

## 01 EQUAZIONI E DISEQUAZIONI

### ESERCIZI

#### 1. LE DISEQUAZIONI E LE LORO PROPRIETÀ

Rappresenta su una retta orientata l'unione dei seguenti insiemi e scrivi il risultato anche con le disuguaglianze e con le parentesi quadre.

$$1 \text{ A} \quad \{x \in \mathbf{R} \mid x > -2\} \cup \{x \in \mathbf{R} \mid -5 \leq x \leq -2\} \quad [x \geq -5; [-5; +\infty[$$

$$1 \text{ B} \quad \{x \in \mathbf{R} \mid x < 5\} \cup \{x \in \mathbf{R} \mid 5 \leq x < 7\} \quad [x < 7; ]-\infty; 7[$$

Risolvi la seguente disequazione, applicando il primo o il secondo principio di equivalenza. Per ogni passaggio indica quale principio hai applicato.

$$2 \text{ A} \quad 7x - 7 > 2x + 8 \quad [x > 3]$$

$$2 \text{ B} \quad 2 - 8x > -7x - 3 \quad [x < 5]$$

#### 2. LE DISEQUAZIONI DI PRIMO GRADO

Risolvi le seguenti disequazioni intere numeriche.

$$3 \text{ A} \quad 3\left(2x - \frac{x+2}{2}\right) \geq 6(x+1) + \frac{2x-4}{3} - x - 10 \quad [x \leq 2]$$

$$3 \text{ B} \quad 3\left(2x - 2 - \frac{x+1}{2}\right) \geq 6x + \frac{2x-6}{3} - x - 9 \quad [x \leq 3]$$

$$4 \text{ A} \quad 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{4}\right) + 8\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{2}x\right) < \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) + x^2 \quad \left[x < -\frac{6}{7}\right]$$

$$4 \text{ B} \quad 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(x - \frac{1}{3}\right) - 4\left(\frac{1}{6}x - \frac{5}{3}\right) > \left(2x + \frac{1}{3}\right)\left(2x - \frac{1}{3}\right) - x^2 \quad \left[x < \frac{29}{3}\right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni intere letterali.

$$5 \text{ A} \quad ax - (1-a)(x+1) > (a-1)(a+1) + x \quad \left[ a > 1, x > \frac{a}{2}; a < 1, x < \frac{a}{2}; a = 1, \text{ non esiste } x \in \mathbf{R} \right]$$

$$5 \text{ B} \quad ax + (1+a)(x+1) > (1-a)(a+1) - x \quad \left[ a > -1, x > -\frac{a}{2}; a < -1, x < -\frac{a}{2}; a = -1, \text{ non esiste } x \in \mathbf{R} \right]$$

$$6 \text{ A} \quad 2a + \frac{2-x}{3} - \frac{3ax+1}{6} > 0$$

$$\left[ a > -\frac{2}{3}, x < \frac{3(4a+1)}{3a+2}; a < -\frac{2}{3}, x > \frac{3(4a+1)}{3a+2}; a = -\frac{2}{3}, \text{ non esiste } x \in \mathbf{R} \right]$$

$$6 \text{ B} \quad a - \frac{x+1}{4} + \frac{4-2ax}{8} < 0$$

$$\left[ a > -1, x > \frac{4a+1}{a+1}; a < -1, x < \frac{4a+1}{a+1}; a = -1, \forall x \in \mathbf{R} \right]$$

Risolvi la seguente disequazione.

$$7 \text{ A} \quad -2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x+3)(x-4) \geq 0 \quad \left[ x \leq -3 \vee -\frac{1}{2} \leq x \leq 4 \right]$$

$$7 \text{ B} \quad -\frac{1}{3}(x-6)(x+2)\left(x - \frac{1}{3}\right) \leq 0 \quad \left[ -2 \leq x \leq \frac{1}{3} \vee x \geq 6 \right]$$

### 3. LE DISEQUAZIONI DI SECONDO GRADO

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche intere.

$$8 \text{ A} \quad \left(\frac{4}{3} - x\right)^2 > \frac{1}{3} - (x-1)\left(x - \frac{1}{3}\right) \quad \left[ x < \frac{2}{3} \vee x > \frac{4}{3} \right]$$

$$8 \text{ B} \quad \left(\frac{4}{3} + 2x\right)^2 > \frac{1}{3} - (2x+1)\left(2x + \frac{1}{3}\right) \quad \left[ x < -\frac{2}{3} \vee x > -\frac{1}{2} \right]$$

$$9 \text{ A} \quad 1 - (4x-1) + \frac{1-x^2}{2} > \frac{3-9x^2}{2} \quad \left[ x \neq \frac{1}{2} \right]$$

$$9 \text{ B} \quad (2x+1) + \frac{2x+x^2}{2} - 1 < \frac{2-2x+9x^2}{2} \quad \left[ x \neq \frac{1}{2} \right]$$

$$10 \text{ A} \quad (x+1)\left(\frac{5x-3}{12} - \frac{x+2}{6} - \frac{x-1}{4}\right) \leq -\frac{(x+4)^2}{3} \quad [\text{non esiste } x \in \mathbf{R}]$$

$$10 \text{ B} \quad (x+2)\left(\frac{5x+2}{12} - \frac{x+3}{6} - \frac{x}{4}\right) \leq -\frac{(x+5)^2}{3} \quad [\text{non esiste } x \in \mathbf{R}]$$

Risolvi la seguente disequazione letterale intera.

$$11 \text{ A} \quad 3x^2 - 12kx > (k-1)(5k-1) + 2x(x-4k)$$

$$\left[ k > \frac{1}{3}, x < 1-k \vee x > 5k-1; k = \frac{1}{3}, x \neq \frac{2}{3}; k < \frac{1}{3}, x < 5k-1 \vee x > 1-k \right]$$

$$11 \text{ B} \quad 2x^2 - 4kx > (k+1)(3k+1) + x(x-2k)$$

$$\left[ k > -\frac{1}{2}, x < -k-1 \vee x > 3k+1; k = -\frac{1}{2}, x \neq -\frac{1}{2}; k < -\frac{1}{2}, x < 3k+1 \vee x > -k-1 \right]$$

#### 4. LE DISEQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO E LE DISEQUAZIONI FRATTE

Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo.

$$12 \text{ A} \quad x^6 + 7x^3 - 8 > 0 \quad [x < -2 \vee x > 1]$$

$$12 \text{ B} \quad x^6 - 7x^3 - 8 > 0 \quad [x < -1 \vee x > 2]$$

$$13 \text{ A} \quad x^3 - 6x^2 + 5x + 12 < 0 \quad [x < -1 \vee 3 < x < 4]$$

$$13 \text{ B} \quad x^3 + 4x^2 - 7x - 10 < 0 \quad [x < -5 \vee -1 < x < 2]$$

$$14 \text{ A} \quad x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x < 0 \quad [-3 < x < -1 \vee 0 < x < 2]$$

$$14 \text{ B} \quad x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 12x < 0 \quad [-4 < x < -1 \vee 0 < x < 3]$$

Risolvi le seguenti disequazioni fratte.

$$15 \text{ A} \quad \frac{x^2 - 20x + 64}{x^2 - 1} \geq 0 \quad [x < -1 \vee 1 < x \leq 4 \vee x \geq 16]$$

$$15 \text{ B} \quad \frac{x^2 - 12x + 32}{x^2 - 4} \geq 0 \quad [x < -2 \vee 2 < x \leq 4 \vee x \geq 8]$$

$$16 \text{ A} \quad \frac{2}{1-x} + \frac{12}{x^2-1} > 1 + \frac{3}{x+1} \quad [-7 < x < -1 \vee 1 < x < 2]$$

$$16 \text{ B} \quad \frac{3}{x-1} + \frac{12}{x^2-1} > 1 - \frac{2}{x+1} \quad [-2 < x < -1 \vee 1 < x < 7]$$

Risolvi la seguente disequazione fratta letterale.

$$17 \text{ A} \quad \frac{-x^2 + 2ax + 3a^2}{x-2a} < 0 \quad [a > 0, -a < x < 2a \vee x > 3a; a = 0, x > 0; a < 0, 3a < x < 2a \vee x > -a]$$

$$17 \text{ B} \quad \frac{-x^2 + 5ax - 4a^2}{x+a} < 0 \quad [a > 0, -a < x < a \vee x > 4a; a = 0, x > 0; a < 0, 4a < x < a \vee x > -a]$$

### 5. I SISTEMI DI DISEQUAZIONI

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

$$18 \text{ A} \quad \begin{cases} \frac{x}{3} - 1 < \frac{3x-5}{4} \\ x(x-1) < 12 \\ (x+2)^2 > 4x+8 \end{cases} \quad [2 < x < 4]$$

$$18 \text{ B} \quad \begin{cases} \frac{x}{3} + 1 < \frac{3x+4}{4} \\ x(x-2) < 15 \\ (x-2)^2 > 20-4x \end{cases} \quad [4 < x < 5]$$

$$19 \text{ A} \quad \begin{cases} \frac{x^2+6x+5}{x^2-8x+7} < 0 \\ (x-1)^2 + x^2 < 1+3x \end{cases} \quad \left[1 < x < \frac{5}{2}\right]$$

$$19 \text{ B} \quad \begin{cases} \frac{x^2+5x+4}{x^2-9x+14} < 0 \\ (x+1)^2 + x^2 + x < 1 \end{cases} \quad \left[-\frac{3}{2} < x < -1\right]$$

$$20 \text{ A} \quad \begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 < 0 \\ \frac{2x+1}{3} > \frac{x-3}{2} + 1 \\ x^2 > -3x \end{cases} \quad \left[0 < x < \frac{1}{2}\right]$$

$$20 \text{ B} \quad \begin{cases} x^2 - x - 3 < 0 \\ \frac{2x+3}{3} > \frac{x-2}{2} + 1 \\ x^2 > -2x \end{cases} \quad \left[0 < x < \frac{3}{2}\right]$$

## 6. LE EQUAZIONI E LE DISEQUAZIONI CON IL VALORE ASSOLUTO

Risolvi le seguenti equazioni che contengono valori assoluti.

$$21 \text{ A} \quad |3x-4|-3=4(x+1)-2(x+4) \quad [x=1 \vee x=3]$$

$$21 \text{ B} \quad |3x-7|-3+2(x+3)=4x \quad [x=2 \vee x=4]$$

$$22 \text{ A} \quad |x+5|=7-|x| \quad [x=-6 \vee x=1]$$

$$22 \text{ B} \quad |x|+|x-3|=5 \quad [x=-1 \vee x=4]$$

Risolvi le seguenti disequazioni con il valore assoluto.

$$23 \text{ A} \quad |2-x|-2x \geq 1 \quad \left[ x \leq \frac{1}{3} \right]$$

$$23 \text{ B} \quad |1-x|-3 \geq 2x \quad \left[ x \leq -\frac{2}{3} \right]$$

$$24 \text{ A} \quad 3 < 2+|x+3| \quad [x < -4 \vee x > -2]$$

$$24 \text{ B} \quad 4 < 2+|x-2| \quad [x < 0 \vee x > 4]$$

$$25 \text{ A} \quad \left| \frac{2x-5}{x-2} \right| < 1 \quad \left[ \frac{7}{3} < x < 3 \right]$$

$$25 \text{ B} \quad \left| \frac{2x-3}{x-1} \right| < 1 \quad \left[ \frac{4}{3} < x < 2 \right]$$

$$26 \text{ A} \quad \left| \frac{3-2x}{x+6} \right| > 1 \quad [(x \neq -6 \wedge x < -1) \vee x > 9]$$

$$26 \text{ B} \quad \left| \frac{1-2x}{x+7} \right| > 1 \quad [(x \neq -7 \wedge x < -2) \vee x > 8]$$

Risolvi il seguente sistema di disequazioni con il valore assoluto.

$$27 \text{ A} \quad \begin{cases} |6-x| < \frac{x}{3} + 2 \\ |2-x| < \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \end{cases} \quad [3 < x < 5]$$

$$27 \text{ B} \quad \begin{cases} |8-x| < \frac{1}{3}x \\ \left| \frac{3}{2}x-9 \right| > \frac{3}{5}x \end{cases} \quad [10 < x < 12]$$

## 7. LE EQUAZIONI E LE DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

Risolvi la seguente equazione irrazionale.

$$28 \text{ A} \quad \sqrt{8-2x-x^2} - x - 2 = 0 \quad \left[ x = \frac{-3+\sqrt{17}}{2} \right]$$

$$28 \text{ B} \quad \sqrt{5+4x-x^2} - x + 1 = 0 \quad \left[ x = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \right]$$

Risolvi le seguenti disequazioni irrazionali.

$$29 \text{ A} \quad \sqrt{x^2+4x+3} < x+2 \quad [x \geq -1]$$

$$29 \text{ B} \quad \sqrt{x^2+6x+8} < x+3 \quad [x \geq -2]$$

$$30 \text{ A} \quad \sqrt{2x-3} - 3 + x > 0 \quad [x > 2]$$

$$30 \text{ B} \quad \sqrt{2x-5} - 4 + x > 0 \quad [x > 3]$$

$$31 \text{ A} \quad \sqrt{6-x} - \sqrt{2x+11} \leq 0 \quad \left[ -\frac{5}{3} \leq x \leq 6 \right]$$

$$31 \text{ B} \quad \sqrt{7-x} - \sqrt{2x+9} \geq 0 \quad \left[ -\frac{9}{2} \leq x \leq -\frac{2}{3} \right]$$