Università degli studi di Salerno – corso di studi in Ingegneria Informatica – TUTORATO DI FISICA

Lezioni 2/3 - Meccanica del punto materiale

Esercizio n°1

Due blocchi di massa $m_1 = 3Kg$ e $m_2 = 5Kg$ sono uniti da una fune inestensibile e di massa trascurabile che passa attraverso una carrucola anch'essa di massa trascurabile. Ciascuno dei due blocchi poggia su un piano inclinato come rappresentato in figura. Si trascuri l'attrito tra blocchi e piani inclinati e si calcoli

A1.l'accelerazione del sistema;

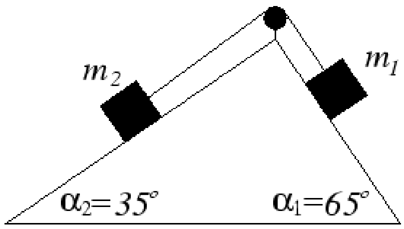
A2. la tensione della fune;

Si suppongano i due blocchi inizialmente in quiete a una quota comune $h = 1{,}5\ m$ rispetto al piano orizzontale.

A3. Dopo quanto tempo uno dei due blocchi raggiunge il piano orizzontale? che quota ha raggiunto in questo istante l'altro blocco?

B - Si ripetano i calcoli di cui al punto A1), A2), A3) assumendo un coefficiente di attrito tra blocchi e piani inclinati pari a $\mu = 0{,}01$

C - Qual è il valore massimo di μ che consente al sistema dei due blocchi di mettersi in moto?



Svolgimento

Ognuna delle due masse, al netto delle reazioni vincolari, è spinta a scendere lungo il piano inclinato da una frazione della forza peso $mg\sin\alpha$, ed è trattenuta dalla altra massa attraverso la tensione comune T trasmessa dalla corda. Siccome:

$$m_1 g \sin\alpha \approx 26{,}67N < m_2 g \sin\alpha_2 \approx 28{,}13N$$

sarà la massa m_2 a scendere. L'accelerazione totale del sistema è determinata dalla somma delle forze e dalla somma delle masse (siccome la direzione della forza è manipolata dalla carrucola possiamo considerare il moto unidimensionale; inoltre, nella somma delle forze la tensione della corda si elimina esattamente):

$$a = \frac{f_2 + f_1}{m_2 + m_1} = \frac{(m_2 g \sin\alpha_2 - T) + (T - m_1 g \sin\alpha_1)}{m_2 + m_1} = g \cdot \frac{m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1}{m_2 + m_1} \approx 0{,}183 m/s^2$$

La tensione della fune si può ora ricavare per differenza, notando che per ogni blocco la forza totale agente su di esso si scrive ma dove a è l'accelerazione comune precedentemente calcolata (cioè per esempio $f_2 = m_2 a$):

$$T = m_2 g \sin\alpha_2 - f_2 = m_2 \cdot (g \sin\alpha_2 - a) \approx 27{,}22N$$

Per giungere a terra la massa m_2 deve percorrere lungo il suo piano inclinato la distanza $d = h/\sin\alpha_2$. Stante l'accelerazione costante a ed il fatto che il blocco partiva da fermo, il tempo necessario è:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2h}{a \sin\alpha_2}} \approx 5{,}346s$$

L'altro blocco ha percorso lungo il suo piano inclinato ovviamente la stessa distanza d, ovvero ha raggiunto la quota: $h + \Delta h = h + d \sin\alpha_1 = h \cdot (1 + \sin\alpha_1 / \sin\alpha_2) \approx 3{,}87m$ a patto che il piano inclinato fosse sufficientemente esteso. Notiamo che questa ultima condizione è puramente geometrica, quindi non cambia nel caso di attrito non nullo. Se però esiste un attrito, siccome i piani inclinati hanno inclinazione costante, la forza d'attrito si manifesta come una decelerazione costante:

$$f_{att} = (N_2 + N_1) \cdot \mu = (m_2 \cos\alpha_2 + m_1 \cos\alpha_1) g \cdot \mu$$

Si noti che entrambi i contributi hanno segno positivo (l'attrito decelera entrambi i blocchi). La forza totale agente sul sistema viene decurtata di questa quantità, per cui la nuova accelerazione vale:

$$a' = \frac{f_2' + f_1'}{m_2 + m_1} = \frac{f_2 + f_1 - f_{att}}{m_2 + m_1} = g \cdot \frac{(m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1) - (m_2 \cos\alpha_2 + m_1 \cos\alpha_1)\mu}{m_2 + m_1} \approx 0{,}117 m/s^2$$

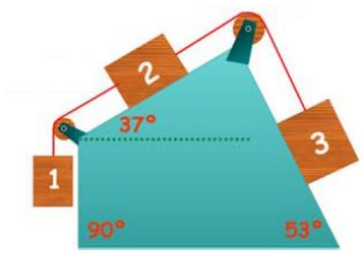
e la nuova tensione:

$$T' = m_2 g \sin\alpha_2 - m_2 a' - m_2 g \cdot \mu \cdot \cos\alpha_2 = m_2 \cdot (g \sin\alpha_2 - a' - g\mu \cdot \cos\alpha_2) \approx 27{,}15N$$

Il valore limite dell'attrito per rendere possibile il moto è quello che annulla la accelerazione totale del sistema:

$$m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1 = (m_2 \cos\alpha_2 + m_1 \cos\alpha_1)\mu \qquad \Rightarrow \qquad \mu = \frac{m_2 \sin\alpha_2 - m_1 \sin\alpha_1}{m_2 \cos\alpha_2 + m_1 \cos\alpha_1} \approx 0{,}028$$

Esercizio n°2

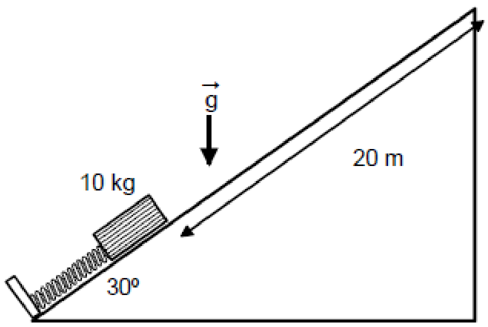


I blocchi mostrati in figura hanno masse rispettivamente $m_1 = 3\ Kg, m_2 = 1\ Kg, m_3 = 2Kg$ e sono collegati mediante due corse di massa trascurabile. Il sistema è in moto verso sinistra con accelerazione di modulo pari a $3\ m/s^2$. Si determinino:

A. Il coefficiente si attrito cinetico (supponendo che sia lo stesso su entrambe le superfici);
B. Le tensioni delle corde;

$[0{,}1;\ T_1 = 21\ N;\ T_2 = 23.2\ N]$

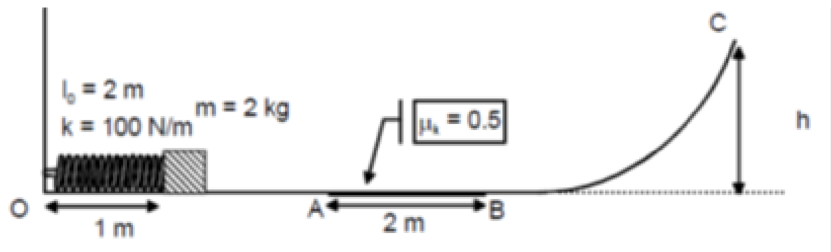
Esercizio n°3



Un blocco di massa $10\ Kg$ è appoggiato su un piano inclinato che presenta coefficienti di attrito statico e cinematico rispettivamente $\mu_s = 0.4$ e $\mu_k = 0.2$ comprimendo di 1 metro una molla che ha una certa costante elastica k. Si determini la costante k in modo che:

- il blocco si fermi ad una certa altezza;
- il blocco percorra $20\ m$
- il blocco prosegua il suo cammino oltre il piano inclinato e, comportandosi come un proiettile, arrivi all'altezza massima di $20\ m$ rispetto al punto di partenza.

Esercizio n°4



Un blocco di massa 2 Kg sta comprimendo di 1 metro una molla di costante elastica 100 N/m e di lunghezza a riposo di 2 m. La molla mette in accelerazione il blocco su una superficie liscia (tranne che nel tratto AB dove la superficie ha un attrito e il coefficiente di attrito cinetico è 0.5); dopo il tratto scabro, il blocco prosegue su una superficie curva come indicato in figura. Si determini:

1. la velocità nel blocco nel punto A;
2. la velocità del blocco in B;
3. la massima altezza h che il blocco raggiunge sulla superficie curva prima di fermarsi.

Esercizio n°5

Un punto materiale di massa m parte da fermo dal punto più alto di un piano inclinato scabro (coefficiente d'attrito μ_{d1}), alto h e con angolo θ rispetto all'orizzontale. Dopo il piano inclinato, m percorre un tratto rettilineo BC lungo L, anch'esso scabro, con coefficiente d'attrito μ_{d2}, al termine del quale è posizionata una molla (a riposo) di costante elastica k. Il tratto di piano dove è poggiata la molla è senza attrito. Calcolare la compressione della molla. Calcolare successivamente l'altezza massima rispetto al suolo raggiunta da m sul piano inclinato, quando torna indietro grazie alla spinta della molla.
Dati: $\mu_{d1} = 0.2$, $\theta = 30°, h = 1.5\ m$, $L = 1\ m$, $\mu_{d2} = 0.3$, $k = 200\ N/m, m = 1\ Kg$.

Svolgimento

Sul punto materiale agisce la forza peso e quella di attrito per cui, nel tratto AB si ha:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - mgh = -mgcos\theta\mu_{d1}\frac{h}{sin\theta}$$

Da cui:

$$v_B = \sqrt{2gh - 2gh\mu_{d1}cos\theta/sin\theta} = 4.4\frac{m}{s}$$

Nel tratto rettilineo BC si ha:

$$\frac{1}{2}mv_c^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -mg\mu_{d2}L$$

Da cui:

$$v_C = \sqrt{v_B^2 - 2g\mu_{d2}L} = 3.7\frac{m}{s}$$

Con questa velocità m colpisce la molla e si comprime. Vale la seguente:

$$\frac{1}{2}mv_c^2 = \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

Da cui ricaviamo la compressione della molla:

$$\Delta x = v_C\sqrt{\frac{m}{k}} = 0.3m$$

Il punto materiale quindi torna indietro con velocità iniziale uguale a quella con cui ha colpito la molla (tratto CB)

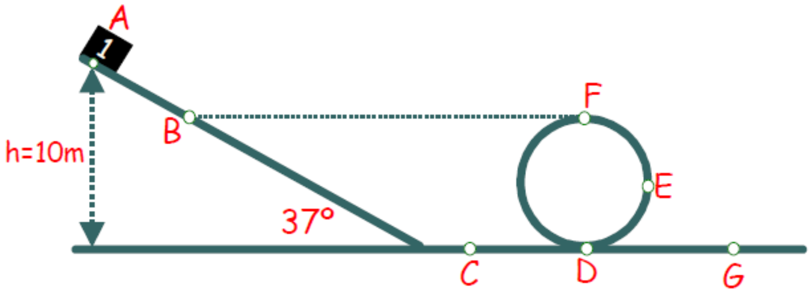
$$\frac{1}{2}mv_{B2}^2 - \frac{1}{2}mv_C^2 = -mg\mu_{d2}L$$

$$v_{B2} = \sqrt{v_C^2 - 2g\mu_{d2}L} = 2.8m/s$$

Nel tratto BA, si ha:

$$mgh_x - \frac{1}{2}mv_{B2}^2 = -mgcos\theta\mu_{d1}\cdot\frac{h}{sin\theta} = 0.3\ m$$

Esercizio n°6

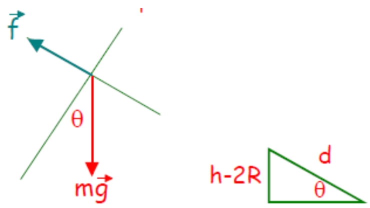


Si consideri una massa di 2 Kg che scivola verso il basso su un piano inclinato scabro partendo (da ferma) dalla posizione A; essa passa poi per la posizione B con una energia cinetica K=25 J e successivamente, percorrendo la circonferenza di raggio R=4 m giunge nella posizione G. Si calcoli:

A. il coefficiente di attrito cinetico nel tratto AB;
B. la velocità che assume il corpo nella posizione E;
C. la velocità del corpo quando giunge in G.

Svolgimento

A.



$$E_A = E_B + L_{nc}$$

$$mgh = 25 + mg2R + \mu(mgcos37°)\left(\frac{h-2R}{sin37°}\right)$$

Da qui ricaviamo $\mu = 0.28$

B.

$$E_B = E_E \quad \rightarrow \quad K_B + U_B = K_E + U_E \quad \rightarrow \quad 25 + mg2R = \frac{1}{2}mv_E^2 + mgR \quad \rightarrow \quad v_E = 10.25\, m/s$$

C. $E_B = E_G \quad \rightarrow \quad 185 = \quad \frac{1}{2}mv_G^2 \quad \rightarrow \quad v_G = 13.6\, m/s$