

FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE**❖ SCHEMA PER LA RICERCA DEL CAMPO DI ESISTENZA**

Funzione	Campo di esistenza
Funzioni razionali intere: $y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$	R
Funzioni razionali fratte: $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ con $P(x), Q(x)$ polinomi	$Q(x) \neq 0$
Funzioni irrazionali: $y = \sqrt[n]{f(x)}$	Se n è pari: $f(x) \geq 0$
	Se n è dispari: R
Funzioni logaritmiche (con base a costante): $y = \log_a f(x)$	$f(x) > 0$
Funzioni logaritmiche (con base a non costante): $y = \log_{a(x)} f(x)$	$\begin{cases} f(x) > 0 \\ a(x) > 0 \\ a(x) \neq 1 \end{cases}$
Funzioni esponenziali (con base a costante) $y = a^{f(x)}$	Il campo di esistenza coincide con quello di $f(x)$
Funzioni esponenziali (con base a non costante) $y = [a(x)]^{f(x)}$	$\{f(x) > 0\} \cap C.E. di g(x)$
Funzioni potenza: $y = f(x)^\alpha$	Coincide con il C.E. di $f(x)$ $f(x) \neq 0$ Coincide con il C.E. delle funzioni irrazionali $f(x) \geq 0$
Funzioni goniometriche	$y = \sin x, y = \cos x$ $y = \tan x$ $y = \cot x$ $x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ $x \neq k\pi$
Funzioni goniometriche inverse	$y = \arcsin x,$ $y = \arccos x$ $y = \arctan x,$ $y = \operatorname{arccot} x$ $x \in [-1; 1]$ $x \in [-1; 1]$ R R

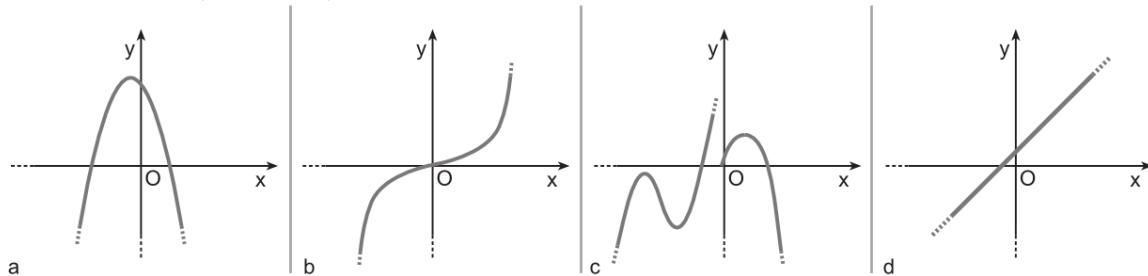
Stabilisci se ciascuna delle seguenti funzioni è iniettiva, suriettiva o biettiva

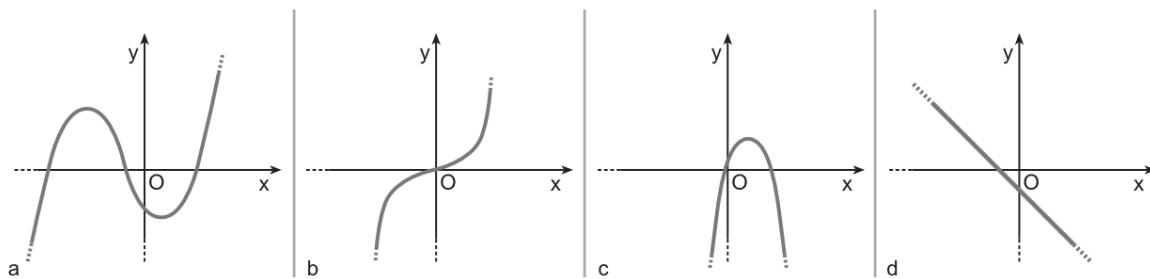
1	$y = 2x - 1$
2	$y = 2 - x$
3	$y = x^2 - 2x$
4	$y = -x^2$
5	$y = \frac{1}{2}x^2$
6	$y = \sqrt{x}$
7	$y = \frac{1}{x}$
8	$y = \sqrt{x^2 + 1} - 1$
9	$y = \frac{x-1}{2x+3}$
10	$y = e^x - 1$

Stabilisci se ciascuna delle seguenti funzioni è invertibile ed eventualmente determina l'equazione inversa

1	$y = e^{-2x} - 1$	11	$y = 1 - \log_2 x^3$
2	$y = 2 - \frac{1}{x-1}$	12	$y = \ln(x+1)$
3	$y = \sqrt[3]{2x+3}$	13	$y = \frac{2x-1}{x+1}$
4	$y = \ln(x^3 - 1)$	14	$y = \frac{x-1}{x+2}$
5	$y = \frac{e^x}{e^x + 1}$	15	$y = \sqrt[3]{x^2} + 1$
6	$y = \frac{1}{\sqrt{x^3 + 1}}$	16	$y = \frac{1}{2} \sin 2x$
7	$y = x^3 + 1$	17	$y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
8	$y = 1 + \sqrt[3]{x-1}$	18	$y = 2^x + 3$
9	$y = e^x - 1$	19	$y = \arcsin(x-1)$
10	$y = 2^{x-1} - 1$	20	$y = x^2 - 1$

Ciascuno dei seguenti grafici rappresenta una funzione $f: R \rightarrow R$. Indica per ognuno se si tratta di una funzione iniettiva, suriettiva, biettiva.

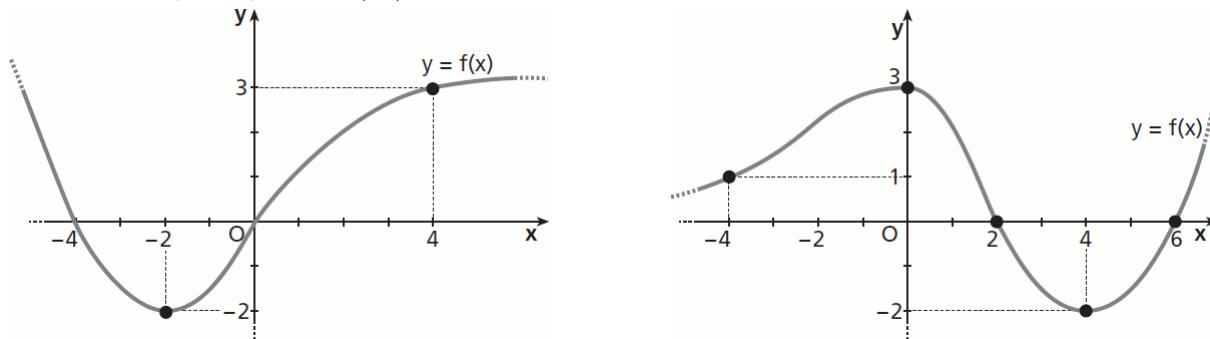




Date le seguenti funzioni f e g , determina $f \circ g$ e $g \circ f$:

1	$f(x) = 2x^2 + 1; g(x) = \sqrt{x+1}$.	$\left[(f \circ g)(x) = 2x + 3; (g \circ f)(x) = \sqrt{2x^2 + 2} \right]$
2	$f(x) = \sqrt{x+2}; g(x) = 2x^2 + 2$	$\left[(f \circ g)(x) = \sqrt{2x^2 + 4}; (g \circ f)(x) = 2x + 6 \right]$
3	$f(x) = \cos(3x); g(x) = 2\sqrt{x} + 1$.	$\left[(f \circ g)(x) = \cos(6\sqrt{x} + 3); (g \circ f)(x) = 2\sqrt{\cos(3x) + 1} \right]$
4	$f(x) = \sin(-x); g(x) = \sqrt{2x} - 7$.	$\left[(f \circ g)(x) = \sin(-\sqrt{2x} + 7); (g \circ f)(x) = \sqrt{2\sin(-x) - 7} \right]$
5	$f(x) = \sqrt{3x}; g(x) = \frac{\ln(x-2)}{x^2}$.	$\left[(f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{3\ln(x-2)}{x^2}}; (g \circ f)(x) = \frac{\ln(\sqrt{3x}-2)}{3x} \right]$
6	$f(x) = (x+1)^2; g(x) = x - \ln x$.	$\left[(f \circ g)(x) = (x - \ln x + 1)^2; (g \circ f)(x) = (x+1)^2 - 2\ln(x+1) \right]$

Data la funzione $y = f(x)$ rappresentata nel grafico della figura sotto, disegna i grafici delle funzioni $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$, $y = -f(x) - 1$, $y = f(-x)$.



Ricerca del Campo di esistenza

Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni algebriche		
1	$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 6x - 7}$	$] -\infty; -7 [\cup] -7; 1 [\cup] 1; +\infty [$
2	$y = \sqrt{10x - x^2}$	$[0; 10]$
3	$y = \frac{1}{3x^2 + 3x} + \sqrt[3]{x}$	$] -\infty; -1 [\cup] -1; 0 [\cup] 0; +\infty [$
4	$y = (1 + 5x - 6x^2)^{-\frac{1}{2}}$	$] -\frac{1}{6}; 1 [$

5	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^4 - 4x^2 + 3}}$	$] -\infty; -\sqrt{3} \cup] -\sqrt{3}; -1 \cup] -1; 1 \cup] 1; \sqrt{3} \cup] \sqrt{3}; +\infty[$
6	$y = \frac{1}{x^3 + x^2 + 2x}$	$] -\infty; 0 \cup] 0; +\infty[$
7	$y = \frac{x}{(2x+1)^2 - (x-1)^2}$	$] -\infty; -2 \cup] -2; 0 \cup] 0; +\infty[$
8	$y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 7x^2 - 8}$	
9	$y = \sqrt{ x-1 - 2}$	
10	$y = \frac{\sqrt{3- x }}{x^3 + 1}$	
11	$y = \frac{1}{\sqrt{2x-1-\sqrt{x}}}$	$\left[\frac{1}{2}; 1 \right] \cup] 1; +\infty[$
12	$y = \sqrt{x^2 + 5x - 6} + \sqrt{8 - x^3}$	$] -\infty; -6 \cup [1; 2]$
13	$y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x + 3}}$	$] -3; -2 \cup [2; +\infty[$
14	$y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}} + \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}}$	$] -2; -1 \cup [2; +\infty[$
15	$y = \sqrt{5-x} + \sqrt{x^2 - 4}$	$] -\infty; -2 \cup [2; 5]$
16	$y = \sqrt{\frac{x-3}{4- x }}$	$] -\infty; -4 \cup [3; 4[$
17	$y = \sqrt{\frac{9-x^2}{3\sqrt{x}}} + \frac{\sqrt[3]{x^2-2x}}{\sqrt[3]{ 2x-1 -3}}$	$] -\infty; -3 \cup] 2; 3]$
18	$y = \frac{2+5x^2}{x^5 + 3x^2 - x - 3}$	$[x \neq \pm 1 \wedge x \neq -3]$
19	$y = \frac{2+3x^2}{x^3 - x^2 - 4x + 4}$	$[x \neq \pm 2 \wedge x \neq 1]$
20	$y = \frac{\sqrt{x+5} + 2}{\sqrt{2x-3}}$	$\left[x > \frac{3}{2} \right]$
21	$y = \frac{\sqrt{x+2} + 3}{\sqrt{3x-2}}$	$\left[x > \frac{2}{3} \right]$
22	$y = \frac{\sqrt{3x-4}}{ 2+x - 2x + 1}$	$\left[x \geq \frac{4}{3} \wedge x \neq 3 \right]$
23	$y = \frac{\sqrt{2x-3}}{ 3+x - 3x + 1}$	$\left[x \geq \frac{3}{2} \wedge x \neq 2 \right]$
24	$y = \frac{x-3}{2x^2 + x - 1}$	$x \neq -1 \wedge x \neq \frac{1}{2}$
25	$y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 9}}$	$x < -3 \vee x > 3$
26	$y = \frac{5x}{3x^2 + 2x}$	$x \neq 0 \wedge x \neq -\frac{2}{3}$

27	$y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2+x}}$	$x < -\frac{1}{2} \vee x > 0$
28	$y = x^2 + \sqrt{x-3}$	$x \geq 3$
29	$y = \sqrt{3x-2} + \sqrt{x}$	$x \geq \frac{2}{3}$
30	$y = \sqrt{\frac{2x^2-x-1}{x+3}}$	

Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni trascendenti contenenti funzioni esponenziali e/o logaritmiche		
1	$y = \sqrt{e^{2x} - e^{3x}}$	$x \leq 0$
2	$y = (x-1)e^{-x}$	\mathbb{R}
3	$y = \log(\log x - 1)$	$x > 10$
4	$y = \sqrt{\ln(x+2)}$	$x \geq -1$
5	$y = \ln(x^2 - 4) + \sqrt{25 - x^2}$	$-5 \leq x \leq -2 \cup 2 < x \leq 5$
6	$y = \sqrt{2^{x^2-1} - 8}$	$x \leq -2 \cup x \geq 2$
7	$y = \sqrt{\ln(4-x) - 2\ln(x-2)}$	$2 < x \leq 3$
8	$y = \ln\left(\frac{e^x - \sqrt{e^{x+1}}}{x-2}\right)$	$x < 1 \cup x > 2$
9	$y = \sqrt{2 - \log_{\frac{1}{2}}x} + \ln(3 - \log_2 x)$	$1/4 \leq x < 8$
10	$y = \sqrt{(\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 3}$	$0 < x \leq 2 \cup x \geq 8$
11	$y = \sqrt{e^x} + \ln 2x^2 + x - 3 $	$x \neq -\frac{3}{2}; x \neq 1$
12	$y = \ln\left(\frac{x^4 - 81}{x^2 + 2x}\right)$	
13	$y = \frac{\ln e^x - 1 }{e^{x^2+4x-5} - 1}$	$x \neq -5; x \neq 0; x \neq 1$
14	$y = \ln(\ln^2 x^2 - 1) + \sqrt{x}$	
15	$y = \ln\left(e^x - \frac{1}{e^{x+1}}\right)$	$x > -\frac{1}{2}$
16	$y = \sqrt{\frac{1}{e^{-x}} - e^{\frac{1}{x}}}$	$-1 \leq x < 0 \cup x \geq 1$
17	$y = e^{\frac{x+1}{x^3-2x^2-x+2}}$	$x \neq -1; x \neq 1; x \neq 2$
18	$y = \sqrt{2^{x+1} - \sqrt{\frac{1}{2^x} + \log_2(3 - \log_2 x)}}$	$-5 < x < -1 \cup 1/3 < x < 1$
19	$y = \sqrt[3]{\log_2 3 - \log_2 x}$	$]0; \infty[$
20	$y = \log(\log_2 3 - \log_2 x)$	$]0; 3[$
21	$y = \sin(\log_2 3 - \log_2 x)$	$]0; \infty[$
22	$y = \log(2 \cdot 3^x - 5 \cdot 4^x)$	$]-\infty; \frac{\log 5 - \log 2}{\log 3 - \log 4}[$

23	$y = \log(2 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x)$	$\left[-1; \frac{1}{2}\right]$
24	$y = \log(2 \sin x^2 + (4 - \sqrt{3}) \sin x - 2\sqrt{3})$	
25	$y = \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{5 - 2^x}\right)^{\sqrt{x-2}}$	
26	$y = \left(\frac{-3^x + 2}{\log_2 x - 1}\right)^{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}}$	
27	$y = \left(\frac{3 \arcsin x + \pi}{4 \arccos x - 3\pi}\right)^{\sqrt{\log(x^2 - 5x + 5)}}$	
28	$y = \log \log_{3x^2+4x+1}(3x^2 + 2x)$	
29	$y = \frac{\log_4(x^2 + x - 2) - 1}{\log_2(x^2 + 3x + 2) - 1}$	
30	$y = \sqrt[4]{\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x - \sqrt{2}}}$	

Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni di vario tipo

1	$y = \sqrt{\frac{x+2}{x+5}}$	$x < -5 \cup x \geq -2$
2	$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+5}}$	$x \geq -2$
3	$y = \log_2(2x + 3) - \log_2(5x - 10)$	$-\frac{3}{2} < x < 2$
4	$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x+5}}$	$x \geq -2$
5	$y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x+5}}$	$x \neq -5$
6	$y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x+5}}$	$x > -5$
7	$y = \frac{1}{25^x - 125}$	$x \neq \frac{3}{2}$
8	$y = \frac{1}{3 - \ln x} + \frac{1}{4 - 8^x}$	
9	$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-2)}$	$2 < x \leq 3$
10	$y = \frac{1}{\ln(x^2 + x + 1)}$	
11	$y = \sqrt{\frac{x^2 + 5x - 6}{x}}$	
12	$y = \sqrt{2x^2 - 18} + \sqrt{7-x}$	$x \leq -3 \cup 3 \leq x \leq 7$

13	$y = \frac{\sqrt{5x - x^2}}{x - 3}$	$0 \leq x \leq 5 \cup x \neq 3$
14	$y = \ln\left(\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 + 1}\right)$	$x < -1 \cup x > 6$
15	$y = \frac{\sqrt{5^x - 25}}{3^x - 1}$	$x \geq 2$
16	$y = \left(\frac{2\sin x - 1}{2\cos x - 1}\right)^{\sqrt{2}}$	
17	$y = \log \frac{\cot gx - \sqrt{3}}{\sqrt{2} \cos x - 1}$	
18	$y = \left(\frac{3x - 2}{x^2 + 3x - 10}\right)^{\sin x}$	
19	$y = \left(\frac{3x - 2}{x^2 + 3x - 10}\right)^{\sqrt{3x-2}}$	
20	$y = \log(2x^2 + x - 2 - 1)$	
21	$y = \log(x + 3 - 2x + 1)$	
22	$y = \sqrt[4]{2 - \left \frac{2x+1}{x-3}\right }$	
23	$y = \log(x + 1 - x - 1)$	
24	$y = \log(x + 3 - x - 1)$	
25	$y = \arcsin x^2 + x - 1 $	
26	$y = \arcsin(x^2 + x - 4 - 1)$	
27	$y = \log(x - 2 - x - 6)$	
28	$y = \log(x^2 + 3 - x^2 - 1)$	
29	$y = \log(x^2 - 2 - x^2 - 6)$	
30	$y = \log(x^2 + 3 - x^2 - 1)$	

Ulteriori esercizi

1	$y = \frac{3x - 1}{x + 2}$	
2	$y = \sqrt{\frac{2x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 7x + 3}}$	

3	$y = \sqrt{\log(x - 3)}$	
4	$y = \sqrt{x^2 - 9} + \log(16 - x^2) + \frac{1}{x^2}$	
5	$y = \sqrt{\log\left(\frac{6x+1}{2}\right)} - \sqrt{x^2 - 4} + e^x - 3^{\sqrt{x+2}}$	
6	$y = \sqrt{\frac{ x^2 - 3 + 2x}{ x }}$	
7	$y = \sqrt{\frac{2\sin x - \sqrt{2}}{2\sin x - 1}}$	
8	$y = \sqrt{\frac{\log(x^2 - 3x + 3)}{\log x}}$	
9	$y = \sqrt{3\ln^2 x - 7\ln x + 4}$	$]0; e[\cup [e^{\frac{4}{3}}; +\infty[$
10	$y = \sqrt{\frac{\log_3 x - 3 + 1}{\log_3 x^2 - 3 }}$	$]-\infty; -2[\cup]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[\cup]2; 8/3] \cup \left[\frac{10}{3}; +\infty\right[$
11	$y = e^{\sqrt[3]{\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}}}$	$]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$
12	$y = e^{\sqrt{\frac{\sin x}{2\cos x - 1}}}$	$\left[0 + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right] \cup \left[\pi + 2k\pi; \frac{5}{3}\pi + 2k\pi\right]$
13	$y = \arcsin\left(\frac{x^2 - 1}{4x - 4}\right)$	$[-5; 1[\cup]1; 3]$
14	$y = \left(\frac{3\arcsinx + \pi}{4\arcsinx - 3\pi}\right)^{\sqrt{\ln(x^2 - 3x + 3)}}$	$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
15	$y = \sqrt{\frac{\ln(x + 1)}{\ln x }}$	$]-1; 0[\cup]1; +\infty[$
16	$y = \frac{\ln(1 - x^2)}{\sqrt{x - x^2}}$	$]0; 1[$
17	$y = \sqrt{\ln(x^2 - x - 1)}$	$]-\infty; -1] \cup [2; +\infty[$
18	$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 4) + 2}$	$\{0\}$
19	$y = \sqrt{\ln(x + x + 1)}$	\mathbb{R}
20	$y = \ln(e^x - 1)$	$]0; +\infty[$
21	$y = \sqrt{\frac{\ln x^2 - 2}{\ln(x+1)}}$	$]-1; 0[\cup [e; +\infty[$
22	$y = e^{\sqrt{3x^2 + 6x - 3}}$	$]-\infty; -\sqrt{2} - 1[\cup [\sqrt{2} - 1; +\infty[$
23	$y = \sqrt{\frac{e^x - 1}{e^x + 1}}$	$[0; +\infty[$
24	$y = \sqrt{\pi - \arcsinx}$	$[-1; 1]$
25	$y = \ln\left(\frac{x^2 - 3x}{x+1}\right)$	$]-1; 0[\cup]3; +\infty[$

26	$y = \sqrt{\log_2(x-2) - \log_4 x} + \sqrt{3 \log_8 x - 4}$	[16; $+\infty$ [
27	$y = \log_2 \frac{3-2x}{\ln x-2 }$	
28	$y = \frac{\sqrt{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}}{3x^2 - x}$	
29	$y = \frac{\sqrt{\ln(x-2) + \ln(x+5) - \ln(x^2-7x)}}{\sqrt{8}-2^{x-6}}$	$] -\infty; 7[\cup]7; \frac{15}{2}[\cup]\frac{15}{2}; +\infty[$
30	$y = \frac{\sqrt{2x+3-\sqrt{x-1}} + \ln(\sqrt{x^2+1-2x})}{\ln(4-x)}$	$]1; 3[\cup]3; 4[$
31	$y = \log_x(2x^2 - x)$	$\left] \frac{1}{2}; 1 \right[\cup]1; +\infty[$
32	$y = \ln \ln \ln(x-1)$	
33	$y = \frac{\ln(4^x - 4 \cdot 2^x - 32)}{\sqrt{4^x + 8} - \sqrt{32 - 2 \cdot 2^x}}$	$]3; 4]$
34	$y = \sqrt{\log_2 \frac{x-1}{x-3} - 1}$	$]3; 5]$
35	$y = \frac{\sqrt{x-2}}{\ln \ln x}$	$[2; e[\cup]e; +\infty[$
36	$y = \sqrt{\frac{x-5}{3x^2 - 5x - 2}}$	$\left] -\frac{1}{3}; 2 \right[\cup [5; +\infty[$
37	$y = \sqrt{x+7} - \sqrt{4x-3}$	$\left[\frac{3}{4}; +\infty \right[$
38	$y = \sqrt{e^{\frac{x-1}{x}} - 1}$	$] -\infty; 0[\cup [1; +\infty[$
39	$y = \frac{e^{\sqrt{1-x^2}}}{ x }$	$[-1; 0[\cup]0; 1]$
40	$y = \sqrt{\ln \frac{3-x}{1-x^2}}$	$] -1; 1[$
41	$y = \log(14 + 5x - x^2) + \sqrt{x}$	
42	$y = \log(x+1) + \log(x-3)$	
43	$y = \log(x+1)(x-3)$	
44	$y = \log(x^2 - 5x + 6)^2$	
45	$y = \left(\frac{\arcsinx + \pi}{4\arccosx - 3\pi} \right)^{\sqrt{\log(x^2-5x+2)}}$	

BIBLIOGRAFIA

L. Sasso - "Nuova matematica a colori" – Petrini

D'Apice-Manzo – "Verso l'esame di matematica" – CUES

R. Capone Esercitazioni di Matematica Campo di esistenza delle funzioni reali di una variabile reale

Bergamini-Trifone-Barozzi "Matematica.blu.2.0" – Zanichelli

Renato Fiorenza – Esercitazioni di analisi matematica vol.1 – Liguori editore