

FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE

❖ SCHEMA PER LA RICERCA DEL CAMPO DI ESISTENZA

Funzione	Campo di esistenza
Funzioni razionali intere: $y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$	R
Funzioni razionali fratte: $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ con $P(x), Q(x)$ polinomi	$Q(x) \neq 0$
Funzioni irrazionali: $y = \sqrt[n]{f(x)}$	Se n è pari: $f(x) \geq 0$
	Se n è dispari: R
Funzioni logaritmiche (con base a costante): $y = \log_a f(x)$	$f(x) > 0$
Funzioni logaritmiche (con base a non costante): $y = \log_{a(x)} f(x)$	$\begin{cases} f(x) > 0 \\ a(x) > 0 \\ a(x) \neq 1 \end{cases}$
Funzioni esponenziali (con base a costante) $y = a^{f(x)}$	Il campo di esistenza coincide con quello di $f(x)$
Funzioni esponenziali (con base a non costante) $y = [a(x)]^{f(x)}$	$\{f(x) > 0\} \cap C.E. \text{ di } g(x)$
Funzioni potenza: $y = f(x)^\alpha$	α intero positivo α intero negativo α razionale α irrazionale positivo Coincide con il C.E. di $f(x)$ $f(x) \neq 0$ Coincide con il C.E. delle funzioni irrazionali $f(x) \geq 0$
Funzioni goniometriche	$y = \sin x, y = \cos x$ $y = \operatorname{tg} x$ $y = \operatorname{cot} x$ R $x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ $x \neq k\pi$
Funzioni goniometriche inverse	$y = \operatorname{arcsin} x,$ $y = \operatorname{arccos} x$ $y = \operatorname{arctg} x,$ $y = \operatorname{arccot} x$ $x \in [-1; 1]$ $x \in [-1; 1]$ R R

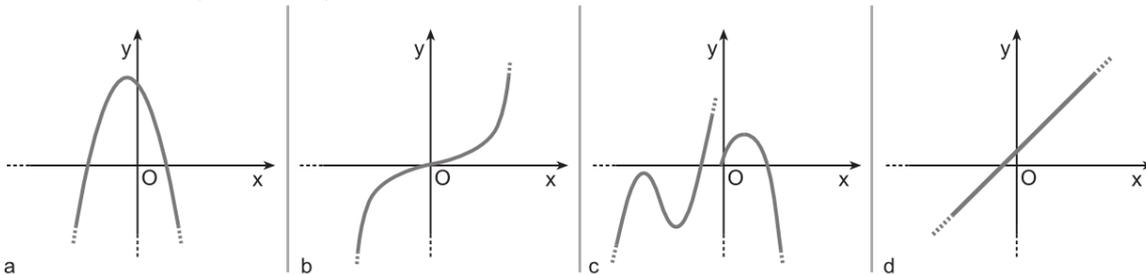
Stabilisci se ciascuna delle seguenti funzioni è iniettiva, suriettiva o biiettiva

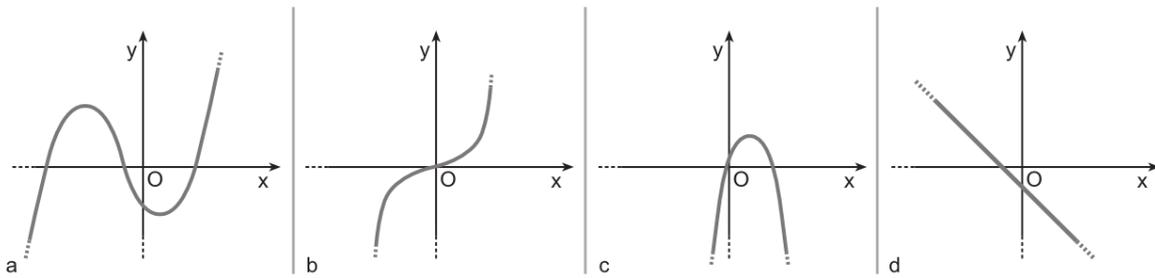
1	$y = 2x - 1$
2	$y = 2 - x$
3	$y = x^2 - 2x$
4	$y = -x^2$
5	$y = \frac{1}{2}x^2$
6	$y = \sqrt{x}$
7	$y = \frac{1}{x}$
8	$y = \sqrt{x^2 + 1} - 1$
9	$y = \frac{x-1}{2x+3}$
10	$y = e^x - 1$

Stabilisci se ciascuna delle seguenti funzioni è invertibile ed eventualmente determina l'equazione inversa

1	$y = e^{-2x} - 1$	11	$y = 1 - \log_2 x^3$
2	$y = 2 - \frac{1}{x-1}$	12	$y = \ln(x+1)$
3	$y = \sqrt[3]{2x+3}$	13	$y = \frac{2x-1}{x+1}$
4	$y = \ln(x^3 - 1)$	14	$y = \frac{x-1}{x+2}$
5	$y = \frac{e^x}{e^x + 1}$	15	$y = \sqrt[3]{x^2 + 1}$
6	$y = \frac{1}{\sqrt{x^3 + 1}}$	16	$y = \frac{1}{2} \sin 2x$
7	$y = x^3 + 1$	17	$y = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$
8	$y = 1 + \sqrt[3]{x-1}$	18	$y = 2^x + 3$
9	$y = e^x - 1$	19	$y = \arcsin(x-1)$
10	$y = 2^{x-1} - 1$	20	$y = x^2 - 1$

Ciascuno dei seguenti grafici rappresenta una funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Indica per ognuno se si tratta di una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva.

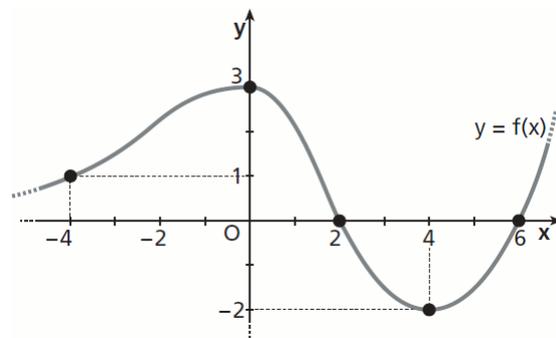
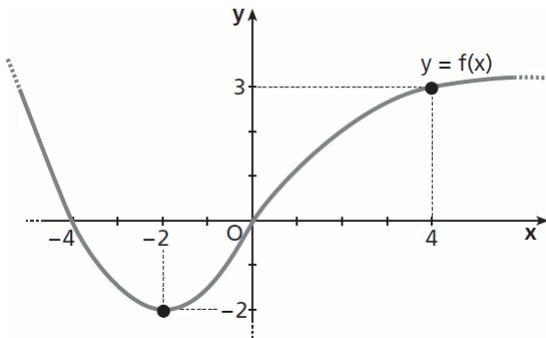




Date le seguenti funzioni f e g , determina $f \circ g$ e $g \circ f$:

1	$f(x) = 2x^2 + 1; g(x) = \sqrt{x+1}.$	$[(f \circ g)(x) = 2x + 3; (g \circ f)(x) = \sqrt{2x^2 + 2}]$
2	$f(x) = \sqrt{x+2}; g(x) = 2x^2 + 2$	$[(f \circ g)(x) = \sqrt{2x^2 + 4}; (g \circ f)(x) = 2x + 6]$
3	$f(x) = \cos(3x); g(x) = 2\sqrt{x} + 1.$	$[(f \circ g)(x) = \cos(6\sqrt{x} + 3); (g \circ f)(x) = 2\sqrt{\cos(3x)} + 1]$
4	$f(x) = \text{sen}(-x); g(x) = \sqrt{2x} - 7.$	$[(f \circ g)(x) = \text{sen}(-\sqrt{2x} + 7); (g \circ f)(x) = \sqrt{2\text{sen}(-x)} - 7]$
5	$f(x) = \sqrt{3x}; g(x) = \frac{\ln(x-2)}{x^2}.$	$[(f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{3\ln(x-2)}{x^2}}; (g \circ f)(x) = \frac{\ln(\sqrt{3x} - 2)}{3x}]$
6	$f(x) = (x+1)^2; g(x) = x - \ln x.$	$[(f \circ g)(x) = (x - \ln x + 1)^2; (g \circ f)(x) = (x+1)^2 - 2\ln(x+1)]$

Data la funzione $y = f(x)$ rappresentata nel grafico della figura sotto, disegna i grafici delle funzioni $y = |f(x)|, y = f(|x|), y = -f(x) - 1, y = f(-x).$



Ricerca del Campo di esistenza

Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni algebriche		
1	$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 6x - 7}$	$]-\infty; -7[\cup]-7; 1[\cup]1; +\infty[$
2	$y = \sqrt{10x - x^2}$	$[0; 10]$
3	$y = \frac{1}{3x^2 + 3x} + \sqrt[3]{x}$	$]-\infty; -1[\cup]-1; 0[\cup]0; +\infty[$
4	$y = (1 + 5x - 6x^2)^{-\frac{1}{2}}$	$]-\frac{1}{6}; 1[$

5	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^4 - 4x^2 + 3}}$	$] -\infty; -\sqrt{3}[\cup] -\sqrt{3}; -1[\cup] -1; 1[\cup] 1; \sqrt{3}[\cup] \sqrt{3}; +\infty[$
6	$y = \frac{1}{x^3 + x^2 + 2x}$	$] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$
7	$y = \frac{x}{(2x+1)^2 - (x-1)^2}$	$] -\infty; -2[\cup] -2; 0[\cup] 0; +\infty[$
8	$y = \frac{x^2 - 1}{x^3 + 7x^2 - 8}$	
9	$y = \sqrt{ x-1 - 2}$	
10	$y = \frac{\sqrt{3- x }}{x^3 + 1}$	
11	$y = \frac{1}{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x}}$	$\left[\frac{1}{2}; 1[\cup] 1; +\infty[$
12	$y = \sqrt{x^2 + 5x - 6} + \sqrt{8 - x^3}$	$] -\infty; -6[\cup] 1; 2[$
13	$y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x + 3}}$	$] -3; -2[\cup] 2; +\infty[$
14	$y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}} + \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}}$	$] -2; -1[\cup] 2; +\infty[$
15	$y = \sqrt{5 - x} + \sqrt{x^2 - 4}$	$] -\infty; -2[\cup] 2; 5[$
16	$y = \sqrt{\frac{x - 3}{4 - x }}$	$] -\infty; -4[\cup] 3; 4[$
17	$y = \sqrt{\frac{9-x^2}{3x}} + \frac{\sqrt[3]{x^2-2x}}{\sqrt{ 2x-1 -3}}$	$] -\infty; -3[\cup] 2; 3[$
18	$y = \frac{2+5x^2}{x^5 + 3x^2 - x - 3}$	$[x \neq \pm 1 \wedge x \neq -3]$
19	$y = \frac{2+3x^2}{x^3 - x^2 - 4x + 4}$	$[x \neq \pm 2 \wedge x \neq 1]$
20	$y = \frac{\sqrt{x+5} + 2}{\sqrt{2x-3}}$	$\left[x > \frac{3}{2}\right]$
21	$y = \frac{\sqrt{x+2} + 3}{\sqrt{3x-2}}$	$\left[x > \frac{2}{3}\right]$
22	$y = \frac{\sqrt{3x-4}}{ 2+x - 2x + 1}$	$\left[x \geq \frac{4}{3} \wedge x \neq 3\right]$
23	$y = \frac{\sqrt{2x-3}}{ 3+x - 3x + 1}$	$\left[x \geq \frac{3}{2} \wedge x \neq 2\right]$
24	$y = \frac{x-3}{2x^2 + x - 1}$	$x \neq -1 \wedge x \neq \frac{1}{2}$
25	$y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 9}}$	$x < -3 \vee x > 3$
26	$y = \frac{5x}{3x^2 + 2x}$	$x \neq 0 \wedge x \neq -\frac{2}{3}$

27	$y = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2+x}}$	$x < -\frac{1}{2} \vee x > 0$
28	$y = x^2 + \sqrt{x-3}$	$x \geq 3$
29	$y = \sqrt{3x-2} + \sqrt{x}$	$x \geq \frac{2}{3}$
30	$y = \sqrt{\frac{2x^2-x-1}{x+3}}$	

Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni trascendenti contenenti funzioni esponenziali e/o logaritmiche		
1	$y = \sqrt{e^{2x} - e^{3x}}$	$x \leq 0$
2	$y = (x-1)e^{-x}$	R
3	$y = \log(\log x - 1)$	$x > 10$
4	$y = \sqrt{\ln(x+2)}$	$x \geq -1$
5	$y = \ln(x^2 - 4) + \sqrt{25 - x^2}$	$-5 \leq x \leq -2 \cup 2 < x \leq 5$
6	$y = \sqrt{2^{x^2-1} - 8}$	$x \leq -2 \cup x \geq 2$
7	$y = \sqrt{\ln(4-x) - 2\ln(x-2)}$	$2 < x \leq 3$
8	$y = \ln\left(\frac{e^x - \sqrt{e^{x+1}}}{x-2}\right)$	$x < 1 \cup x > 2$
9	$y = \sqrt{2 - \log_1 x + \ln(3 - \log_2 x)}$	$1/4 \leq x < 8$
10	$y = \sqrt{(\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 3}$	$0 < x \leq 2 \cup x \geq 8$
11	$y = \sqrt{e^x + \ln 2x^2 + x - 3 }$	$x \neq -\frac{3}{2}; x \neq 1$
12	$y = \ln\left(\frac{x^4 - 81}{x^2 + 2x}\right)$	
13	$y = \frac{\ln e^x - 1 }{e^{x^2+4x-5} - 1}$	$x \neq -5; x \neq 0; x \neq 1$
14	$y = \ln(\ln^2 x^2 - 1) + \sqrt{x}$	
15	$y = \ln\left(e^x - \frac{1}{e^{x+1}}\right)$	$x > -\frac{1}{2}$
16	$y = \sqrt{\frac{1}{e^{-x}} - e^{\frac{1}{x}}}$	$-1 \leq x < 0 \cup x \geq 1$
17	$y = \frac{x+1}{e^{x^3-2x^2-x+2}}$	$x \neq -1; x \neq 1; x \neq 2$
18	$y = \sqrt{2^{x+1} - \sqrt{\frac{1}{2^x}}} + \log_2(3 - \log_2 x)$	$-5 < x < -1 \cup 1/3 < x < 1$
19	$y = \sqrt[3]{\log_2 3 - \log_2 x}$	$]0; \infty[$
20	$y = \log(\log_2 3 - \log_2 x)$	$]0; 3[$
21	$y = \sin(\log_2 3 - \log_2 x)$	$]0; \infty[$
22	$y = \log(2 \cdot 3^x - 5 \cdot 4^x)$	$]-\infty; \frac{\log 5 - \log 2}{\log 3 - \log 4}[$

23	$y = \log(2 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x)$	$\left[-1; \frac{1}{2}\right]$
24	$y = \log(2 \sin x^2 + (4 - \sqrt{3}) \sin x - 2\sqrt{3})$	
25	$y = \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{5 - 2^x}\right)^{\sqrt{x-2}}$	
26	$y = \left(\frac{-3^x + 2}{\log_2 x - 1}\right)^{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2}}$	
27	$y = \left(\frac{3 \arcsin x + \pi}{4 \arccos x - 3\pi}\right)^{\sqrt{\log(x^2 - 5x + 5)}}$	
28	$y = \log \log_{3x^2 + 4x + 1}(3x^2 + 2x)$	
29	$y = \frac{\log_4(x^2 + x - 2) - 1}{\log_2(x^2 + 3x + 2) - 1}$	
30	$y = \sqrt[4]{\frac{2 \operatorname{sen} x - 1}{2 \operatorname{cos} x - \sqrt{2}}}$	

Determina il campo di esistenza delle seguenti funzioni di vario tipo

1	$y = \sqrt{\frac{x+2}{x+5}}$	$x < -5 \cup x \geq -2$
2	$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+5}}$	$x \geq -2$
3	$y = \log_2(2x + 3) - \log_2(5x - 10)$	$-\frac{3}{2} < x < 2$
4	$y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x+5}}$	$x \geq -2$
5	$y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x+5}}$	$x \neq -5$
6	$y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x+5}}$	$x > -5$
7	$y = \frac{1}{25^x - 125}$	$x \neq \frac{3}{2}$
8	$y = \frac{1}{3 - \ln x} + \frac{1}{4 - 8^x}$	
9	$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x - 2)}$	$2 < x \leq 3$
10	$y = \frac{1}{\ln(x^2 + x + 1)}$	
11	$y = \sqrt{\frac{x^2 + 5x - 6}{x}}$	
12	$y = \sqrt{2x^2 - 18} + \sqrt{7 - x}$	$x \leq -3 \cup 3 \leq x \leq 7$

13	$y = \frac{\sqrt{5x - x^2}}{x - 3}$	$0 \leq x \leq 5 \cup x \neq 3$
14	$y = \ln\left(\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 + 1}\right)$	$x < -1 \cup x > 6$
15	$y = \frac{\sqrt{5^x - 25}}{3^x - 1}$	$x \geq 2$
16	$y = \left(\frac{2\operatorname{sen}x - 1}{2\operatorname{cos}x - 1}\right)^{\sqrt{2}}$	
17	$y = \log \frac{\operatorname{cot}gx - \sqrt{3}}{\sqrt{2} \operatorname{cos}x - 1}$	
18	$y = \left(\frac{3x - 2}{x^2 + 3x - 10}\right)^{\operatorname{sen}x}$	
19	$y = \left(\frac{3x - 2}{x^2 + 3x - 10}\right)^{\sqrt{3x-2}}$	
20	$y = \log(2x^2 + x - 2 - 1)$	
21	$y = \log(x + 3 - 2x + 1)$	
22	$y = \sqrt[4]{2 - \left \frac{2x + 1}{x - 3}\right }$	
23	$y = \log(x + 1 - x - 1)$	
24	$y = \log(x + 3 - x - 1)$	
25	$y = \operatorname{arcsin} x^2 + x - 1 $	
26	$y = \operatorname{arcsin}(x^2 + x - 4 - 1)$	
27	$y = \log(x - 2 - x - 6)$	
28	$y = \log(x^2 + 3 - x^2 - 1)$	
29	$y = \log(x^2 - 2 - x^2 - 6)$	
30	$y = \log(x^2 + 3 - x^2 - 1)$	

Ulteriori esercizi

1	$y = \frac{3x - 1}{x + 2}$	
2	$y = \sqrt{\frac{2x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 7x + 3}}$	

3	$y = \sqrt{\log(x-3)}$	
4	$y = \sqrt{x^2-9} + \log(16-x^2) + \frac{1}{x^2}$	
5	$y = \sqrt{\log\left(\frac{6x+1}{2}\right) - \sqrt{x^2-4} + e^x - 3\sqrt{x+2}}$	
6	$y = \sqrt{\frac{ x^2-3 +2x}{ x }}$	
7	$y = \sqrt{\frac{2\sin x - \sqrt{2}}{2\sin x - 1}}$	
8	$y = \sqrt{\frac{\log(x^2-3x+3)}{\log x}}$	
9	$y = \sqrt{3\ln^2 x - 7\ln x + 4}$	$]0; e[\cup \left[e^{\frac{4}{3}}; +\infty[$
10	$y = \sqrt{\frac{\log_3 x-3 +1}{\log_3 x^2-3 }}$	$] -\infty; -2[\cup] -\sqrt{2}; \sqrt{2}[\cup] 2; 8/3[\cup \left[\frac{10}{3}; +\infty[$
11	$y = e^{\sqrt[3]{\frac{x^2-2x+1}{x-1}}}$	$] -\infty; 1[\cup] 1; +\infty[$
12	$y = e^{\sqrt{\frac{\sin x}{2\cos x - 1}}}$	$\left[0 + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \left[\cup \left[\pi + 2k\pi; \frac{5}{3} + 2k\pi \right[$
13	$y = \arcsin\left(\frac{x^2-1}{4x-4}\right)$	$[-5; 1[\cup] 1; 3]$
14	$y = \left(\frac{3\arcsin x + \pi}{4\arcsin x - 3\pi}\right)^{\sqrt{\ln(x^2-3x+3)}}$	$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right[$
15	$y = \sqrt{\frac{\ln(x+1)}{\ln x }}$	$] -1; 0[\cup] 1; +\infty[$
16	$y = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{x-x^2}}$	$] 0; 1[$
17	$y = \sqrt{\ln(x^2-x -1)}$	$] -\infty; -1[\cup] 2; +\infty[$
18	$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2+4) + 2}$	$\{0\}$
19	$y = \sqrt{\ln(x + x+1)}$	\mathbb{R}
20	$y = \ln(e^x - 1)$	$] 0; +\infty[$
21	$y = \sqrt{\frac{\ln x^2 - 2}{\ln(x+1)}}$	$] -1; 0[\cup] e; +\infty[$
22	$y = e^{\sqrt{3x^2+6x-3}}$	$] -\infty; -\sqrt{2} - 1[\cup \left[\sqrt{2} - 1; +\infty[$
23	$y = \sqrt{\frac{e^x - 1}{e^x + 1}}$	$] 0; +\infty[$
24	$y = \sqrt{\pi - \arcsin x}$	$[-1; 1]$
25	$y = \ln\left(\frac{x^2-3x}{x+1}\right)$	$] -1; 0[\cup] 3; +\infty[$

26	$y = \sqrt{\log_2(x-2) - \log_4 x} + \sqrt{3 \log_8 x - 4}$	$[16; +\infty[$
27	$y = \log_2 \frac{3-2x}{\ln x-2 }$	
28	$y = \frac{\sqrt{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}}{3x^2 - x}$	
29	$y = \frac{\sqrt{\ln(x-2) + \ln(x+5) - \ln(x^2-7x)}}{\sqrt{8-2^{x-6}}}$	$] -\infty; 7[\cup] 7; \frac{15}{2}[\cup] \frac{15}{2}; +\infty[$
30	$y = \frac{\sqrt{2x+3-\sqrt{x-1}} + \ln(\sqrt{x^2+1-2x})}{\ln(4-x)}$	$] 1; 3[\cup] 3; 4[$
31	$y = \log_x(2x^2 - x)$	$] \frac{1}{2}; 1[\cup] 1; +\infty[$
32	$y = \ln \ln \ln(x-1)$	
33	$y = \frac{\ln(4^x - 4 \cdot 2^x - 32)}{\sqrt{4^x + 8} - \sqrt{32 - 2 \cdot 2^x}}$	$] 3; 4[$
34	$y = \sqrt{\log_2 \frac{x-1}{x-3} - 1}$	$] 3; 5[$
35	$y = \frac{\sqrt{x-2}}{\ln \ln x}$	$[2; e[\cup] e; +\infty[$
36	$\sqrt{\frac{x-5}{3x^2-5x-2}}$	$] -\frac{1}{3}; 2[\cup] 5; +\infty[$
37	$y = \sqrt{x+7} - \sqrt{4x-3}$	$] \frac{3}{4}; +\infty[$
38	$y = \sqrt{e^{\frac{x-1}{x}} - 1}$	$] -\infty; 0[\cup] 1; +\infty[$
39	$y = \frac{e^{\sqrt{1-x^2}}}{ x }$	$[-1; 0[\cup] 0; 1]$
40	$y = \sqrt{\ln \frac{3-x}{1-x^2}}$	$] -1; 1[$
41	$y = \log(14 + 5x - x^2) + \sqrt{x}$	
42	$y = \log(x+1) + \log(x-3)$	
43	$y = \log(x+1)(x-3)$	
44	$y = \log(x^2 - 5x + 6)^2$	
45	$y = \left(\frac{\arcsin x + \pi}{4 \arccos x - 3\pi} \right)^{\sqrt{\log(x^2-5x+2)}}$	

BIBLIOGRAFIA

L. Sasso - "Nuova matematica a colori" – Petrini

D'Apice-Manzo – "Verso l'esame di matematica" – CUES

Bergamini-Trifone-Barozzi “Matematica.blu.2.0” – Zanichelli

Renato Fiorenza – Esercitazioni di analisi matematica vol.1 – Liguori editore