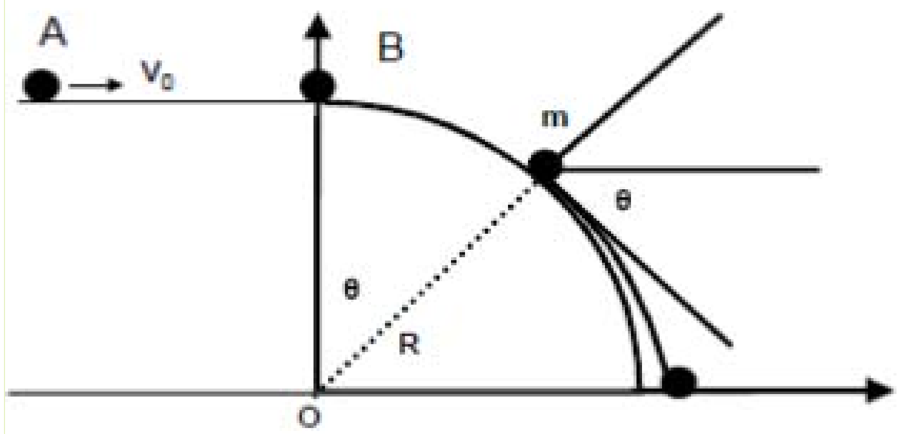
d. La distanza BC



Una pallina di massa m passa per il punto A muovendosi su una superficie orizzontale liscia con una velocità costante nota v0 . Quando passa per il punto B comincia ad accelerare su una superficie circolare liscia di raggio R come mostrato in figura. Quando si trova alla posizione tale che l'angolo θ sia 30° si stacca dalla superficie comportandosi come un proiettile. Si determini:

a. La velocità in funzione dell' angolo θ .

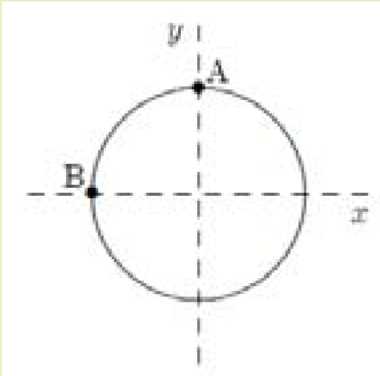
b. L' angolo θ in corrispondenza del quale la pallina perde il contatto con la superficie.



© Roberto Capone 2011

Test di autovalutazione

1. Un' auto giocattolo da corsa A si muove con velocità costante attorno al cerchio mostrato di seguito. Quando è al punto A sue coordinate sono x = 0, y = 3 m e la sua velocità è (6 m /s), i. Quando si è al punto B la sua velocità e accelerazione sono



A. −(6 m/s)j and (12 m/s2)i B. (6 m/s)i and −(12 m/s2)i C. (6 m/s)j and (12 m/s2)i
D. (6 m/s)i and (2 m/s2)j E. (6 m/s)j and 0

2. Un aereo fa una graduale rotazione di 90° durante il volo a una velocità costante di 200m/s. Il processo richiede 20,0 secondi per essere completato. L' accelerazione media nel piano vale:

A. zero B. 40 m/s^2 C. 20 m/s^2 D. 14 m/s^2 E. 10 m/s^2

3. Un aereo sta volando verso nord a 500 km / h. Fa un graduale virata di 180° a velocità costante, cambiando la sua direzione di marcia da nord a est a sud. Il processo dura 40s. L' accelerazione media (in km / h • s) è:

A. 12.5km/h •s, verso nord B. 12.5km/h •s, verso est C. 12.5km/h •s, verso sud D. 25km/h •s, verso nord E. 25km/h •s, verso sud

4. Un oggetto si muove su una traiettoria circolare di raggio π metri , ad una velocità costante di 4,0 m /s; il tempo necessario per una rivoluzione è:

A. 2/π^{2}s B. π^2/2 s C. π/2 s D. π^2/4 E. 2/π s

5. Una particella si muove a velocità costante di moto circolare. I vettori velocità istantanea e accelerazione istantanea sono:

A. entrambi tangenti alla traiettoria circolare
B. entrambi perpendicolari alla traiettoria circolare

C. perpendicolari l'uno all'altro
D. opposti l'uno all'altro
E. nessuna delle precedenti

6. Una pietra è legata ad una corda e viene fatta girare a velocità costante descrivendo una circonferenza. Se la velocità viene raddoppiata senza modificare la lunghezza della corda, l'accelerazione della pietra diventa:

A. la stessa
B. due volte più grande
C. quattro volte più grande
D. la metà
E. un quarto

7. Una pietra è legata ad una corda di 0,50 m e ruota ad una velocità costante di 4,0 m/s descrivendo un cerchio verticale. L'accelerazione nella parte più alta del cerchio è:

A. 9.8m/s^2, verso l'alto
B. 9.8m/s^2, verso il basso
C. 8.0m/s^2, verso il basso
D. 32m/s^2, verso l'alto
E. 32m/s^2, verso il basso

8. Un ventilatore ha le pale lunghe 50 cm. Quando è in funzione, i punti delle pale più lontani dal centro ruotano a 40 m/s. Calcola il periodo del moto delle pale.

A. 0,073s B. 0,076s C. 0,079s D. 0,082 s E. nessuna delle precedenti

9. Un punto si muove di moto circolare uniforme impiegando 1,2 s per descrivere un angolo di 30°. Qual è il periodo del moto?

A. 30s B. 36s C.14,4s D. mancano dei dati
E. nessuna delle precedenti

10. Qual è il rapporto a/v tra il modulo dell'accelerazione centripeta e il modulo della velocità vettoriale istantanea?

A. 1/ω B. ω^2 C. ωR D. 2πω

11. Un corpo si muove in senso antiorario su una circonferenza avente centro nell'origine delle coordinate e avente raggio uguale a 4 m; sapendo che al tempo t = 0 s il corpo si trova sull'asse delle y nel semipia-

no delle ordinate positive e che il corpo percorre 7 giri e 1/4 in 12 secondi, determina:

A. il vettore posizione all'istante t = 4 s ;
B. la velocità vettoriale media sull'intervallo di tempo $2\ s \le t \le 3{,}5\ s$;
C. l'accelerazione vettoriale media sull'intervallo di tempo $3\ s \le t \le 4\ s$;
D. l'accelerazione vettoriale istantanea all'istante t = 10 s ;
E. nessuna delle precedenti

12. Due cavallucci sono montati, a diversa distanza dal centro, su una giostra che gira. Quale grandezza è diversa per il moto dei due cavallucci?

A. il periodo T
B. la frequenza f
C. la velocità angolare ω
D. la velocità scalare v
E. nessuna delle precedenti

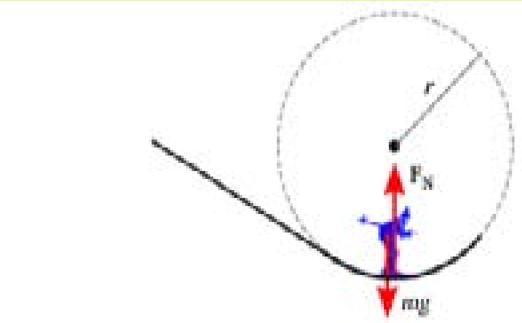
13. In un orologio ci sono tre lancette, quella dei secondi, quella dei minuti e quella delle ore. Quale gira con la frequenza maggiore?

A Quella dei secondi.
B Quella dei minuti.
C Quella delle ore
D Girano con la stessa frequenza

14. La valvola della ruota di una bicicletta gira con velocità costante di 12,56 m/s. La ruota ha un diametro di 50 cm. Quanto tempo impiega per fare un giro?

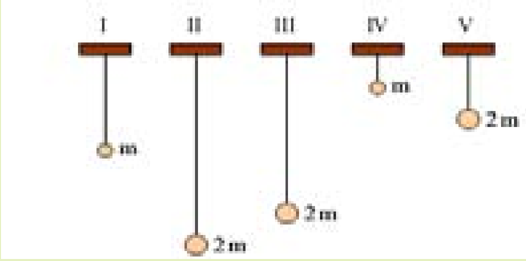
A 0,125 s **B 0,1 s** **C 1 s** **D 12,56**

15. Il disegno mostra una sciatrice, specialista di sci acrobatico, nel punto più basso di un trampolino, prima di un salto. In quel punto il trampolino ha una sagoma circolare con raggio di curvatura r. Due forze agiscono sulla sciatrice, il peso mg e la forza normale FN. Quale relazione lega la forza totale agente sulla sciatrice alla massa m, al modulo della velocità v e al raggio r? Assumi che il verso positivo sia verso l'alto



A. $F_N + mg = mv^2/r$. B. $F_N = mv^2/r$ C. $- mg = mv^2/r$. D. $F_N - mg = mv^2/r$.

16. Considera i cinque pendoli della figura. La lunghezza dei pendoli è disegnata in scala e le masse valgono tutte m o 2m, come indica in disegno. Quale dei cinque pendoli ha la frequenza di oscillazione più piccola?



1. II **2. V** **3. III** **4. IV** **5.I**

17. Il cavallo di una giostra descrive un giro completo in 12 secondi. Sapendo che la sua distanza dal centro della giostra è di 6 metri, la sua velocità sarà:

A. 3,14 m/s; **B. 6,28 m/s;** **C. 12,56 m/s;** **D. 6 m/s.**

18. Sul bordo esterno di una giostra è situata una automobilina che si muove con velocità pari a 1,6 m/s. Sapendo che il periodo di rotazione della giostra è 9,42 s, possiamo affermare che il raggio della giostra è:

A. 1,2 m; **B. 2,4 m;** **C. 4,8 m;** **D. 9,6 m.**

Ricava la formula per il modulo dell'accelerazione centripeta espressa in funzione della frequenza f e del raggio R. Scrivi tutti i passaggi.

Un corpo A si muove con velocità scalare costante lungo una circonferenza di raggio R. Un altro corpo B si muove su una circonferenza di raggio 2R; qual è il rapporto vA/vB tra le due velocità scalari se i due corpi hanno lo stesso modulo dell'accelerazione centripeta? Scrivi tutti i passaggi.