PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA II

CORSO DI STUDI IN INGEGNERIA EDILE - ARCHITETTURA – A.A. 2018/19

Proff. Antonio VITOLO, Roberto CAPONE

Successioni e Serie	Richiami sulle successioni numeriche: convergenza, successioni monotone. Successioni di funzioni: convergenza puntuale, uniforme, con esempi, teoremi di continuità del limite uniforme, **teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata**. Richiami sulle serie numeriche: convergenza, condizione necessaria, assoluta convergenza, criteri per serie a termini positivi e a segni alterni. Serie geometrica. Serie di funzioni: somma, convergenza puntuale, uniforme, totale, **teorema della convergenza totale**, con esempi, teoremi di continuità della somma, integrazione e derivazione termine a termine, derivabilità del limite. Serie di potenze: **insieme di convergenza**, calcolo del raggio di convergenza, indefinita derivabilità termine a termine, sviluppabilità in serie di Taylor della somma di una serie. Cambiamenti di variabile nello studio delle serie di funzioni. Serie di Taylor associata ad una funzione indefinitamente derivabile e sviluppabilità in serie di Taylor. Principali sviluppi in serie di Taylor, in particolare di Mac Laurin (serie geometrica, esponenziale, seno, coseno, ...)
Funzioni di più variabili reali	Elementi di topologia in R^n; disuguaglianza di Cauchy-Schwarz; proiezioni e sezioni di un sottoinsieme di R^n. Insiemi connessi di R^n. Funzioni reali di più variabili reali; diagramma di una funzione reale di più variabili reali; estremi, minimi e massimi assoluti e relativi. Funzioni vettoriali. Campo di esistenza per le funzioni di due variabili reali. Curve nel piano cartesiano. Curve di livello. Limiti e continuità per le funzioni reali di più variabili reali; infinitesimi, infiniti e loro ordine; caratterizzazione delle funzioni continue; teorema di Bolzano; massimi e minimi; teorema di Weiestrass; teorema degli zeri; teorema di Cantor. Omeomorfismi. Derivate parziali e loro significato geometrico; derivabilità e gradiente. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili a valori reali e vettoriali. Nozione di differenziale per una funzione reale di più variabili reali; **condizione sufficiente per la differenziabilità: continuità delle derivate parziali;** operazioni sulle funzioni differenziabili. Derivate di ordine superiore: **teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione**; teorema di Lagrange per le funzioni reali di più variabili reali; funzioni con derivate parziali identicamente nulle. Differenziabilità. **Relazione tra continuità e differenziabilità**; derivate direzionali e **formula del gradiente**; significato geometrico del gradiente; regolarità degli insiemi di livello.

	Massimi e minimi locali o relativi; **teorema di Fermat** (condizione necessaria del primo ordine). Calcolo dei massimi e minimi relativi: punti critici; segnatura delle forme quadratiche e delle matrici simmetriche; hessiano (condizioni necessarie e sufficienti del secondo ordine); hessiano nullo. Funzioni convesse e concave: test dell'hessiana. Calcolo di massimi e minimi su domini chiusi e limitati. Massimi e minimi vincolati: metodo dei moltiplicatori di Lagrange e suo significato geometrico.
Integrali multipli	Somme di Riemann; convergenza delle somme di Riemann; definizione di integrale doppio; integrabilità delle funzioni continue; proprietà dell'integrale doppio. Domini normali o semplici. Calcolo di integrali doppi su rettangoli; formule di riduzione degli integrali doppi; integrazione su domini semplici e unioni finite di domini semplici. Applicazioni dell'integrale doppio: la densità; il centro di massa; momenti d'inerzia. Cambiamento di variabili negli integrali doppi: jacobiano di una trasformazione; teorema del cambiamento di variabili; coordinate polari. Integrali tripli, formule di riduzione per fili e per strati. Cambiamento di variabili negli integrali tripli: coordinate cilindriche e coordinate sferiche.
Curve e integrali curvilinei	Curve piane e sghembe: curve semplici aperte; curve semplici chiuse; curve semplici piane rappresentate in coordinate polari; orientamento delle curve semplici; curve semplici regolari; curve semplici rettificabili; sistema di ascisse curvilinee su una curva semplice. Lunghezza di un arco di curva; lunghezza di un arco di curva piana semplice e regolare; l'elica cilindrica; la cicloide; la spirale di Archimede; la spirale logaritmica. Teorema di rettificabilità; curve equivalenti; **teorema sulla lunghezza di curve equivalenti**. Integrale curvilineo di una funzione di due o di tre variabili e **indipendenza dalla parametrizzazione**.
Forme differenziali	Forme differenziali lineari; integrale su una curva di una forma differenziale e **indipendenza dalla parametrizzazione**; integrale su curve generalmente regolari; teorema fondamentale per gli integrali di forme differenziali su una curva: forme differenziali esatte e **formula fondamentale per il calcolo dell'integrale**. Domini connessi e **caratterizzazione delle forme differenziali esatte**. Forme differenziali chiuse; **chiusura ed esattezza** delle forme differenziali in aperti connessi, stellati e semplicemente connessi. Interpretazione fisica di forme differenziali e integrali di linea: campi vettoriali; lavoro di una forza; circuitazione. Analisi vettoriale: gradiente, divergenza e rotore; campi conservativi; corrispondenza tra esattezza delle forme differenziali e caratterizzazione dei campi conservativi.

Domini regolari del piano. Relazione tra integrale doppio e integrale di forme differenziali sul bordo del dominio: **formule di Gauss-Green nel piano**. Applicazioni delle formule di Gauss-Green: **teorema della divergenza nel piano**; **teorema di Stokes**; **criterio di esattezza delle forme differenziali negli aperti semplicemente connessi**; **calcolo di aree di domini piani**.

Equazioni differenziali

Equazioni differenziali in forma normale. Tecniche di soluzione per equazioni differenziali del primo ordine. Esempi di equazioni differenziali, terminologia, soluzione generale, problema di Cauchy, forma normale, equazioni del primo ordine a variabili separabili, equazioni del primo ordine in forma normale con f(x,y) combinazione lineare di x e y. Equazioni omogenee con f(x,y)=f(x/y).

Equazioni differenziali e sistemi. Esistenza e unicità di soluzioni: struttura della soluzione generale di una equazione lineare omogenea, sistemi di equazioni del primo ordine e problema di Cauchy, equazioni differenziali di ordine superiore e sistemi di equazioni del primo ordine; **equivalenza tra equazioni differenziali di ordine n e sistemi di n equazioni differenziali del primo ordine**.

Problema di Cauchy per equazioni e sistemi del primo ordine: condizioni iniziali, significato geometrico, funzioni lipschitziane, **teorema di esistenza e unicità locale per il problema di Cauchy**, equazione integrale equivalente, dimostrazione (per le equazioni) con il metodo delle approssimazioni successive; condizioni per l'esistenza di soluzioni in grande.

Equazioni differenziali lineari, condizioni di unicità ed esistenza in grande delle soluzioni di un problema di Cauchy: esempi e controesempi, operatori differenziali lineari, unicità ed esistenza in grande delle soluzioni di un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine e di un'equazione differenziale di ordine superiore, spazio vettoriale delle soluzioni dell'equazione omogenea, tecniche di soluzione per equazioni differenziali del primo ordine e di ordine superiore a coefficienti costanti, caratterizzazione dell'insieme delle soluzioni di un'equazione differenziale lineare non omogenea come traslato dello spazio vettoriale delle soluzioni dell'equazione omogenea associata.

Equazioni differenziali lineari non omogenee del primo ordine. Fattore integrante. Equazioni di Bernoulli.

Equazioni differenziali lineari omogenee e non omogenee. Polinomio caratteristico: soluzioni esponenziali e trigonometriche. Il caso delle soluzioni coincidenti. Wronskiano e condizione di lineare indipendenza. Soluzioni particolari delle equazioni del secondo ordine a coefficienti costanti in caso di termini noti di tipo polinomiale, trigonometrico ed esponenziale.

Superfici e integrali superficiali

Superfici regolari. Vettore normale. Equazione del piano tangente. Versore normale. Casi particolari: grafici di funzioni di due variabili, superfici cilindriche.

Prodotto vettoriale e area del parallelogramma. Area di una superficie parametrica, di grafici di funzioni di due variabili, di superfici di rotazione. Flusso attraverso una superficie e teorema della divergenza in tre dimensioni. Superfici con bordo e orientamento, rotore e teorema di Stokes.