

IL CONCETTO DI NUMERO

ALCUNE TEORIE

LIBRO PER TEORIE E SENSE NUMBER

Paoli Francesco (2014). *Didattica della matematica: dai tre agli undici anni*. Carocci editore

LA TEORIA DI PIAGET

La genesi del numero nel bambino (Piaget, Szeminska, 1941)

- **fase preoperatoria (fino a 6-7 anni):** i processi di confronto di numerosità sono dominati da **elementi percettivi**
- **stadio delle operazioni concrete:** si libera da distorsioni, opera sugli oggetti dell'ambiente circostante con la **consapevolezza della reversibilità delle operazioni compiute**. Questo equivale a dire che il bambino comprende che : **insiemi tra loro equipotenti restano tali anche dopo che alcune proprietà della disposizione spaziale dei loro elementi sono state modificate**

LA TEORIA DI PIAGET

Esperimento sulla corrispondenza **provocata**

Viene presentata una fila di bottiglie e viene chiesto di “*mettere un bicchiere per ogni bottiglia*”

- Ad un primo stadio, il bambino esegue la consegna affiancando alla fila di bottiglie una fila di bicchieri di **ugual lunghezza, ma non necessariamente equinumerosa**.
- Bambini più grandi riescono a mettere un bicchiere accanto ad ogni bottiglia. Però se i bicchieri vengono avvicinati tra loro, alla domanda se siano di più i bicchieri o le bottiglie, rispondo che ci sono più bottiglie.
- Solo intorno ai 7 anni emerge la **consapevolezza della permanenza della corrispondenza biunivoca al variare della collocazione spaziale degli oggetti**.

LA TEORIA DI PIAGET

Esperimento sulla corrispondenza **spontanea**

Viene presentato un certo numero di oggetti (ad es. gettoni) e viene chiesto di **mettere accanto ad essi altrettanti oggetti dello stesso tipo.**

- In una prima fase, si arriva a costruire un raggruppamento di gettoni che ha **più o meno la stessa forma** di quello presentato, indipendentemente dal numero di gettoni.
- Bambini più grandi riescono ad operare una corrispondenza termine per termine, ma non capiscono la sua permanenza in caso di deformazione della configurazione.
- Intorno ai **7 anni il bambino giunge a comprendere tale permanenza.**

LA TEORIA DI PIAGET

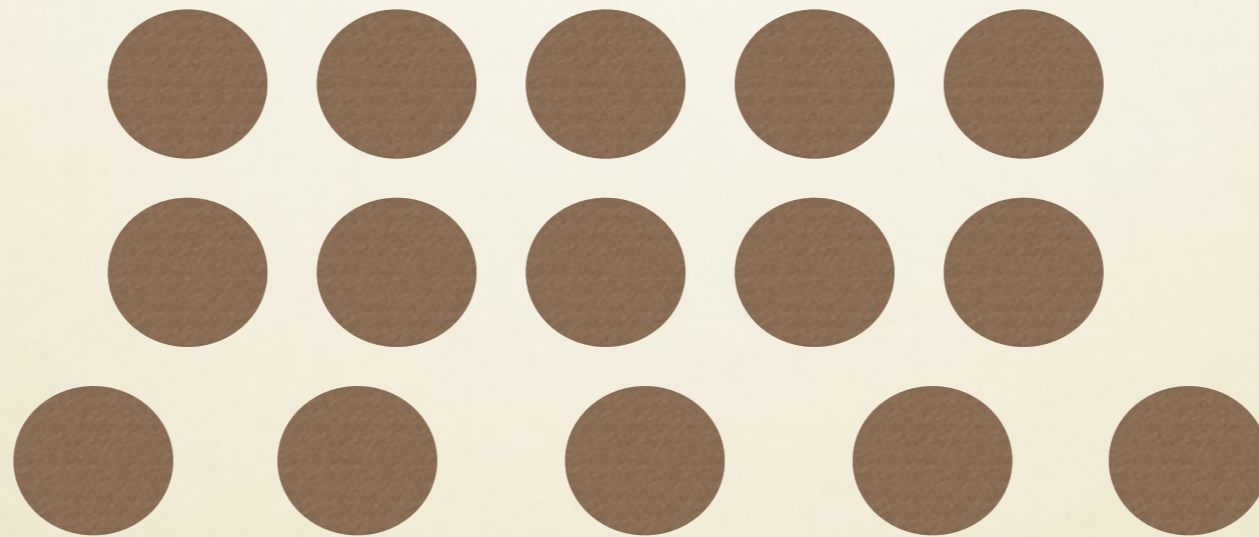
Perché?

- **Primo stadio:** gli insiemi sono considerati non come collezioni di più oggetti distinti, ma come un *tutto indivisibile*.
- corrispondenza tra due insiemi è una *corrispondenza qualitativa globale*: attenzione del soggetto si concentra sulle caratteristiche percettive globali degli insiemi stessi (lunghezza delle file).

LA TEORIA DI PIAGET

Perché?

- **Fase intermedia** (*corrispondenza intuitiva*): si considera l'insieme come un raggruppamento composto da più elementi ma sono ancora presenti elementi percettivi.



- **Si tende a credere che i gettoni dell'ultima fila siano più numerosi.** Non comprende che la minor lunghezza sia compensata da una maggiore densità e che se si riavvicinano i gettoni si ritorna alla situazione di partenza.

LA TEORIA DI PIAGET

Perché?

- **Stadio operazioni concrete:** padroni dei processi di inversione e di compensazione, i bambini arrivano ad una *corrispondenza operante e quantificante*.
- Gli aspetti qualitativi vengono messi da parte e si ha piena comprensione del fatto che **un qualsiasi elemento di A** può esser fatto corrispondere **ad un qualsiasi elemento di B**.

Capacità di contare: acquisizione di una corrispondenza operante tra gli oggetti contati ed i **nomi dei numeri** adoperati per contare (detti *numerali*) e si colloca dopo lo sviluppo della corrispondenza biunivoca di tipo quantificante.

PIAGET

i simboli

- 5 (nella scrittura decimale)
 - V (nella scrittura romana)
 - 101 (nella scrittura di numerazione binaria)
- sono tre numerali distinti per un unico numero, per un unico oggetto inserito in tre sistemi di numerazione diversa
- può essere fatto corrispondere ad un qualsiasi elemento di B.

Perché?

droni dei processi di bambini arrivano ad una *ficante*.

da parte e si ha piena *siasi elemento di A* qualsiasi elemento

Capacità di contare: acquisizione di una corrispondenza operante tra gli oggetti contati ed i **nomi dei numeri** adoperati per contare (detti *numerali*) e si colloca dopo lo sviluppo della corrispondenza biunivoca di tipo quantificante.

LA TEORIA DI PIAGET

Alcuni limiti

- Studi successivi affermano che **invece di attendere passivamente che i bambini abbiano raggiunto lo stadio di maturazione** appropriato per l'acquisizione di un certo concetto, **l'insegnante può anticipare le tappe presentando loro attività e problemi specifici di tipologia adeguata.**
- Molti (Donaldson, 1979) ritengono che gli errori commessi dai bambini di scuola dell'infanzia potessero dipendere da **incomprensioni linguistiche, provocate dal modo in cui la consegna era formulata.**

LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- Le basi della competenza numerica si trovano in **meccanismi preverbali innati**, che condividiamo con gli animali, che si evolvono successivamente nel conteggio verbale e nell'acquisizione delle procedure di calcolo.
- Prima di imparare i **numerali** il bambino è in possesso di **“etichette-numero” mentali** a cui vengono **fatti corrispondere i numerali**.
- **Sappiamo contare prima ancora di apprendere i nomi dei numeri**, perché disponiamo di una lista ordinata di etichette mentali che possiamo applicare per enumerare gli oggetti.
- **I numerali vengono appresi successivamente nella propria lingua**: acquisizione che consiste nello stabilire una corrispondenza biunivoca tra i numerali e le etichette numero mentali corrispondenti.

LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

5 Principi che definiscono e guidano il conteggio

- **Principio della corrispondenza biunivoca** (2-3 anni)
- **Principio dell'ordine stabile** (2-3 anni)
- **Principio di cardinalità** (4-5 anni)
- **Principio di astrazione**
- **Principio di irrilevanza dell'ordine**

LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio della corrispondenza biunivoca (2-3 anni)**

Il bambino assegna uno ed un solo numerale a ciascun oggetto contato

Il bambino che salta un oggetto nella conta o conta due volte lo stesso oggetto **non ha acquisito tale principio**

LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio dell'ordine stabile (2-3 anni)**

I numerali usati nella conta si succedono in ordine stabile e ripetibile

Il bambino che conta un insieme di 3 oggetti con “1,2,3” e poi un altro insieme di 3 oggetti con “2,1,3” ha compreso il primo principio ma non il principio dell'ordine stabile

Il bambino che conta un insieme di 3 oggetti ripetutamente con “2, 1,3” ha acquisito tale principio ma non ha una buona conoscenza dei numerali

LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio di cardinalità (4-5)**

*Il bambino è consapevole del fatto che il **numerale** associato all'**ultimo oggetto contato** indica la **numerosità di tutto l'insieme**.*

Il bambino che conta un insieme di 3 oggetti ma alla domanda “*quanti sono?*” esita o inizia a contare di nuovo, ha acquisito i precedenti Principi ma non questo Principio

LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio di astrazione**

Il bambino comprende che i principi precedenti possono essere applicati a una qualsiasi collezione di oggetti.

Il bambino applica tale principio anche ai numerali stessi, quando si fa ad esempio una sottrazione contando a partire dal sottraendo sino a raggiungere il minuendo.

LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio di irrilevanza dell'ordine**

*Il bambino è consapevole del fatto che l'**ordine** in cui gli oggetti vengono contati **non è importante** ai fini degli esiti del conteggio.*

LA TEORIA DEI CONTESTI DI FUSON(1988)

Maggior valore alle conoscenze apprese (non innatismo), all'interazione con l'ambiente ed al ruolo dell'esercizio e dell'imitazione.

- I numerali assumono **significato** diverso a seconda dei contesti in cui occorrono.
- I bambini apprendono questi significati così come apprendono il senso di altri vocaboli, in modo dipendente dal contesto e dall'uso; poi li integrano gradualmente tra loro

LA TEORIA DEI CONTESTI DI FUSON(1988)

Significati più importanti

- **Significato sequenziale**

In contesti nei quali i numeri sono recitati in sequenza (nelle filastrocche). I numerali non hanno un referente.

- **Significato di conta**

In contesti nei quali i numeri sono usati per contare oggetti. Il referente di ogni numerale è l'oggetto a cui esso è appaiato nella conta.

- **significato cardinale**

In contesti nei quali i numeri sono usati per indicare la numerosità di un insieme di oggetti. Il referente di un numerale non è il singolo oggetto che viene contato, ma la cardinalità di tutto l'insieme di oggetti cui viene applicata la conta.

IL CONCETTO DI NUMERO

THE NUMBER SENSE

CHE COSA È IL “NUMBER SENSE”?

Il senso del numero si riferisce ad una comprensione generale dei numeri e delle operazioni, come pure all'abilità ed all'inclinazione ad usare tale comprensione in modo flessibile per formulare giudizi matematici e sviluppare strategie adatte per manipolare numeri ed operazioni. Rivela la capacità di usare i numeri ed i metodi quantitativi come mezzi per comunicare, elaborare ed interpretare le informazioni. Produce l'aspettativa che i numeri siano utili e che la matematica abbia una certa regolarità.

(McIntosh et al., 1992)

CHE COSA È IL “NUMBER SENSE”?

I bambini con senso del numero hanno una buona comprensione del significato dei numeri, hanno instaurato numerose relazioni tra i numeri, sanno riconoscere i rapporti di grandezza tra numeri e conoscono gli effetti delle operazioni sui numeri

(NCTM, 2000)

Difficile definire tramite definizione astratta tale nozione; **più facile riconoscere il senso del numero là dove è presente che non definirlo**

CHE COSA È

IL “NUMBER SENSE” nei lavori di matrice

In letteratura troviamo almeno due livelli di **number sense** **psicologica** **ato**

- abilità di **livello inferiore** (che hanno anche gli animali): un **senso percettivo della quantità**, responsabile di intuizioni quantitative elementari come ad esempio la **percezione rapida ed accurata di piccole numerosità**, la **capacità di contare o di confrontare grandezze numeriche**.

nei lavori di educazione
matematica

- abilità di **livello superiore** che include una **comprensione ragionata delle relazioni matematiche**, la **scioltezza nell'eseguire le operazioni aritmetiche** e nel lavorare con espressioni numeriche, il **riconoscimento della regolarità e della coerenza della matematica**.

CHE COSA È IL “NUMBER SENSE”?

Tale abilità (complessa) si acquisisce in un arco di tempo lungo: da scuola dell'infanzia alla primaria (ed oltre).

Early number sense



insieme di competenze e strategie sviluppate dai 3 ai 6 anni, informalmente acquisite. Buon predittore del futuro rendimento in matematica. E' specifica responsabilità della scuola dell'infanzia promuovere e rafforzare.

EARLY NUMBER SENSE

Componenti fondamentali

- **Abilità di conteggio**

- conta in avanti ed indietro
- conta a partire da un certo numero
- conta a salti

- **Capacità di confrontare correttamente piccoli insiemi di oggetti**, riuscendo a stabilire se hanno lo stesso numero di elementi e, in caso contrario, a dire quale contiene più oggetti e quale meno.

EARLY NUMBER SENSE

- **Capacità di confrontare correttamente piccoli insiemi di oggetti**

A 3 anni:

- sanno individuare l'insieme che contiene **più elementi**
- accade spesso che **NOI** sanno individuare l'insieme che contiene **meno elementi.**

Forse ciò è dovuto al fatto che il bambino ha meno opportunità (scuola e casa) di familiarizzare con la **parola “meno”**.

Porre entrambe le domande: *“Quale ne ha di più?”* ; *“Quale ne ha di meno?”*

Far motivare: *“Perchè pensi che qua ce ne siano di meno?”*

utili informazioni sul modo in cui
il bambino sta costruendo l'idea
di numero

EARLY NUMBER SENSE

Se il bambino viene esposto alle operazioni aritmetiche fondamentali quando ha a **disposizione un bagaglio ancora limitato** di conoscenze sui numeri e sulle loro relazioni, il rischio è che **affronterà problemi -storia ed il calcolo di somme e differenze** mettendo in atto l'unica strategia che padroneggia, cioè **contando**.

Dopo l'acquisizione del principio di cardinalità il bambino può sviluppare il proprio senso del numero costruendo relazioni tra numeri che vanno oltre quanto può acquisire tramite il conteggio.

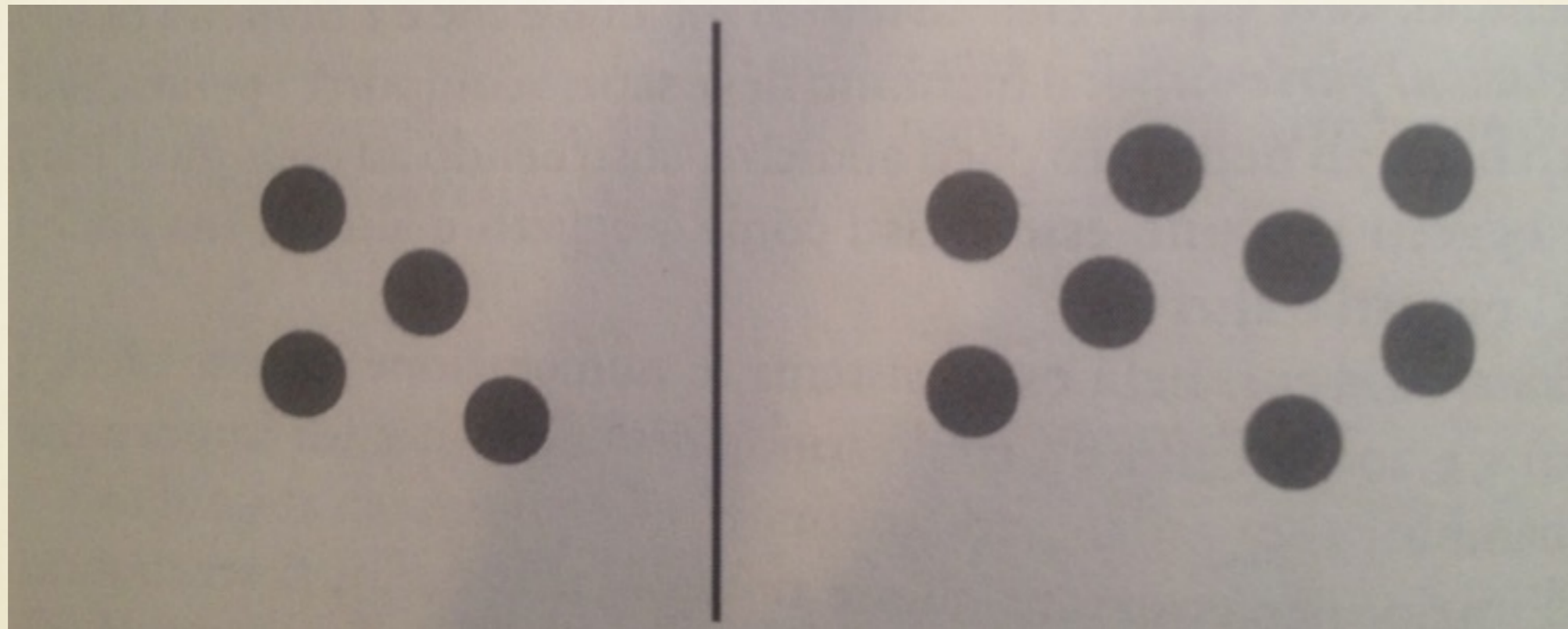
EARLY NUMBER SENSE

(Van de Walle & Lovin)

- *Relazioni spaziali*: deve imparare a **determinare numerosità** di insiemi di oggetti disposti in **configurazioni particolari senza contarli**
- *Relazioni “Uno o due in più, uno o due in meno”*: deve assimilare le relazioni di questo tipo che sussistono entro la prima decina.
- *Relazioni parte-tutto*: deve saper scomporre i primi dieci numeri naturali nelle loro parti additive.
- *Numeri àncora*: devono apprendere ad “ancorare” i fatti numerici a numeri particolari come il 5 ed il 10.

EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni spaziali*



Quanti pallini ci sono a sinistra?

Quanti pallini ci sono a destra?

Come avete fatto a stabilire il risultato?

EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni spaziali*

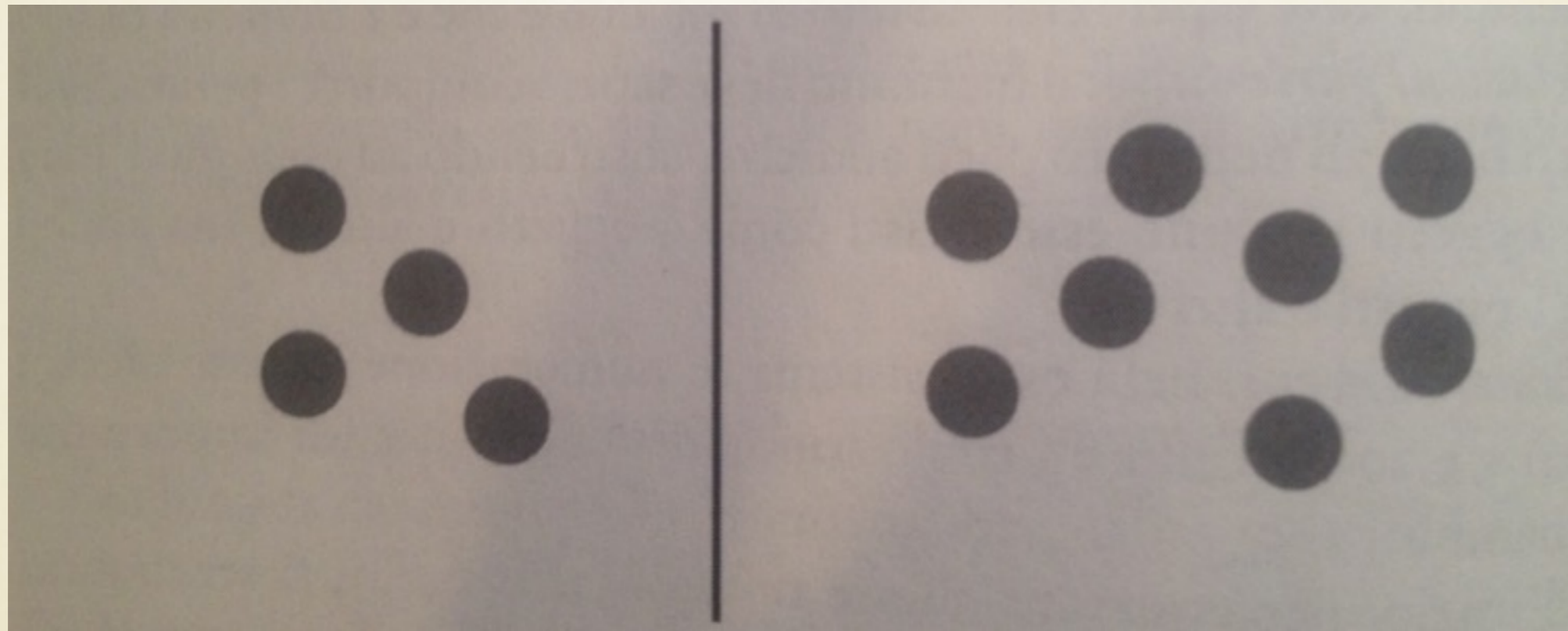


Figura di sinistra: non c'è bisogno di contare; risposta corretta a “colpo d’occhio”.

Figura di destra: bisogna ricorrere al conteggio

EARLY NUMBER SENSE

All'aumentare del numero di oggetti aumenta il livello di imprecisione della risposta

E' possibile riconoscere anche più di 5 oggetti, ma solo se disposti in configurazioni particolari.

Subitising: capacità innata di determinare **senza contare**, in modo veloce ed accurato, la numerosità di piccoli insiemi di oggetti, contenenti al massimo 5 elementi.

Per numerosità **più grandi di 6-7 elementi** sembra che nel nostro sistema di elaborazione del numero entri in gioco un **meccanismo di "stima"** caratterizzato da **minor precisione ed accuratezza delle risposte** (Lucangeli *et al.*, 2003)

EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “Uno o due in più, uno o due*
- I bambini **quando contano** non riflettono sui rapporti tra un numero e l'altro: **appaiono solo numerali ad oggetti.**
- Bisogna creare situazioni didattiche (che non siano solo sulla conta in avanti o all'indietro per uno o per due) **per stimolare riflessioni sul fatto che , ad esempio**

6 è due in più di 4 e 4 è due in meno di 6.

EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “Uno o due in più, uno o due*

Esempio di attività

Materiali: set di tessere per il domino; gettoni, piattino di plastica, dot cards

Svolgimento:

1. **gioco del domino modificato:** si possono affiancare due tessere non quando contengono lo stesso numero di puntini, ma **quando una contiene “un puntino in più o in meno dell'altra”**. Si ripete con nuova regola “due in più o due in meno”;
2. ogni bambino ha un numero adeguato di gettoni ed un piattino. Si mostra dot card per qualche secondo. I bambini devono costruire nel piattino una **configurazione che contiene due gettoni in meno di quelli contenuti nella dot card**. Si ripete con nuova regola “due in più”

EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “parte- tutto”*

La capacità di pensare ad un numero in termini delle sue parti additive è un passo fondamentale nello sviluppo del senso del numero.

Si manifesta **in età prescolare ma è compito dell'educazione matematica incoraggiare e sviluppare tale attività perché rappresenta la base per comprendere le operazioni.**

Attività con diversi livelli di formalizzazione a seconda se rivolti a scuola primaria o dell'infanzia.

EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “parte- tutto”*

Scuola dell’infanzia/Scuola primaria

con gettoni o oggetti di diverso tipo, individualmente o a gruppi, far costruire **un raggruppamento di 7 oggetti e poi separarlo in due parti**, oppure **costruire direttamente raggruppamenti relativi alle due parti**.

Finita la **parte manipolativa**, deve seguire momento di riflessione sul fatto additivo, in forma orale o in forma scritta o tramite un disegno.

In **scuola primaria** si richiede maggiore formalizzazione matematica: $3+4=7$

EARLY NUMBER SENSE

- *I numeri àncora*

Importanza dei numeri 5 e 10

corrispondono al **numero delle dita rispettivamente contenute in una mano ed in due mani;**

sistema di numerazione posizionale in base 10 (5 è la metà di 10)

I due numeri svolgono un importante ruolo di àncora, **punto di aggancio, nella costruzione di relazioni significative tra i primi dieci numeri naturali.**

EARLY NUMBER SENSE

- *I numeri àncora*

Importanza dei numeri 5 e 10

Una delle strategie per eseguire addizioni ad una cifra è il *completamento alla decina*: per calcolare la somma $8 + 6 = 14$ completo a 10 l'addendo maggiore, poi aggiungo le 4 unità che rimangono.

Per noi processo naturale ma richiama molte relazioni di base tra i primi dieci numeri naturali:

- richiede per due volte il **ricorso alle relazioni “due in più, due in meno”**
- presuppone appunto che ci si serva del **10 come numero àncora**.

EARLY NUMBER SENSE

- *I numeri àncora*

Importanza dei numeri 5 e 10

Uno strumento è la *ten frame*

