Liceo Scientifico “R. d’Aquino”

Prof. R. Capone **II Prova di verifica sommativa II pentamestre** **classe VB**

Traccia B

Il candidato risolva almeno uno dei due problemi e affronti almeno cinque a scelta tra i dieci temi descritti

Problema n°1

Studia la funzione $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2-2}}$

a) Sia h(x) la restrizione di f(x) nell’intervallo $]\sqrt{2}; +\infty[$ e γ il suo grafico. Prova che h(x) ammette la funzione inversa $h^{-1}(x)$ di cui devi precisare il campo di esistenza e il segno e tracciane il grafico γ_1
b) Scrivi le equazioni delle tangenti a γ e γ_1 nel punto di intersezione tra le due curve, richiamando le proprietà e i teoremi che riguardano il risultato ottenuto

Problema n°2

Si considerino i triangoli la cui base è AB = 1 e il cui vertice C varia in modo che l’angolo C b AB si mantenga doppio dell’angolo A b BC.
1. Riferito il piano ad un conveniente sistema di coordinate, si determini l’equazione del luogo geometrico descritto da C.
2. Si rappresenti , tenendo conto, ovviamente, delle prescritte condizioni geometriche.
3. Si determini l’ampiezza dell’angolo A b BC che rende massima la somma dei quadrati delle altezze relative ai lati AC e BC e, con l’aiuto di una calcolatrice, se ne dia un valore approssimato in gradi e primi (sessagesimali).

Quesito n°1 Sia f(x) = $a2^x + b2^{-x} + c$ con a, b, c numeri reali. Si determinino a, b, c in modo che: 1. la funzione f sia pari; 2. f(0) = 2;	**Quesito n°4** Fra i triangoli inscritti in un semicerchio quello isoscele ha: a) area massima e perimetro massimo; b) area massima e perimetro minimo; c) area minima e perimetro massimo; d) area minima e perimetro minimo. Una sola risposta è corretta: individuarla e darne un’esauriente spiegazione
Quesito n°2 Sia f(x) una funzione reale di variabile reale, derivabile in un intervallo [a, b] e tale che, per ogni x di tale intervallo, risulti f’(x) = 0. Dimostrare che f(x) è costante in quell’intervallo.	**Quesito n°5** Calcolare il campo di esistenza della seguente funzione $f(x) = \left(\frac{-3^x + 2}{\log_2 x - 1}\right)^{\sqrt[3]{x^2-3x+2}}$
Quesito n°3 Si calcoli con la precisione di due cifre decimali lo zero della funzione $\sqrt[3]{3} + x^3 - 1$ Come si può essere certi che esiste un unico zero?	**Quesito n°6** Si consideri la funzione $f(x) = (2x - 1)^7(4 - 2x)^5$ Stabilire se ammette massimo o minimo assoluti nell’intervallo $1/2 \leq x \leq 2$
Quesito n°7 Verificare che la funzione 3x + log x è strettamente crescente. Detta g la funzione inversa, calcolare g’(3).	**Quesito n°8** Siano ABC un triangolo rettangolo in A, r la retta perpendicolare in B al piano del triangolo e P un punto di r distinto da B. Si dimostri che i tre triangoli PAB, PBC, PCA sono triangoli rettangoli.
Quesito n°9 Tra i triangoli di base assegnata e di ugual area, dimostrare che quello isoscele ha perimetro minimo.	**Quesito n°10** Considerata la funzione: f(x) = $ax^3 + 2ax^2 - 3x$, dove a è un parametro reale non nullo, determinare i valori di a per cui essa ha un massimo e un minimo relativi e quelli per cui non ha punti estremanti.

Liceo Scientifico “R. d’Aquino”

Prof. R. Capone **II Prova di verifica sommativa II pentamestre** **classe VB**

Traccia A

PROBLEMA N°1

Data la funzione $f(x) = ln\left(\frac{ax^3}{bx^2+c}\right)$

a. si calcolino a, b, c sapendo che la funzione ha un minimo in $\left(3; ln\frac{9}{2}\right)$ e un asintoto verticale in $x = \sqrt{3}$. Rappresenta graficamente la funzione ottenuta.
b. Si determinino le equazioni delle rette tangenti alla curva passanti per il suo punto di minimo richiamando le proprietà e i teoremi che riguardano il risultato ottenuto

PROBLEMA N°2

Nel piano sono dati: il cerchio di diametro OA = a, la retta t tangente a in A, una retta r passante per O, il punto B, ulteriore intersezione di r con , il punto C intersezione di r con t.
La parallela per B a t e la perpendicolare per C a t s’intersecano in P. Al variare di r, P descrive il luogo geometrico r noto con il nome di versiera di Agnesi [da Maria Gaetana Agnesi, matematica milanese, (1718-1799)].
1. Si provi che valgono le seguenti proporzioni:

OD : DB = OA : DP
OC : DP = DP : BC

ove D è la proiezione ortogonale di B su OA;
2. Si verifichi che, con una opportuna scelta del sistema di coordinate cartesiane ortogonali e monometriche Oxy, l’equazione cartesiana di r è:

$$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$$

Quesito n°1

Si dimostri che l'equazione $2x^3 - 3x^2 + 6x + 6 = 0$ ha un'unica radice reale e si trovi il suo valore con una precisione di due cifre significative.

Quesito n°4

Considerata la funzione: $f(x) = ax^3 + 2ax^2 - 3x$, dove a è un parametro reale non nullo, determinare i valori di a per cui essa ha un massimo e un minimo relativi e quelli per cui non ha punti estremanti.

Quesito n°2

Il campo di esistenza della funzione $f(x) = \sqrt[4]{\frac{4-x}{(\log_3 x)^2}}$ è:

A- $(0;1) \cup (1;4]$
B- $(0;1) \cup (1;4)$
C- $(-\infty;4)$
D- $(-\infty;1] \cup (1;4] \cup (4;+\infty)$
E- $(-\infty;1) \cup (1;4)$

Quesito n°5

Nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali monometriche (x, y), è assegnata la funzione:

$y = x^2 + a\log(x + b)$

con a e b diversi da zero.
Si trovino i valori di a e b tali che la curva г grafico della funzione passi per l'origine degli assi e presenti un minimo assoluto in x = 1;

Quesito n°3

Dire, formalizzando la questione e utilizzando il teorema del valor medio o di Lagrange, se è vero che: "se un automobilista compie un viaggio senza soste in cui la velocità media è di 60 km/h, allora almeno una volta durante il viaggio il tachimetro dell'automobile deve indicare esattamente 60 km/h".

Quesito n°6

La funzione $2x^3 - 3x^2 + 2$ ha un solo zero reale, vale a dire che il suo grafico interseca una sola volta l'asse delle ascisse. Fornire un'esauriente dimostrazione di questo fatto e stabilire se lo zero della funzione è positivo o negativo.

Quesito n°7

Calcolare la derivata della funzione

f(x) = arcsen x + arccos x.

Quali conclusioni se ne possono trarre per la f(x)?

Quesito n°8

Siano ABC un triangolo rettangolo in A, r la retta perpendicolare in B al piano del triangolo e P un punto di r distinto da B. Si dimostri che i tre triangoli PAB, PBC, PCA sono triangoli rettangoli.

Quesito n°9

Si enunci il teorema di Rolle e se ne dia una interpretazione geometrica

Quesito n°10

Tra i triangoli di base assegnata e di ugual area, dimostrare che quello isoscele ha perimetro minimo.