

# IL CONCETTO DI NUMERO

ALCUNE TEORIE

# LIBRO PER TEORIE E SENSE NUMBER

Paoli Francesco (2014). *Didattica della matematica: dai tre agli undici anni*. Carocci editore

# LA TEORIA DI PIAGET

*La genesi del numero nel bambino (Piaget, Szeminska, 1941)*

- **fase preoperatoria (fino a 6-7 anni):** i processi di confronto di numerosità sono dominati da **elementi percettivi**
- **stadio delle operazioni concrete:** si libera da distorsioni, opera sugli oggetti dell'ambiente circostante con la **consapevolezza della reversibilità delle operazioni compiute**. Questo equivale a dire che il bambino comprende che : **insiemi tra loro equipotenti restano tali anche dopo che alcune proprietà della disposizione spaziale dei loro elementi sono state modificate**

# LA TEORIA DI PIAGET

## Esperimento sulla corrispondenza **provocata**

Viene presentata una fila di bottiglie e viene chiesto di “*mettere un bicchiere per ogni bottiglia*”

- Ad un primo stadio, il bambino esegue la consegna affiancando alla fila di bottiglie una fila di bicchieri di **ugual lunghezza, ma non necessariamente equinumerosa**.
- Bambini più grandi riescono a mettere un bicchiere accanto ad ogni bottiglia. Però se i bicchieri vengono avvicinati tra loro, alla domanda se siano di più i bicchieri o le bottiglie, risponde che ci sono più bottiglie.
- Solo intorno ai 7 anni emerge la **consapevolezza della permanenza della corrispondenza biunivoca al variare della collocazione spaziale degli oggetti**.

# LA TEORIA DI PIAGET

## Esperimento sulla corrispondenza **spontanea**

Viene presentato un certo numero di oggetti (ad es. gettoni) e viene chiesto di **mettere accanto ad essi altrettanti oggetti dello stesso tipo.**

- In una prima fase, si arriva a costruire un raggruppamento di gettoni che ha **più o meno la stessa forma** di quello presentato, indipendentemente dal numero di gettoni.
- Bambini più grandi riescono ad operare una corrispondenza termine per termine, ma non capiscono la sua permanenza in caso di deformazione della configurazione.
- Intorno ai **7 anni il bambino giunge a comprendere tale permanenza.**

# LA TEORIA DI PIAGET

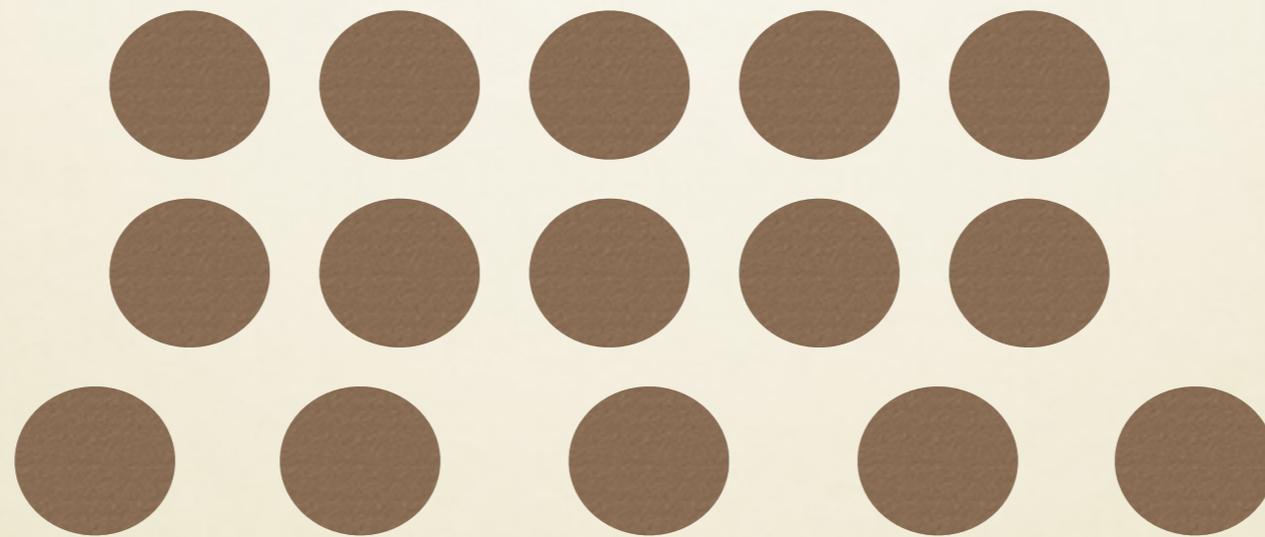
## Perché?

- **Primo stadio:** gli insiemi sono considerati non come collezioni di più oggetti distinti, ma come un *tutto indivisibile*.
- corrispondenza tra due insiemi è una *corrispondenza qualitativa globale*: attenzione del soggetto si concentra sulle caratteristiche percettive globali degli insiemi stessi (lunghezza delle file).

# LA TEORIA DI PIAGET

## Perché?

- **Fase intermedia** (*corrispondenza intuitiva*): si considera l'insieme come un raggruppamento composto da più elementi ma sono ancora presenti elementi percettivi.



- Si tende a credere che i gettoni dell'ultima fila siano più numerosi. Non comprende che la minor lunghezza sia compensata da una maggiore densità e che se si riavvicinano i gettoni si ritorna alla situazione di partenza.

# LA TEORIA DI PIAGET

## Perché?

- **Stadio operazioni concrete:** padroni dei processi di inversione e di compensazione, i bambini arrivano ad una *corrispondenza operante e quantificante*.
- Gli aspetti qualitativi vengono messi da parte e si ha piena comprensione del fatto che **un qualsiasi elemento di A** può esser fatto corrispondere **ad un qualsiasi elemento di B**.

**Capacità di contare:** acquisizione di una corrispondenza operante tra gli oggetti contati ed i **nomi dei numeri** adoperati per contare (detti *numerali*) e si colloca dopo lo sviluppo della corrispondenza biunivoca di tipo quantificante.

# PIAGET

i simboli

- 5 (nella scrittura decimale)
  - V (nella scrittura romana)
  - 101 (nella scrittura di numerazione binaria)
- Sono tre numerali distinti per un unico numero, per un unico oggetto inserito in tre sistemi di numerazione diversa
- può essere fatto corrispondere ad un qualsiasi elemento di B.

Perché?

droni dei processi di  
mbini arrivano ad una  
*ficante.*

da parte e si ha piena  
siasi elemento di A  
qualsiasi elemento

**Capacità di contare:** acquisizione di una corrispondenza operante tra gli oggetti contati ed i **nomi dei numeri** adoperati per contare (detti *numerali*) e si colloca dopo lo sviluppo della corrispondenza biunivoca di tipo quantificante.

# LA TEORIA DI PIAGET

## Alcuni limiti

- Studi successivi affermano che **invece di attendere passivamente che i bambini abbiano raggiunto lo stadio di maturazione** appropriato per l'acquisizione di un certo concetto, **l'insegnante può anticipare le tappe presentando loro attività e problemi specifici di tipologia adeguata.**
- Molti (Donaldson, 1979) ritengono che gli errori commessi dai bambini di scuola dell'infanzia potessero dipendere da **incomprensioni linguistiche, provocate dal modo in cui la consegna era formulata.**

# LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- Le basi della competenza numerica si trovano in **meccanismi preverbali innati**, che condividiamo con gli animali, che si evolvono successivamente nel conteggio verbale e nell'acquisizione delle procedure di calcolo.
- Prima di imparare i **numerali** il bambino è in possesso di **“etichette-numero” mentali** a cui vengono **fatti corrispondere i numerali**.
- **Sappiamo contare prima ancora di apprendere i nomi dei numeri**, perché disponiamo di una lista ordinata di etichette mentali che possiamo applicare per enumerare gli oggetti.
- **I numerali vengono appresi successivamente nella propria lingua**: acquisizione che consiste nello stabilire una corrispondenza biunivoca tra i numerali e le etichette numero mentali corrispondenti.

# LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

5 Principi che definiscono e guidano il conteggio

- **Principio della corrispondenza biunivoca** (2-3 anni)
- **Principio dell'ordine stabile** (2-3 anni)
- **Principio di cardinalità** (4-5 anni)
- **Principio di astrazione**
- **Principio di irrilevanza dell'ordine**

# LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio della corrispondenza biunivoca (2-3 anni)**

*Il bambino assegna uno ed un solo numerale a ciascun oggetto contato*

Il bambino che salta un oggetto nella conta o conta due volte lo stesso oggetto **non ha acquisito tale principio**

# LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio dell'ordine stabile (2-3 anni)**

*I numerali usati nella conta si succedono in ordine stabile e ripetibile*

Il bambino che conta un insieme di 3 oggetti con “1,2,3” e poi un altro insieme di 3 oggetti con “2,1,3” ha compreso il primo principio ma non il principio dell'ordine stabile

Il bambino che conta un insieme di 3 oggetti ripetutamente con “2, 1,3” ha acquisito tale principio ma non ha una buona conoscenza dei numerali

# LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio di cardinalità (4-5)**

*Il bambino è consapevole del fatto che il **numerale** associato all'**ultimo** oggetto contato indica la **numerosità di tutto l'insieme**.*

Il bambino che conta un insieme di 3 oggetti ma alla domanda “*quanti sono?*” esita o inizia a contare di nuovo, ha acquisito i precedenti Principi ma non questo Principio

# LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio di astrazione**

*Il bambino comprende che i principi precedenti possono essere applicati a una qualsiasi collezione di oggetti.*

Il bambino applica tale principio anche ai numerali stessi, quando si fa ad esempio una sottrazione contando a partire dal sottraendo sino a raggiungere il minuendo.

# LA TEORIA DI GELMAN E GALLISTEL (1978)

- **Principio di irrilevanza dell'ordine**

*Il bambino è consapevole del fatto che l'**ordine** in cui gli oggetti vengono contati **non è importante** ai fini degli esiti del conteggio.*

# LA TEORIA DEI CONTESTI DI FUSON(1988)

Maggior valore alle conoscenze apprese (non innatismo), all'interazione con l'ambiente ed al ruolo dell'esercizio e dell'imitazione.

- I numerali assumono **significato** diverso a seconda dei contesti in cui occorrono.
- I bambini apprendono questi significati così come apprendono il senso di altri vocaboli, in modo dipendente dal contesto e dall'uso; poi li integrano gradualmente tra loro

# LA TEORIA DEI CONTESTI DI FUSON(1988)

Significati più importanti

- **Significato sequenziale**

In contesti nei quali i numeri sono recitati in sequenza (nelle filastrocche). I numerali non hanno un referente.

- **Significato di conta**

In contesti nei quali i numeri sono usati per contare oggetti. Il referente di ogni numerale è l'oggetto a cui esso è appaiato nella conta.

- **significato cardinale**

In contesti nei quali i numeri sono usati per indicare la numerosità di un insieme di oggetti. Il referente di un numerale non è il singolo oggetto che viene contato, ma la cardinalità di tutto l'insieme di oggetti cui viene applicata la conta.

# IL CONCETTO DI NUMERO

THE NUMBER SENSE

# CHE COSA È IL “NUMBER SENSE”?

*Il senso del numero si riferisce ad una comprensione generale dei numeri e delle operazioni, come pure all'abilità ed all'inclinazione ad usare tale comprensione in modo flessibile per formulare giudizi matematici e sviluppare strategie adatte per manipolare numeri ed operazioni. Rivela la capacità di usare i numeri ed i metodi quantitativi come mezzi per comunicare, elaborare ed interpretare le informazioni. Produce l'aspettativa che i numeri siano utili e che la matematica abbia una certa regolarità.*

*(McIntosh et al., 1992)*

# CHE COSA È IL “NUMBER SENSE”?

*I bambini con senso del numero hanno una buona comprensione del significato dei numeri, hanno instaurato numerose relazioni tra i numeri, sanno riconoscere i rapporti di grandezza tra numeri e conoscono gli effetti delle operazioni sui numeri*

(NCTM, 2000)

Difficile definire tramite definizione astratta tale nozione; **più facile riconoscere il senso del numero là dove è presente che non definirlo**

# CHE COSA È

## IL “NUMBER SENSE”

In letteratura troviamo almeno due definizioni di **number sense** **ato**

nei lavori di matrice  
psicologica

- abilità di **livello inferiore** (che hanno anche gli animali): un **senso percettivo della quantità**, responsabile di intuizioni quantitative elementari come ad esempio la **percezione rapida ed accurata di piccole numerosità**, la **capacità di contare o di confrontare grandezze numeriche**.

nei lavori di educazione  
matematica

- abilità di **livello superiore** che include una **comprensione ragionata delle relazioni matematiche**, la **scioltezza nell'eseguire le operazioni aritmetiche** e nel lavorare con espressioni numeriche, il **riconoscimento della regolarità e della coerenza della matematica**.

# CHE COSA È IL “NUMBER SENSE”?

Tale abilità (complessa) si acquisisce in un arco di tempo lungo: da scuola dell'infanzia alla primaria (ed oltre).

**Early number sense**



**insieme di competenze e strategie sviluppate dai 3 ai 6 anni, informalmente acquisite.** Buon predittore del futuro rendimento in matematica. E' specifica responsabilità della scuola dell'infanzia promuovere e rafforzare.

# EARLY NUMBER SENSE

## Componenti fondamentali

- **Abilità di conteggio**

- conta in avanti ed indietro
- conta a partire da un certo numero
- conta a salti

- **Capacità di confrontare correttamente piccoli insiemi di oggetti**, riuscendo a stabilire se hanno lo stesso numero di elementi e, in caso contrario, a dire quale contiene più oggetti e quale meno.

# EARLY NUMBER SENSE

- **Capacità di confrontare correttamente piccoli insiemi di oggetti**

A 3 anni:

- sanno individuare l'insieme che contiene **più elementi**
- accade spesso che **NOI** sanno individuare l'insieme che contiene **meno elementi.**

Forse ciò è dovuto al fatto che il bambino ha meno opportunità (scuola e casa) di familiarizzare con la **parola “meno”**.

**Porre entrambe le domande:** *“Quale ne ha di più?”* ; *“Quale ne ha di meno?”*

**Far motivare:** *“Perchè pensi che qua ce ne siano di meno?”*

utili informazioni sul modo in cui  
il bambino sta costruendo l'idea  
di numero

# EARLY NUMBER SENSE

Se il bambino viene esposto alle operazioni aritmetiche fondamentali quando ha a **disposizione un bagaglio ancora limitato** di conoscenze sui numeri e sulle loro relazioni, il rischio è che **affronterà problemi -storia ed il calcolo di somme e differenze** mettendo in atto l'unica strategia che padroneggia, cioè **contando**.

Dopo l'acquisizione del principio di cardinalità il bambino può sviluppare il proprio senso del numero costruendo relazioni tra numeri che vanno oltre quanto può acquisire tramite il conteggio.

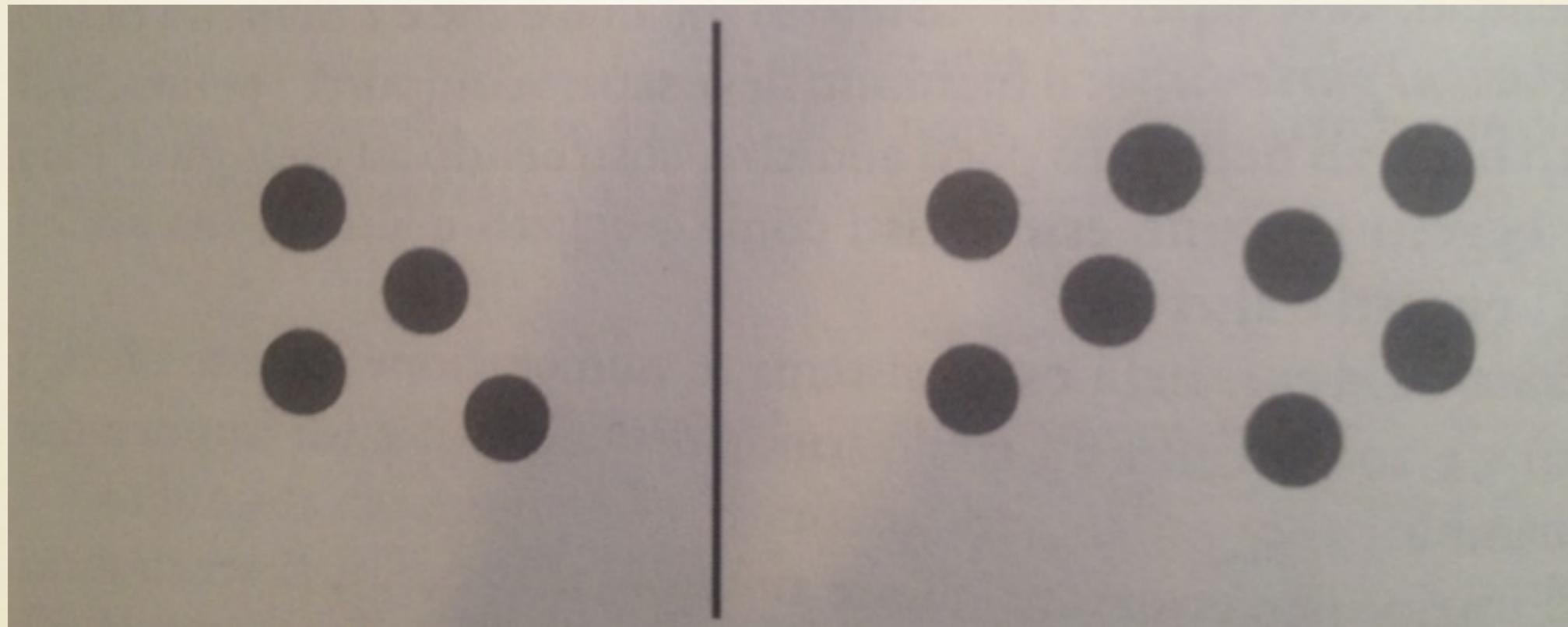
# EARLY NUMBER SENSE

(Van de Walle & Lovin)

- ***Relazioni spaziali:*** deve imparare a **determinare numerosità** di insiemi di oggetti disposti in **configurazioni particolari senza contarli**
- ***Relazioni “Uno o due in più, uno o due in meno”:*** deve assimilare le relazioni di questo tipo che sussistono entro la prima decina.
- ***Relazioni parte-tutto:*** deve saper scomporre i primi dieci numeri naturali nelle loro parti additive.
- ***Numeri àncora:*** devono apprendere ad “ancorare” i fatti numerici a numeri particolari come il 5 ed il 10.

# EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni spaziali*



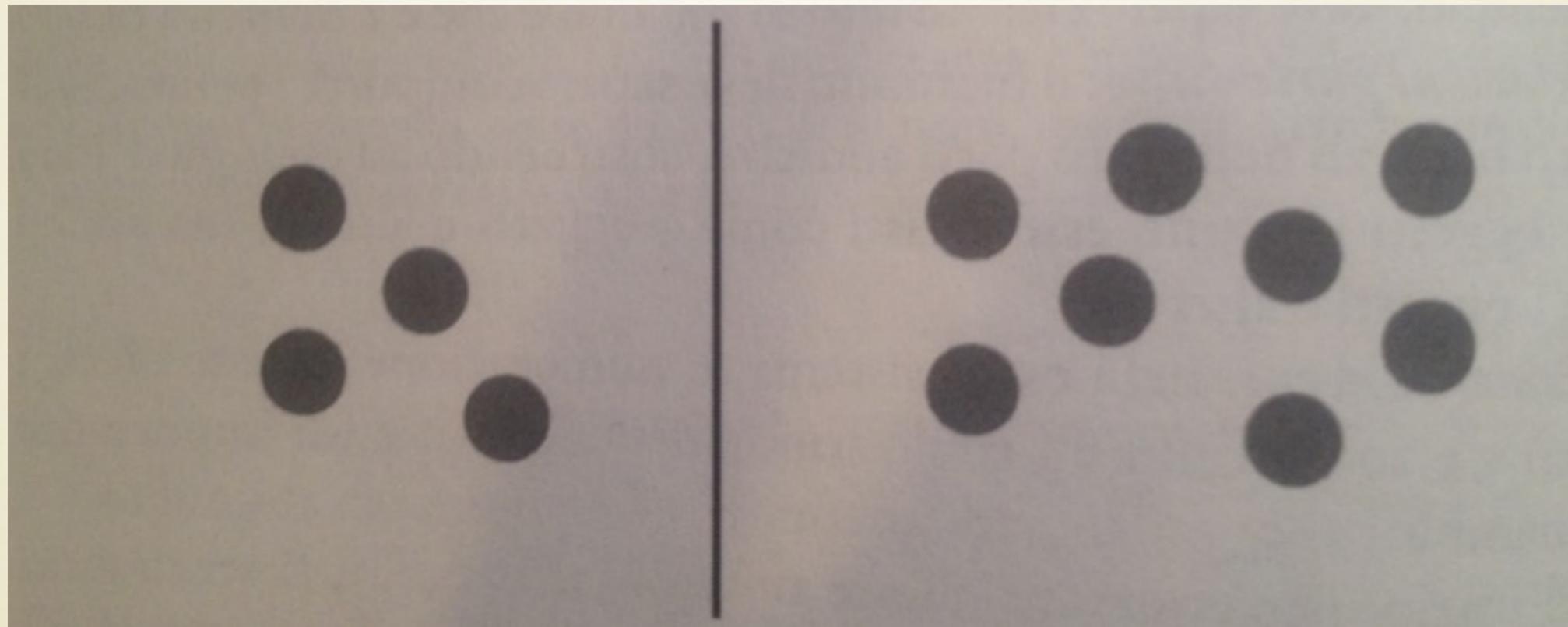
*Quanti pallini ci sono a sinistra?*

*Quanti pallini ci sono a destra?*

*Come avete fatto a stabilire il risultato?*

# EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni spaziali*



**Figura di sinistra:** non c'è bisogno di contare; risposta corretta a “colpo d’occhio”.

**Figura di destra:** bisogna ricorrere al conteggio

# EARLY NUMBER SENSE

All'aumentare del numero di oggetti aumenta il livello di imprecisione della risposta

E' possibile riconoscere anche più di 5 oggetti, ma solo se disposti in configurazioni particolari.

Subitising: capacità innata di determinare **senza contare**, in modo veloce ed accurato, la numerosità di piccoli insiemi di oggetti, contenenti al massimo 5 elementi.

Per numerosità **più grandi di 6-7 elementi** sembra che nel nostro sistema di elaborazione del numero entri in gioco un **meccanismo di "stima"** caratterizzato da **minor precisione ed accuratezza delle risposte** (Lucangeli *et al.*, 2003)

# EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “Uno o due in più, uno o due*
- I bambini **quando contano** non riflettono sui rapporti tra un numero e l'altro: **appaiono solo numerali ad oggetti.**
- Bisogna creare situazioni didattiche (che non siano solo sulla conta in avanti o all'indietro per uno o per due) **per stimolare riflessioni sul fatto che , ad esempio**

*6 è due in più di 4 e 4 è due in meno di 6.*

# EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “Uno o due in più, uno o due”*

## Esempio di attività

**Materiali:** set di tessere per il domino; gettoni, piattino di plastica, dot cards

## Svolgimento:

1. **gioco del domino modificato:** si possono affiancare due tessere non quando contengono lo stesso numero di puntini, ma **quando una contiene “un puntino in più o in meno dell’altra”**. Si ripete con nuova regola “due in più o due in meno”;
2. ogni bambino ha un numero adeguato di gettoni ed un piattino. Si mostra dot card per qualche secondo. I bambini devono costruire nel piattino una **configurazione che contiene due gettoni in meno di quelli contenuti nella dot card**. Si ripete con nuova regola “due in più”

# EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “parte- tutto”*

La capacità di pensare ad un numero in termini delle sue parti additive è un passo fondamentale nello sviluppo del senso del numero.

Si manifesta **in età prescolare ma è compito dell'educazione matematica incoraggiare e sviluppare tale attività perché rappresenta la base per comprendere le operazioni.**

Attività con diversi livelli di formalizzazione a seconda se rivolti a scuola primaria o dell'infanzia.

# EARLY NUMBER SENSE

- *Relazioni “parte- tutto”*

**Scuola dell'infanzia/Scuola primaria**

con gettoni o oggetti di diverso tipo, individualmente o a gruppi, far costruire **un raggruppamento di 7 oggetti e poi separarlo in due parti**, oppure **costruire direttamente raggruppamenti relativi alle due parti**.

Finita la **parte manipolativa**, deve seguire momento di riflessione sul fatto additivo, in forma orale o in forma scritta o tramite un disegno.

In **scuola primaria** si richiede maggiore formalizzazione matematica:  $3+4=7$

# EARLY NUMBER SENSE

- *I numeri àncora*

**Importanza dei numeri 5 e 10**

corrispondono al **numero delle dita rispettivamente contenute in una mano ed in due mani;**

sistema di numerazione posizionale in base 10 (5 è la metà di 10)

I due numeri svolgono un importante ruolo di àncora, **punto di aggancio, nella costruzione di relazioni significative tra i primi dieci numeri naturali.**

# EARLY NUMBER SENSE

- *I numeri àncora*

## Importanza dei numeri 5 e 10

Una delle strategie per eseguire addizioni ad una cifra è il *completamento alla decina*: per calcolare la somma  $8 + 6 = 14$  completo a 10 l'addendo maggiore, poi aggiungo le 4 unità che rimangono.

Per noi processo naturale ma richiama molte relazioni di base tra i primi dieci numeri naturali:

- richiede per due volte il **ricorso alle relazioni “due in più, due in meno”**
- presuppone appunto che ci si serva del **10 come numero àncora**.

# EARLY NUMBER SENSE

- *I numeri àncora*

Importanza dei numeri 5 e 10

Uno strumento è la *ten frame*

